

**SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE
ÁREA**

**DIANA PAOLA MONTOYA AMADO
LAURA ALEJANDRA RONDÓN ESQUIVEL**

**UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015**

**SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE
ÁREA**

DIANA PAOLA MONTOYA AMADO

COD: 141001604

LAURA ALEJANDRA RONDÓN ESQUIVEL

COD: 141001733

**Proyecto de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Licenciada en matemáticas y física**

DIRECTORA DE PROYECTO

Beatriz Avelina Villarraga Baquero

Magister en educación matemática

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

VILLAVICENCIO

2015

AUTORIZACIÓN

Yo **DIANA PAOLA MONTOYA AMADO**, identificada con C.C. N° 1.120.500.397 de San Martín-Meta y **LAURA ALEJANDRA RONDÓN ESQUIVEL** identificada con C.C. N° 1.121.828.747 de Villavicencio-Meta, autoras del trabajo de grado titulado **SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE ÁREA**, presentado para optar al título de Licenciada en Matemáticas y Física, hacemos entrega del ejemplar y autorizamos a la Universidad de los Llanos, según los términos establecidos en Ley 13 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993 y Decreto 460 de formas, los derechos patrimoniales de reproducción alquiler, préstamo público, e importaciones que me corresponden como creador de la obra objeto del presente documento. PARAGRAFO: La presente autorización se hace extensiva, no solo de las facultades y derechos de uso sobre la obra en formato o soporte material, sino también para formato virtual, electrónico, digital, óptico, usos en red, internet, extranet, etc; y en general para cualquier formato conocido y por conocer.

EL AUTOR-ESTUDIANTE, manifiesta que la obra objeto de la presente autorización, es original y la realizó sin violentar o usurpar derechos de autor de terceros, por lo tanto, la obra es de exclusiva autoría y detecta la titularidad sobre la misma. PARAGRAFO: en caso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión, EL ESTUDIANTE AUTOR, asumirá toda la responsabilidad y saldrá en defensa de los derechos aquí autorizados, para todos los efectos de la Universidad actúa como un tercero de buena fe. Para constancia, se firma el presente documento en dos (2) ejemplares del mismo valor y tenor en Villavicencio, Meta: a los nueve (09) días del mes de diciembre del dos mil quince (2015).

Diana Paola Montoya Amado
C.C. 1.120.500.397
San Martín-Meta

Laura Alejandra Rondón Esquivel
C.C. 1.121.828.747
Villavicencio-Meta

AUTORIDADES ACADÉMICAS

JAIRO IVÁN FRIAS CARREÑO

Rector

DORIS ALICIA TORO

Vicerrector Académico

DEIVER GIOVANNY QUINTERO REYES

Secretario General

MANUEL EDUARDO HOZMAN MORA

Decano Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación

CLAUDIO VINCIO VÉLEZ SUÁREZ

Director Escuela de Pedagogía y Bellas Artes

ARTURO ALEXANDER CASTRO GALVIS

Director Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física

NOTA DE ACEPTACIÓN

ARTURO ALEXANDER CASTRO GALVIS

Director Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física

BEATRIZ AVELINA VILLARRAGA BAQUERO

Directora

MARÍA CRISTINA ACOSTA

Jurado

BEATRIZ ROJAS GARCIA

Jurado

Villavicencio, 03 febrero de 2016

AGRADECIMIENTOS

Las autoras expresan sus agradecimientos a:

Dios por permitirnos vivir, por guiarnos a lo largo de nuestras vidas, por ser nuestro apoyo en medio de las dificultades y nuestra luz en medio de la oscuridad; por darnos la fortaleza de seguir adelante en aquellos momentos de debilidad.

Agradecemos hoy y siempre a nuestras familias por el esfuerzo realizado, por su amor y apoyo incondicional, durante nuestra formación tanto personal como profesional.

A nuestra docente quien nos ayudó a realizar este trabajo, por brindarnos su guía, colaboración, sabiduría, orientación y paciencia en el desarrollo de este trabajo investigativo, la docente y directora de trabajo de Beatriz Avelina Villarraga.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN.....	14
2. MARCO TEÓRICO.....	16
2.1. ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE ÁREA.....	16
2.1.1. Primera aproximación (repartir equitativamente).....	18
2.1.2. Segunda aproximación (comparar y reproducir).....	18
2.1.3. Tercera aproximación (Medir).....	18
2.2. LA MEDIDA DE LA SUPERFICIE (ÁREA).....	20
2.2.1. Manifestaciones del área.....	20
2.3. TEORÍA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	21
2.4 APRENDIZAJE DE CONCEPTOS, REPRESENTACIONES Y PROPOSICIONES.....	23
2.4.1. Principio de asimilación.....	24
2.4.2. El concepto de área.....	24
2.5. DEFINICIÓN AXIOMÁTICA DE ÁREA.....	25
3. METODOLOGÍA.....	27
3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	27
3.2. POBLACIÓN.....	27
3.3. MUESTRA.....	27

3.4. INSTRUMENTOS.....	27
3.5. FASES DEL PROCESO	30
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	31
Fase 1 revisión marco de referencia	31
Fase 2 prueba diagnóstica “pre-test”	32
Fase 3 diseño (Actividades).....	39
Fase 4 aplicación secuencia didáctica	39
Actividad 1 rompecabezas y plegados.....	39
Actividad 2 descomposición y recomposición	45
Actividad 3 comparación.....	54
Fase 5 análisis de la información.....	62
5. CONCLUSIONES	68
6. RECOMENDACIONES.....	69
BIBLIOGRAFÍA.....	70
ANEXOS	73

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Categorías de análisis.....	29
Tabla 2. Análisis según categorías	37
Tabla 3. Análisis según categorías	43
Tabla 4. Análisis según categorías.....	52
Tabla 5. Análisis según categorías	52
Tabla 6. Análisis según categorías.	61

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Respuesta pregunta 7, (E9).	33
Figura 2. Respuesta pregunta 7, (E15).	34
Figura 3. Respuesta pregunta 9, (E9).	35
Figura 4. Respuesta pregunta 9, (E15).	36
Figura 5. Respuesta grupo 5, (G5).	41
Figura 6. Respuesta grupo 3, (G3).	42
Figura 7. Respuesta pregunta 1, (E8).	47
Figura 8. Respuesta pregunta número 2, (E17).	47
Figura 9. Respuesta pregunta 6, estudiante (E4).	48
Figura 10. Respuesta pregunta 6, estudiante (E6).	48
Figura 11. Respuesta pregunta 6, estudiante (E14).	48
Figura 12. Respuesta pregunta 6, estudiante (E19).	49
Figura 13. Respuesta pregunta número 7, (E3).	50
Figura 14. Respuesta pregunta 11, (E3).	51
Figura 15. Respuesta Pregunta 1, (E20).	56
Figura 16. Respuesta pregunta 3, (E11).	57
Figura 17. Respuesta pregunta 4, (E3).	57
Figura 18. Respuesta pregunta 7, (E19).	58
Figura 19. Respuesta pregunta 13, (E4).	59

LISTA DE GRÁFICAS

	Pág.
Gráfica 1. Resultado final.....	66

ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. Prueba diagnóstica.....	73
ANEXO B. Preguntas actividad 1.....	77
ANEXO C. Preguntas actividad 2.....	78
ANEXO D. Preguntas actividad 3.....	80
ANEXO E. Actividad 1.....	83
ANEXO F. Actividad 2.....	86
ANEXO G. Actividad 3.....	92
ANEXO H. Pos-test.....	99
ANEXO I. Tabla organización información (preguntas).....	103

INTRODUCCIÓN

La secuencia didáctica que se presenta, se planteó con el propósito de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y en especial del concepto de área, en los estudiantes de grado sexto del Colegio Alafás del Norte concesión Institución Educativa Rodolfo Llinás, dicha investigación se desarrolló con 20 estudiantes, los cuales realizaron una serie de actividades secuenciales en donde el mismo niño construyó el concepto de “área”, llegando a su significado sin necesidad de acudir al aprendizaje memorístico-algorítmico, sino a través de la experimentación y puesta en práctica de las actividades planteadas.

Para el desarrollo de dicha secuencia se tuvieron en cuenta los resultados obtenidos a través de una prueba de entrada, permitiendo establecer las dificultades, necesidades y posibles soluciones a la problemática que se presentaba, los cuales conllevaron a plantear y desarrollar este trabajo.

Las actividades se fundamentan en procesos de diferenciación, reconocimiento, descomposición y recomposición de figuras regulares e irregulares, que conforman la secuencia didáctica; de igual forma se trabajó con la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel, quien afirma que sólo se hace posible el aprendizaje significativo cuando se relaciona y enlaza la información nueva con la ya existente.

Este proyecto se dividió en cinco fases fundamentales:

La primera fase, correspondiente a la revisión bibliográfica y referentes investigativos acerca del aprendizaje significativo de David Ausubel y la construcción del concepto de área.

En la segunda fase, se realizó un pre-test para identificar los conocimientos previos de los estudiantes acerca del área y a partir de ahí se diseñó la secuencia didáctica.

La tercera fase, consistió en el diseño de las actividades que conforman la secuencia didáctica, las cuales permitieron la conceptualización del área mediante procesos de diferenciación, reconocimiento, descomposición y recomposición.

En la cuarta fase, se puso en práctica y aplicaron las diferentes actividades fruto de las fases anteriores, haciendo uso del modelo de aprendizaje significativo de Ausubel.

La quinta fase, muestra los resultados obtenidos (logros y desaciertos) de los estudiantes cuando se enfrentaron a tareas relacionadas con la conceptualización del área.

Por último se presentan las conclusiones y sugerencias fruto del proceso y desarrollo del trabajo; de igual manera se dejan algunos interrogantes acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, y en especial de otras magnitudes.

2. MARCO TEÓRICO

El marco teórico en el que se sustentó este trabajo, tomo como referencia la construcción del concepto de área y los aportes de Ausubel con respecto al aprendizaje significativo.

2.1. ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE ÁREA

A través de los tiempos la medición siempre ha estado presente en todos los aspectos de la vida del ser humano. En la actualidad, su buen uso es indispensable, es por ello que cabe resaltar la importancia de la enseñanza del sistema métrico y sistemas de medida. El proceso de medir permite preparar a los estudiantes no sólo para las exigencias académicas sino también para las situaciones cotidianas pues “involucra aspectos geométricos, aritméticos y de resolución de problemas ayudando al desarrollo de destrezas y habilidades.”¹

El Pensamiento Métrico implica dominar conceptos de magnitud y de medida, este dominio incluye una serie de procesos que permitan abstraer las magnitudes para facilitar su comprensión en diversos contextos. El Pensamiento Métrico se refiere a la: *“Comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes, su capacidad para abstraerlas de los fenómenos, para medirlas, para compararlas entre sí, operar con sus medidas y aplicarlas en diferentes contextos; utilizando como herramienta básica los sistemas de medidas.”*²

Los Estándares Básicos de Matemáticas definen el pensamiento métrico como la: *“Comprensión de las características mensurables de los objetos tangibles y de otros*

¹ OLMO, María y otros. Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, Nº 19, Editorial síntesis, Madrid 1993.

² GUTIÉRREZ, Jesús y VANEGAS, Dennis. Tesis: Pensamiento Métrico y sistemas de Medida. Universidad de Antioquia. 2005.

intangibles como el tiempo; de las unidades y patrones que permiten hacer las mediciones y de los instrumentos utilizados para hacerlas. Es importante incluir en este punto el cálculo aproximado o estimación para casos en los que no se dispone de los instrumentos necesarios para hacer una medición exacta. Margen de error. Relación de la matemática con otras ciencias.”³

En la enseñanza tradicional el Pensamiento Métrico y Sistemas de Medida, se trabaja a partir del enfoque aritmético, donde la aplicabilidad de fórmulas y la conversión de unidades son la única vía que se presenta para la enseñanza de este pensamiento.

El enfoque aritmético se entiende como el cálculo de las medidas y abarca tres aspectos⁴:

- Las fórmulas geométricas y las operaciones aritméticas son el único medio para encontrar el área de las figuras planas.
- El trabajo con unidades estándar⁵, en donde el único objetivo es que el estudiante efectúe conversiones con seguridad y rapidez.
- El único contexto donde Intervienen las magnitudes, son en las propiedades de los polígonos, como el reconocimiento del ancho, largo, altura, hipotenusa, ángulos, etc, para luego generalizar la medida indirecta del área.

Según María Del Olmo y otros (1993), en la formación del concepto de área se dan tres tipos de aproximaciones: repartir equitativamente, medir, comparar y reproducir. Asociados a estos conceptos están los procesos de percepción,

³ MEN, COLOMBIA. Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Magisterio, Bogotá, 1998.

⁴ZAPATA, Fabio; CANO, Natalia. La enseñanza de la magnitud área. 2008.

⁵Las unidades estándar se entiende “como aquellas propuestas por el Sistema Métrico Decimal, que naturalmente es un sistema regular en el que los cambios se hacen según potencias de diez”. (GODINO. 2002, Pág. 14,35)

comparación, medida y estimación; procesos que están relacionados transversalmente⁶.

2.1.1 Primera aproximación (repartir equitativamente)

Comprende situaciones en las que se debe repartir un objeto dado. Por ejemplo una fruta entre varias personas, o la cantidad de tela para cierto atuendo. Éste tipo de aproximación está ligada con el concepto de fracción; ya que la fracción se utiliza como parte de un todo de la magnitud área; respecto a esto Múnera (1998), afirma que: “las fracciones, como subáreas de una región unitaria, además de posibilitar la comprensión de esta relación parte todo, usadas de una forma más natural, también conducen a la noción de medición.”⁷

2.1.2 Segunda aproximación (comparar y reproducir)

Esta aproximación es de complejidad debido a que incluye situaciones en las que se debe comparar dos superficies, y en la que dada una superficie se debe hallar otra de igual área, como por ejemplo dibujar un círculo que tenga igual área que un cuadrado, dichas situaciones se pueden resolver mediante cinco procesos que son: inclusión, transformación de romper y rehacer, estimación, por medida, y por medio de funciones.

2.1.3 Tercera aproximación (Medir)

Contiene situaciones en las que la superficie aparece *“ligada a un proceso de medida, ya sea para comparar, repartir o valorar.”*⁸ (Olmo y otros. 1993) Su realización puede efectuarse por medio de cuatro formas: *exhaución con unidades;*

⁶OLMO, María y otros. Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, N° 19, Editorial síntesis, Madrid 1993.

⁷MÚNERA, John. Tesis: Estrategias para la enseñanza de los números fraccionarios. Universidad de Antioquia 1998.

⁸ OLMO, María y otros. Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, N° 19, Editorial síntesis, Madrid 1993.

acotación entre un valor superior e inferior, transformaciones de romper y rehacer; relaciones geométricas.

Para cada aproximación existen diferentes procesos asociados:

Percepción: En este proceso el estudiante construye la medida del objeto, como lo afirma Chamorro y Belmonte (1994) *“las medidas perceptivas que realizan los niños llevan a aproximar materialmente los objetos antes de imaginar el desplazamiento de un objeto a lo largo del otro si se trata de longitudes.”*⁹

Comparación: Este proceso implica establecer diferencias y semejanzas sobre el tamaño de las superficies, a través de procesos como medición o indirectamente a través del uso de fórmulas o la estimación.

Medida: En el proceso de medir es fundamental el manejo y la comprensión de las magnitudes. Como afirman Olmo y otros (1993) *“la medición aporta situaciones reales para ejercitar el cálculo a la vez que lo conecta a la vida real y los prepara para enfrentarse con éxito a determinadas profesiones y a la vida diaria.”*¹⁰

Estimación: Este proceso es de vital importancia debido a que permite acceder a complejas técnicas de medición, “ayudando no sólo a reforzar la comprensión de los atributos y el proceso de medición sino a la adquisición de la conciencia del tamaño de las unidades” (M.E.N.1998, Pág.67)

⁹CHAMORRO, Carmen, BELMONTE, Juan. El problema de la medida. Matemáticas: cultura y aprendizaje, N°17. Editorial síntesis 1994.

¹⁰OLMO, María y otros. Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, N° 19, Editorial síntesis, Madrid 1993.

2.2 LA MEDIDA DE LA SUPERFICIE (ÁREA)

La medida es un paso indispensable para la elaboración del concepto de área, se cita la contribución que realizó Piaget, él reconoce dos operaciones elementales que se necesitan durante el proceso de medición las cuales son la conservación y la transitividad.

La primera está relacionada con la invariancia de algunas cualidades de los objetos cuando se practican transformaciones sobre los mismos, se puede traer como caso, el juego del Tangram donde se preserva el área total sin importar la figura que se forme, siempre y cuando se utilicen todas las piezas del juego. La segunda está relacionada con la transitividad aterrizado al concepto de área:

Sean A y B áreas de una superficie, si $A=B$ y $B=C$ entonces $A=C$

2.2.1 Manifestaciones del área

Existen diferentes temas acerca de las manifestaciones del área, algunas de ellas son:

- El área como cantidad del plano ocupado por una superficie: Es la primera noción con la que un niño debe estar familiarizado.
- El área como magnitud autónoma: En este campo el niño debe aprender a separar algunos componentes que aunque estén familiarizados no son iguales, como la unidad de medida y el número de medida o la superficie y el perímetro siendo esta la falla más arraigada entre los estudiantes, llevándolos a cometer errores frecuentes.
- El área como número de unidades que recubren la superficie: Para entender el área como número de unidades que recubren la superficie, es importante que el estudiante comprenda el papel que juega la unidad de medida en el cálculo de áreas.

2.3 TEORÍA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Según Ausubel (1983), intentar descubrir métodos por "ensayo y error" es un procedimiento ciego y, por tanto innecesariamente difícil y antieconómico.

Para los docentes es muy difícil establecer un método eficaz de enseñanza porque deben enlazar las experiencias vividas con el nuevo aprendizaje que está recibiendo el estudiante.

Entendiéndose por "estructura cognitiva"¹¹ un conjunto de conceptos e ideas que un individuo posee en un determinado campo de conocimiento, se puede decir que Ausubel plantea el aprendizaje en el estudiante como la relación entre una nueva información y una ya existente, claro está, se debe tener en cuenta algo y es que a lo largo de la enseñanza se debe conocer la cantidad de información que posee, los conceptos y proposiciones que maneja el estudiante, con esto nos permitimos diseñar herramientas para mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje en los estudiantes.

"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa en un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente."¹²

En el aprendizaje mecánico la nueva información almacenada no interactúa con los conocimientos existentes "el alumno carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo" (independientemente de la cantidad de significado potencial que la tarea tenga)... (Ausubel, 1983: 37).

¹¹ AUSUBEL, David Paul; BARBERÁN, Genís Sánchez. *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós, 2002.

¹² AUSUBEL, David, et, al. *Teoría del aprendizaje significativo*. Fascículos de a CEIF, 1983

Sin embargo existen algunos tipos de aprendizaje intermedios que comparten algunas características de los aprendizajes antes mencionados, como es el aprendizaje de representaciones, el aprendizaje por descubrimiento y por percepción están intrínsecamente ligados a la vida diaria, el primero involucra que el estudiante debe integrar la nueva información a la ya existente, y si es necesario organizarla en su estructura cognitiva esto debe hacerse hasta obtener el aprendizaje deseado; en cambio el aprendizaje por recepción se da cuando el estudiante se permite incorporar conceptos o proposiciones presentados verbalmente de tal forma que las puede incorporar en su aprendizaje cuando lo crea conveniente.

Ausubel dice: “El alumno debe manifestar ... una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria” (Ausubel, 1983: 48).

Para lograr establecer un aprendizaje significativo se debe tener en cuenta algunos criterios: El material con el que se trabaja debe ser potencialmente significativo (debe tener significado lógico) esto con el fin que el estudiante lo enlace con su estructura cognoscitiva. Cuando el conocimiento en un estudiante pasa de tener un conocimiento desconocido a ser potencialmente significativo, aparece un significado psicológico, este significado no necesariamente puede ser adquirido individualmente sino también, de forma colectiva, potenciando el entendimiento entre estos individuos.

Adentrándonos más en lo que es el aprendizaje significativo y la importancia de este, David Ausubel nos enseña que el aprendizaje significativo no es solo enlazar o conectar un conocimiento existente con uno nuevo, sino que además es la

evolución y modificación continua de dicha información, por ello plantea el principio de asimilación y algunos tipos de aprendizaje; los cuales se tocarán a continuación.

2.4 APRENDIZAJE DE CONCEPTOS, REPRESENTACIONES Y PROPOSICIONES

El aprendizaje de representaciones “Ocurre cuando se igualan en significado, símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier noción al que sus referentes aludan” (Ausubel, 1983: 46).

Este aprendizaje es uno de los más importantes del cual dependen los demás tipos de aprendizajes, debido a que el niño en este aprendizaje relaciona el símbolo y el objeto de manera sustantiva y no arbitraria dependiendo de los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva.

En el aprendizaje de conceptos, estos pueden ser adquiridos a través de dos procesos, por formación y asimilación. En el proceso de formación de conceptos el niño aprende a partir de una serie de experiencias directas con el medio, en cambio el aprendizaje de conceptos por asimilación se produce en la medida en que el niño amplía su vocabulario, usando los conceptos que tenga en su estructura cognitiva y así diferenciar el nuevo objeto en color, forma y textura de los demás¹³.

El aprendizaje de proposiciones se da cuando el estudiante logra combinar y relacionar varias palabras de tal forma que produce un nuevo significado, el cual es asimilado por su estructura cognitiva, esto conlleva a deducir que si un aprendizaje de proposiciones es potencialmente significativo e interactúan conceptos con ideas ya establecidas entonces surge algo que se llama “nueva proposición”.

¹³ AUSUBEL, David P, NOVAK, Joseph D, HANESIAN, Helen. *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas, 1976.

2.4.1 Principio de asimilación

Es el proceso por el cual "la nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica la información recientemente adquirida y la estructura pre existente" (Ausubel, 1983: 71).

2.4.2 El concepto de área

Cuando un matemático intenta desarrollar una teoría aísla las propiedades comunes fundamentales, utilizándolos como principios teóricos ¹⁴, Euclides utilizó los principios teóricos en la geometría elemental como un sistema deductivo basado en axiomas. Este, también se utiliza en el proceso para la introducción axiomática del sistema de números reales y en el concepto de área.

Cualquier conjunto o función que satisfaga las propiedades de:

- no negatividad,
- aditividad,
- diferencia,
- congruencia,
- escala,
- exhaustión.

Además de los axiomas que se presentan a continuación se denominan función de área.

¹⁴ Falk, M. "Mathematics and cognition". Seminario pensamiento matemática y Educación matemática. Universidad Antonio Nariño. 28 de marzo de 2015

2.5 DEFINICIÓN AXIOMÁTICA DE ÁREA

Para definir axiomáticamente la magnitud área, es necesario establecer las siguientes propiedades¹⁵:

Supongamos que existe una clase \mathcal{M} de conjuntos de planos medibles y una función definida en un conjunto A , cuyo dominio es \mathcal{M} , con las siguientes propiedades:

1. **Propiedad de no negatividad.** Para cada conjunto S de \mathcal{M} , se tiene

$$a(S) \geq 0$$

2. **Propiedad aditiva.** Si S y T pertenecen a \mathcal{M} , entonces $S \cup T$ y $S \cap T$ pertenecen a \mathcal{M} , y $a(S \cup T) = a(S) + a(T) - a(S \cap T)$.

3. **Propiedad de la diferencia.** Sean S y T que pertenecen a \mathcal{M} , si $S \subseteq T$, entonces $T - S \in \mathcal{M}$, y $a(T - S) = a(T) - a(S)$.

4. **Invariancia por congruencia.** Si un conjunto S pertenece a \mathcal{M} y $T \cong S$ entonces $T \in \mathcal{M}$ y $a(S) = a(T)$.

5. **Elección de escala.** Todo rectángulo R que pertenece a \mathcal{M} . Si los lados de R tienen longitudes h y k , entonces $a(R) = hk$.

6. **Propiedad exhaustión.** Sea Q un conjunto que se encuentra entre dos regiones S y T , de modo que

$$S \subseteq Q \subseteq T.$$

Además, si existe uno y sólo un número c que satisface las desigualdades

$$a(S) \leq c \leq a(T), \quad \text{entonces } Q \text{ es medible y } a(Q) = c.$$

¹⁵ APOSTOL, Tom M. Cálculo Volumen I: Editorial Revestré S.A 1988 P. 72 - 73

A continuación se presentan los axiomas que definen la magnitud área:

Axioma 1: Establece que el área de un conjunto plano medible es un número positivo o nulo.

Axioma 2: Cuando un conjunto está formado por dos regiones, el área de la reunión es la suma de las áreas de las dos partes menos el área de su intersección. En particular, si la intersección tiene área nula, el área del conjunto es la suma de las áreas de las dos partes.

Axioma 3: Si restamos un conjunto medible S de un conjunto medible T mayor, la parte restante $T - S$ es medible y su área se obtiene por sustracción $a(T - S) = a(T) - a(S)$. En particular, este axioma implica que el conjunto vacío \emptyset es medible y tiene área nula. Puesto que $a(T - S) \geq 0$, el axioma 3 también implica la *propiedad de la monotonía*:

$$a(S) \leq a(T), \text{ para conjuntos } S \text{ y } T \text{ de } \mathcal{M} \text{ tales que } S \subseteq T .$$

3. METODOLOGÍA

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

La investigación desarrollada es de tipo descriptivo – cualitativo, puesto que es un método que da la oportunidad de trabajar eventos o problemáticas educativas, que permite medir variables con el fin de especificar las bases necesarias que debe adquirir el estudiante para construir en este caso, el concepto de área.

3.2 POBLACIÓN

La población con la que se trabajó fue la Institución Educativa Rodolfo Llinás de la ciudad de Villavicencio, esta se encuentra ubicada en el barrio la Reliquia unión 13 de Mayo, cuenta con estratos socioeconómicos 0,1 y 2 donde vive un gran porcentaje de familias desplazadas y vulnerables. Dicha institución cuenta con un total de 1300 estudiantes en jornada única, 130 pertenecientes a grado sexto.

3.3 MUESTRA

La muestra se conformó por 20 estudiantes de grado sexto A, cuyas edades oscilan entre los 11 y 13 años de edad.

3.4 INSTRUMENTOS

Los instrumentos diseñados para el desarrollo y el análisis de los resultados fueron un cuestionario de pre-conceptos, actividades didácticas y una tabla de categorías de análisis descritas de la siguiente manera:

- Cuestionario: Para el desarrollo del proyecto fue necesario la elaboración y aplicación de un pre-test en los estudiantes del grado sexto, con el fin de conocer las nociones del concepto de área en la asignatura de geometría.
- Actividades didácticas: Fueron diseñadas para que cada estudiante formara su propio concepto de área, teniendo en cuenta los pre-conceptos recogidos con el cuestionario. La primera actividad, rompecabezas y plegados; la segunda, descomposición y recomposición, y por último la tercera, comparación.
- Tabla “categorías de análisis”: Teniendo en cuenta el marco de referencia se elaboró una tabla para evaluar cada una de las categorías de los diferentes aspectos que relacionan la construcción del concepto de área, las cuales se dividieron en:
 - **Aproximación:** conformado por los siguientes ítems; **(L₁)** repartir equitativamente, **(L₂)** comparar y reproducir, **(L₃)** medir.
 - **Procesos asociados:** conformado por los siguientes ítems; **(S₁)** percepción, **(S₂)** comparación de orden $a < b < c$, **(S₃)** medidas (cálculos) y **(S₄)** estimación.
 - **Matemáticamente:** conformado por los siguientes ítems; **(M₁)** propiedad de no negatividad, **(M₂)** propiedad aditiva, **(M₃)** propiedad de diferencia, **(M₄)** invarianza y **(M₅)** elección de escalar.

Para determinar si el estudiante alcanzó los ítems de la tabla “categorías de análisis” en cada actividad se asignó como parámetro el número 1, si el estudiante logró el ítem evaluado y el número 0 si no lo logró.

Tabla 1. Categorías de análisis

Aproximación	Procesos Asociados	Matemáticamente
Repartir Equitativamente (L_1)	Percepción (S_1)	Propiedad de no negatividad (M_1)
Comparar y reproducir (L_2)	Comparación de orden $a < b < c$ (S_2)	Propiedad aditiva (M_2)
Medir (L_3) <ul style="list-style-type: none"> → Exhaución → Acotación → Transformación (romper y rehacer) 	Medidas (cálculos) (S_3)	Propiedad diferencia (M_3)
	Estimación (S_4)	Invarianza (M_4)
		Elección de escalar (M_5)

Fuente: María del olmo, y otros (1993); Chamorro y Belmonte (1994); Apóstol, Tom M.

3.5 FASES DEL PROCESO

Para el desarrollo de este proyecto se tuvo en cuenta cinco fases importantes:

Fase 1. Revisión de marco de referencia: se realizó una revisión bibliográfica donde se tuvo en cuenta artículos referentes a investigaciones acerca del aprendizaje significativo de David Ausubel y a la construcción del concepto de área de María del Olmo y María del Carmen Chamorro entre otros.

Fase 2. Diagnostica: se identificaron las ideas previas y conceptos previos que poseían los estudiantes acerca del concepto de área, mediante la elaboración de un pretest que se aplicó a los estudiantes del grado sexto de la institución educativa Rodolfo Llinás.

Fase 3. Diseño: según los resultados obtenidos en la fase diagnostica “pre-test”, se diseñaron 3 actividades didácticas con material potencialmente significativo para modificar la estructura cognitiva de los estudiantes, y así lograr construir el concepto de área, también se trabajó con la tabla llamada “categoría de análisis”, que fue usada como herramienta para la recolección de la información y la realización de los análisis.

Fase 4. Aplicación de la secuencia didáctica: se aplicaron las actividades didácticas propuestas para dar inicio a la construcción del concepto de área en los estudiantes de grado sexto A.

Fase 5. Análisis de la información: se analizó la información de las actividades según la categoría referente a la construcción del concepto de área, y finalmente se confrontaron los resultados del pre-test y el pos-test para determinar el avance o retroceso conceptual de los estudiantes en el desarrollo del proceso.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En los colegios, la geometría en la mayoría de los casos está planificada en la malla curricular, para el último periodo académico, lo que significa que algunos contenidos temáticos no son abordados con el tiempo suficiente para la asimilación de los conceptos, entre ellos el área, motivo principal de la investigación. Lo que desafortunadamente pasa con la enseñanza de los contenidos es la falta de estrategias para transmitirlos y la utilización de procesos memorísticos, con procesos mecánicos, en ejercicios de poca dificultad que no exponen al estudiante a situaciones reales que lo involucren en un aprendizaje significativo.

La realización del análisis se hizo con base a las fases propuestas de la metodología, del proyecto “secuencia didáctica para la construcción del concepto de área” realizada al grado sexto A del Colegio Alafás del Norte Concesión Institución Educativa Rodolfo Llinás.

Fase 1. Revisión marco de referencia

Se realizó la revisión bibliográfica para identificar los aspectos teóricos y pedagógicos relacionados con el concepto de área según la investigación; para esto, se seleccionaron los principales referentes teóricos entre los cuales se mencionan los siguientes: Lineamiento curriculares de matemáticas del MEN 1998. (Pensamiento métrico); Pensamiento métrico y sistemas de medidas 2005. Gutiérrez, Jesús y Vanegas; Medida y su didáctica para maestros 2003. Godino, Juan. Batanero, Carmen. Roa, Rafael; Estrategia para la enseñanza de los números fraccionarios 1998. Múnera, John; ¿algo más que el trabajo con fórmulas? 1993 Olmo, María y otros; La enseñanza de la magnitud área. Zapata, Fabio. Cano, Natalia; Cálculo volumen I 2008. Apóstol, Tom M; Pensamiento métrico: construcción del concepto de medida 2001. Rojas, Pedro Javier; Psicología

Educativa: un punto de vista cognositiva. Ausubel 1976, David P. Novak, Joseph. Hanesian, Helen; Adquisición y retención de conocimiento: una perspectiva cognositiva 1983. Ausubel, David. Barberán, Genís Sánchez 2002; Teoría del aprendizaje significativo. Ausubel, David; El problema de la medida 1994. Chamorro, Carmen. Belmonte, Juan; Aportaciones sobre el concepto de área 1993. Del Olmo, María. Moreno, María Francisca. Gil, Francisco.

Fase 2. Prueba diagnóstica “pre-test”

Objetivo: El Pre-test se aplicó para identificar las ideas y conceptos previos que tenían los estudiantes acerca del concepto de área: la cual fue desarrollada por 20 estudiantes del grado 6-A de la institución educativa.

Actividad: Para el desarrollo del Pre-test se elaboró un cuestionario con un lenguaje amable, entendible y fácil de contestar; algunas preguntas fueron abiertas como por ejemplo: explique con sus propias palabras ¿Qué es para usted área? Esta pregunta dio visos de diferentes aspectos, como lo son de tipo argumentativo y analítico. Igualmente se manejaron preguntas de selección múltiple con única respuesta, como por ejemplo: ¿En qué unidades se mide la superficie?, además se utilizaron imágenes ilustrativas para verificar procesos de comparación, teselación y estimación, también algunas propiedades matemáticas como por ejemplo la propiedad aditiva, de no negatividad e invarianza. (Ver anexo A)

Metodología: La aplicación del cuestionario inició a las 8:00 am, aplicándolo a un total de 20 estudiantes donde se les informó que hacían parte de un proyecto investigativo sobre la asignatura de geometría, luego se organizó el salón en 4 filas de 5 estudiantes dejando un espacio considerable entre cada uno.

El tiempo estimado para el desarrollo de la actividad fue de 50 minutos, durante este tiempo algunos estudiantes manifestaron dudas sobre el nombre de las figuras

correspondiente a la pregunta 7 (ver anexo A), también sobre la pregunta 9 (ver anexo A) por tener una grado de dificultad más alto al requerir procesos algorítmicos y análisis de situaciones problema.

Al finalizar se recogió el material en forma ordenada, en el tiempo establecido.

Análisis:

A continuación se presentan las preguntas en las que los estudiantes tuvieron la mayor cantidad de aciertos y desaciertos, mostrando también su respectivo análisis.

Pregunta 7

En esta pregunta se manejaron los procesos asociados: medidas de cálculos (S3), y de estimación (S4), también la propiedad de adición (M2).

Figura 1. Respuesta pregunta 7, E9

7. Observa las figuras dibujadas sobre la cuadrícula.

Figura 1. (Trapezoid with base 4, top 2, and height 2)

Figura 2. (Rectangle with width 4 and height 2)

Figura 3. (Triangle with base 2 and height 2)

El área de la figura 2 es igual a:

A. El área de la figura 1 más el área de la figura 3.

B. Dos veces el área de la figura 1.

C. Tres veces el área de la figura 3.

D. El área de la figura 1 menos el área de la figura 3.

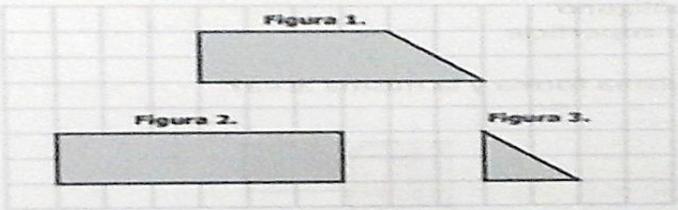
En la figura 1 se observa que el estudiante E9 llegó a la respuesta correcta porque aplicó el proceso de estimación, el cual es fundamental ya que le permite al estudiante acercarse a una medición compleja, teniendo conciencia del tamaño de los objetos como lo presenta el (M.E.N 1998, Pág.67)¹⁶ y al mismo tiempo realizó la reproducción de cada una de las opciones de la pregunta mientras que llegaba a

¹⁶ MEN, COLOMBIA. Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Magisterio, Bogotá, 1998.

la respuesta correcta, durante este proceso aplicó la teselación y la “medida por cálculos” (S3) en donde creó un patrón de medida para comparar las dos superficies¹⁷, añadido a esto, empleó la propiedad aditiva en donde comprobó que sí sumaba la figura 1 y figura 3 iba ser igual a la figura 2.

Figura 2. Respuesta pregunta 7, E15

7. Observa las figuras dibujadas sobre la cuadrícula.



El área de la figura 2 es igual a:

- A. El área de la figura 1 más el área de la figura 3.
- B. Dos veces el área de la figura 1.
- C. Tres veces el área de la figura 3.
- D. El área de la figura 1 menos el área de la figura 3.

En la figura 2 se puede observar que el estudiante E15 no alcanzó ninguna categoría de análisis propuesta para dicha pregunta, porque no tuvo claridad en el proceso de percepción al momento de aproximar materialmente las figuras e imaginarlas en movimiento, también se evidencia que confundió el proceso de teselación porque manejó un mal procedimiento eligiendo un patrón de medida inadecuado.

¹⁷ CHAMORRO, Carmen, BELMONTE, Juan. El problema de la medida. Matemáticas: cultura y aprendizaje, N°17. Editorial síntesis 1994.

Pregunta 9

En la pregunta 9 se trabajaron procesos asociados como: percepción (S1) y medidas por cálculos (S3).

Figura 3. Respuesta pregunta 9, E9

9. los azulejos son piezas de cerámica decoradas. Pueden tener diversas formas, aunque generalmente son de forma cuadrada o rectangular.

E1



*Cada azulejo es un cuadrado de lado 25cm

a. ¿Cuántos azulejos se necesitan para completar el mosaico? 0

b. ¿Cuál es el área del mosaico? 6

no



*cada azulejo es un rectángulo de base 12cm y altura 10cm.

a. ¿Cuántos azulejos se necesitan para completar el mosaico? 0

b. ¿Cuál es el área del mosaico? 30

no

Se puede apreciar en la figura 3, el estudiante no aplicó los procesos correspondientes para solucionar la pregunta, ni tuvo en cuenta las pistas de los asteriscos planteados en el ejercicio, por ende no realizó los procesos asociados a las medida del área de cada azulejo, para posteriormente obtener la media de la superficie de todo el mosaico.

Figura 4. Respuesta pregunta 9, E15

9. los azulejos son piezas de cerámica decoradas. Pueden tener diversas formas, aunque generalmente son de forma cuadrada o rectangular.



*Cada azulejo es un cuadrado de lado 25cm

a. ¿Cuántos azulejos se necesitan para completar el mosaico? 6

b. ¿Cuál es el área del mosaico? 3750



*cada azulejo es un rectángulo de base 12cm y altura 10cm.

a. ¿Cuántos azulejos se necesitan para completar el mosaico? 50

b. ¿Cuál es el área del mosaico? 3600

se puede observar que en la figura 4 el estudiante E15 llegó satisfactoriamente a la respuesta ya que al aplicar el proceso asociado S1 aproximó el objeto a una medida perceptiva y al mismo tiempo creó un patrón que le permitió medir la superficie de los mosaicos.

A continuación se nombran los ítems evaluados en la prueba diagnóstica correspondiente a la tabla “análisis de categorías”, elaborada como instrumento para la organización y el análisis de la información.

L₂: Comparar y reproducir.

L₃: Medir.

S₁: Percepción.

S₃: Medidas de cálculo.

S₄: Estimación.

M₂: Propiedad aditiva.

Tabla 2. Análisis según categorías

RESULTADOS DE PRE-TEST						
ESTUDIANTE	L2	L3	S1	S3	S4	M2
E1	1	1	0	1	1	1
E2	1	1	0	0	1	1
E3	0	1	0	1	1	1
E4	0	0	0	0	1	1
E5	1	1	1	1	1	1
E6	0	0	0	1	1	1
E7	1	1	1	1	1	1
E8	0	0	0	0	1	1
E9	1	1	1	1	1	1
E10	1	0	0	0	0	0
E11	0	1	0	1	1	1
E12	0	0	0	0	1	1
E13	1	1	1	1	1	1
E14	1	1	1	1	1	1
E15	0	0	0	0	0	0
E16	1	0	0	0	1	1
E17	1	1	0	0	0	0
E18	1	1	0	0	0	0
E19	1	0	0	0	1	1
E20	0	0	0	0	0	0
TOTAL	12	11	5	9	15	15

En la tabla 2 se puede observar que cinco estudiantes alcanzaron todos los ítems evaluados en el pre-test, según Gutiérrez, Jesús y Vanegas,¹⁸ dominan conceptos de magnitud y medida. Por otro lado María del Olmo y otros (1993), afirman que en la formación del concepto de área se dan tres tipos de aproximaciones L₁, L₂ y L₃ de las cuales cumplieron L₂ y L₃ que fueron evaluadas en el pre-test, además de ello, se concluyó que manejaron correctamente las operaciones utilizadas para la solución del problema de la pregunta número nueve (ver anexo A) aproximando el objeto a una medida perceptiva y al mismo tiempo crearon un patrón que les permitió medir las superficies de los mosaicos y por ende utilizar las pertinentes operaciones básicas.

Por otro lado, el estudiante E1 fue el único que alcanzó cinco ítems de los seis establecidos en el cuestionario, presentando falla en el proceso de percepción como lo dice Chamorro y Belmonte (1994) *“las medidas perceptivas que realizan los niños llevan a aproximar materialmente los objetos antes de imaginar el desplazamiento de un objeto a lo largo del otro si se trata de longitudes.”*¹⁹

También se puede aseverar que solo el 25% de los estudiantes cumplieron con todos los procesos involucrados en la prueba diagnóstica, demostrando bases sólidas de conocimientos previos para iniciar la construcción del concepto de área.

Según Ausubel "el alumno carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo"²⁰ (Ausubel, 1983: 37), esto quedó evidenciado en el 2% de los estudiantes al no presentar ningún acierto en la prueba diagnóstica.

¹⁸ GUTIÉRREZ, Jesús y VANEGAS, Dennis. Tesis: Pensamiento Métrico y sistemas de Medida. Universidad de Antioquia. 2005.

¹⁹ CHAMORRO, Carmen, BELMONTE, Juan. El problema de la medida. Matemáticas: cultura y aprendizaje, N°17. Editorial síntesis 1994.

²⁰ AUSUBEL, David, et. al. Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de a CEIF, 1983

Conclusiones: De acuerdo a lo anterior vale la pena citar a David Ausubel, quien menciona que el conocimiento que posee un estudiante en su estructura cognitiva relacionada con el tema de estudio, es el factor más importante para que el aprendizaje sea óptimo, añadido a esto los estudiantes mostraron falencias en algunos procesos asociados como percepción y medición.

Fase 3. Diseño (Actividades)

A partir de los resultados de la prueba diagnóstica surgió la necesidad de elaborar estrategias que apuntaron a la solución de la problemática; formulando la pregunta ¿cómo mejorar el proceso de construcción del concepto de área? Para ello se diseñaron tres actividades cuyos nombres son: rompecabezas y plegados, descomposición y recomposición y comparación; descritas de la siguiente forma:

Fase 4. Aplicación secuencia didáctica

A continuación la aplicación y análisis de cada una de las actividades didácticas realizadas para la construcción del concepto de área.

Actividad 1. Rompecabezas y plegados

Objetivo: Estimular la creatividad de los estudiantes utilizando la descomposición-recomposición, manipulación y apreciación desde diferentes perspectivas en este caso, desde los rompecabezas y los pegados.

Actividad: La actividad consistió en una serie de 20 preguntas, las primeras 9 estuvieron relacionadas con 10 rompecabezas diferentes, (ver anexo E). Algunas preguntas se diseñaron para la identificación de propiedades de los polígonos como por ejemplo, ¿Qué figuras ves dentro del rompecabezas?; otras de relación como, ¿todas son iguales?, también de descomposición y recomposición de cada uno de

los rompecabezas, como lo fue en la pregunta 9 ¿De cuantas maneras diferentes puede usted armar el rompecabezas?; (Ver anexo B) luego desde la pregunta 10 hasta la pregunta 20 se cambió la dinámica al trabajar con papel tres polígonos regulares (cuadrado, rectángulo, paralelogramo) todo esto con el propósito de no hacer rutinario el primer encuentro.

Metodología: La actividad inició a las 10:00 am, aplicándola a un total de 20 estudiantes los cuales se dividieron en 5 grupos de 4 personas, antes de entregarle la guía de trabajo a cada grupo se les explicó que se trabajarían dos momentos: el primero, un rompecabezas, y el segundo, plegados, en donde cada momento tendría un límite de tiempo de 1 hora.

Para el primer momento se les entregó un rompecabezas diferente a cada grupo con el cual debían contestar las primeras nueve preguntas, y al terminarlas si les alcanzaba el tiempo debían rotar los diferentes rompecabezas y contestar las mismas preguntas; durante este momento, se pudo observar motivación y agrado por parte de los estudiantes, igualmente ellos manifestaron inquietudes sobre la actividad como lo fue en el interrogante ¿Qué figuras ves dentro del rompecabezas?, y principalmente ¿en cuántas maneras diferentes puede usted armar el rompecabezas? evidenciando una falta de relación con las figuras y sus respectivos nombres además de dificultades en las aproximación de comparar y reproducir.

En el segundo momento a cada grupo se les entregó las figuras geométricas cortadas en papel (cuadrado, rectángulo y paralelogramo); ellos realizaron los respectivos dobleces indicados por la docente; se observaron dificultades al realizar los dobleces, y al no identificar los puntos medios de un segmento, o al doblar el papel por la diagonal de la figura como el paralelogramo por tener sus lados desiguales; se tomó como estrategia realizar cada paso del plegado y pasar por cada equipo de trabajo para supervisar el proceso. Los estudiantes experimentaron

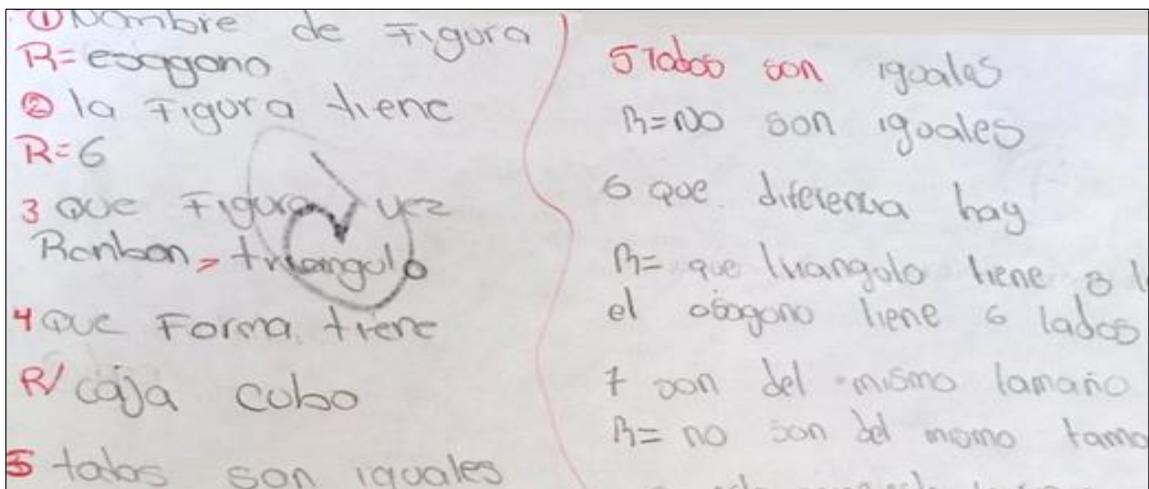
de cuántas formas podían descomponer las respectivas figuras, algunas iguales y otras no, se le pidió a los estudiantes que recompusieran la figura deseada, por ejemplo después de haber realizado los dobleces del rectángulo; una de las preguntas propuesta fue ¿con dobleces puedo obtener un triángulo rectángulo? o ¿puedo obtener un trapecio?, también se les explicó que debían formarlos doblando la figura por las marcas en el papel antes realizadas.

La actividad concluyó con éxito, pues se contó con la participación de todos los grupos, en donde se observó el apoyo de algunos estudiantes cuando les explicaban a otros las dificultades que presentaban.

Análisis: A continuación se presenta el análisis de los ítems que evaluaron las preguntas con mayor acierto y desacierto por parte de los estudiantes, se tuvo como referencia la tabla “categorías de análisis” elaborada como instrumento para la organización de la información.

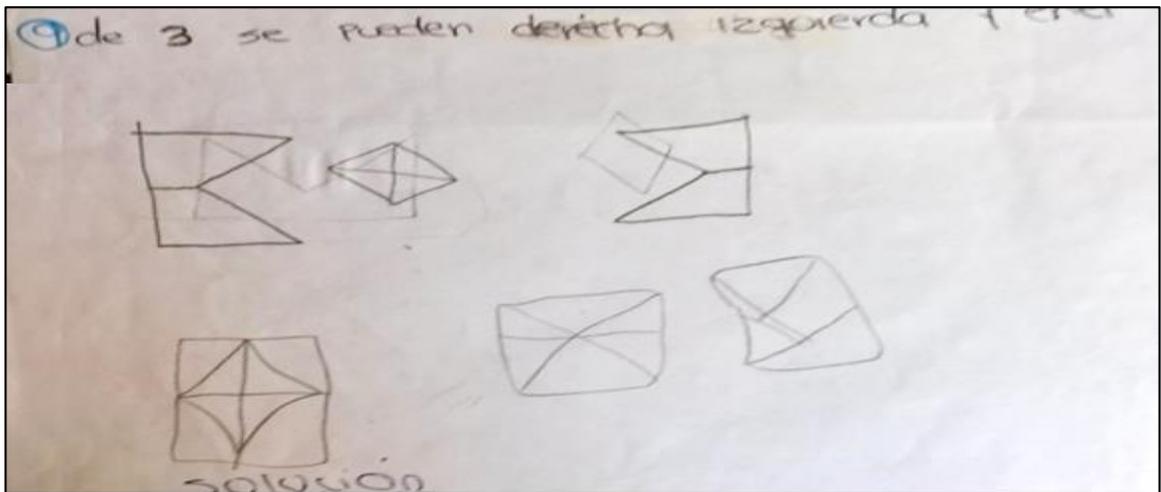
En la figura 5 se manejaron los procesos asociados a la estimación, la aproximación de medir a través de la transformación -romper y rehacer.

Figura 5. Respuesta grupo 5 (G5)



La respuesta del grupo 5 (G5) figura 5, estuvo ligada a la figura del rompecabezas que le correspondió, actividad 1 rompecabezas 6 (Anexo E), hexágono del cual extrajo correctamente el número de lados de la figura y argumentaron en qué piezas geométricas se podía descomponer como lo fue, en triángulo y rombo, afirmando lo expresado por Chamorro y Belmonte “las medidas perceptivas que realizan los niños llevan a aproximar materialmente los objetos antes de imaginar el desplazamiento”²¹

Figura 6. Respuesta grupo 3 (G3)



El grupo 3 (G3) figura 6, intentó realizar una recomposición del rompecabezas asignado, actividad 1 rompecabezas 1 rectángulo, (Anexo E) pero tuvieron errores en la transformación de rehacer, porque no conservaron la forma original del rompecabezas, ni el número de las fichas, como se evidencia en la figura 2 lado inferior izquierdo, al sólo utilizar triángulos y armar un cuadrado cuando la figura requerida era un rectángulo conformado por 4 triángulos y 4 trapecoides. De lo

²¹ CHAMORRO, Carmen, BELMONTE, Juan. El problema de la medida. Matemáticas: cultura y aprendizaje, N°17. Editorial síntesis 1994.

anterior se puede aseverar según Piaget.²² Que no tienen dominio de las dos operaciones elementales, conservación y transitividad.

A continuación se presenta el análisis de la tabla “rompecabezas y plegados” con los ítems que se evaluaron en la actividad 1, para ello se tomó como base la tabla “categorías de análisis”, también para mayor organización se designaron los grupos de la siguiente forma: G₁, G₂, G₃, G₄ y G₅.

Tabla 3. Análisis según categorías

ROMPECABEZAS Y PLEGADOS				
GRUPO	L₁	L₂	S₁	S₂
G₁	1	1	0	1
G₂	0	0	1	1
G₃	1	1	1	1
G₄	0	1	1	0
G₅	0	1	1	1
TOTAL	2	4	4	4

L₁: Repartir equitativamente.

L₂: Comparar y reproducir.

S₁: Percepción.

S₂: Comparación de orden $a < b < c$.

Se puede evidenciar, que el grupo 3 (G₃) establece reparticiones equitativas del espacio, comparan figuras y las reproducen en un distinto orden conservando la forma de la figura original del rompecabezas, igualmente, el grupo cumplió satisfactoriamente los procesos asociados a la percepción, al reorganizar el rompecabezas en distintas formas, mientras que el grupo 1 (G₁) no manejó una

²²ROJAS, Pedro Javier. Pensamiento métrico: construcción del concepto de medida. 2001.

adecuada percepción. Según Chamorro y Belmonte “ *las medidas que realizan los niños llevan a aproximar materialmente los objetos antes de imaginar el desplazamiento de un objeto a los largo del otro si se trata de longitudes*”²³ pero en cambio, demostró que logra repartir equitativamente una figura, compararla y reproducirla, situación que no realizó el grupo 2 (G₂), el cual sólo presentó procesos asociados de percepción y comparación al establecer diferencias entre los tamaño de las figuras, no muy lejos en la tabla, se observa que el grupo 5 (G₅) no llegó al proceso de repartición equitativa, debido a que no manejó bien los espacios, pero sí realizó procesos como: percepción, comparación de orden y de reproducción.

Conclusiones: Esta actividad permitió que los estudiantes experimentaran nuevas formas de aprendizaje y de fortalecimiento grupal, el material didáctico fue potencialmente significativo porque muchos de los estudiante manifestaron que lograban entender mucho mejor por medio de actividades lúdicas que con clases magistrales.

Sin embargo se presentaron algunas dificultades; una de ellas estuvo relacionada con la aproximación “repartir equitativamente” referida en plegados, pues los dobleces por la diagonal en las figuras como el paralelogramo y rectángulo pusieron a dudar a los estudiantes sobre la igualdad de los dos triángulos formados.

En general el 75% de los grupos manejaron correctamente cada uno de los ítems de categorías de análisis, mostrando un avance significativo con respecto a la prueba diagnóstica.

²³CHAMORRO, Carmen, BELMONTE, Juan. El problema de la medida. Matemáticas: cultura y aprendizaje, N°17. Editorial síntesis 1994.

Actividad 2. Descomposición y Recomposición

Objetivo: Construir el concepto de área por medio de la descomposición y recomposición, planteados en relación con experiencias cotidianas y cálculos matemáticos.

Actividad: Esta actividad consistió en 12 preguntas donde se manejaron descomposiciones y recomposiciones de figuras. Las preguntas de la 1 a la 4 se construyeron con el fin que el estudiante realizara mentalmente descomposiciones de figuras y llegara a cuestionarse si tenían o no la misma superficie, así pues, se introdujeron a la construcción del concepto de área. Una de estas preguntas fue: Imagínate que las siguientes figuras que están dibujadas a escala representan dos campos cubiertos de pasto. ¿Tiene el campo A la misma cantidad de pasto que el campo B? ¿Cómo lo puedes averiguar? (Ver anexo F), mientras que en las preguntas de la 5 a la 12 se trabajó recomposición, en donde el estudiante debía establecer equivalencias entre superficies a través del recubrimiento o la teselación, una de las pregunta mencionadas fue la número 7 (Ver anexo C).

Metodología: La aplicación de la segunda actividad, inició a las 8:00 am; en los primeros cinco minutos se les explico a los estudiantes (E) en qué consistía la actividad y el objetivo de la misma, luego se les entregó a cada uno el material de trabajo y se les dio de 50 minutos para desarrollarla.

Durante la actividad los estudiantes se mostraron motivados y un poco confundidos al momento de responder la pregunta 11 (Ver anexo C), debido a que se les dificultó un poco transformar una figura en otra sin que la medida de la superficie cambiara, también se evidenció en algunos estudiantes falencias con respecto a la rotación y traslación de figuras.

Sin embargo cabe resaltar que manejaron de forma adecuada el proceso de comparación y reproducción, porque crearon patrones de medida y teselaron sin ninguna dificultad.

Al finalizar el encuentro se hizo una mesa redonda con los estudiantes, en donde intercambiaron su actividad con otro compañero para que éste lo evaluara mientras que la docente fue dando las respuestas correctas.

Análisis: Para el desarrollo de esta actividad se tuvo en cuenta lo descrito por Euclides en su libro II de *LOS ELEMENTOS*, donde él propuso hallar el área de las figuras geométricas a través de la descomposición y recomposición, descomponiendo los diferentes paralelogramos para hallar el área de la figura deseada.

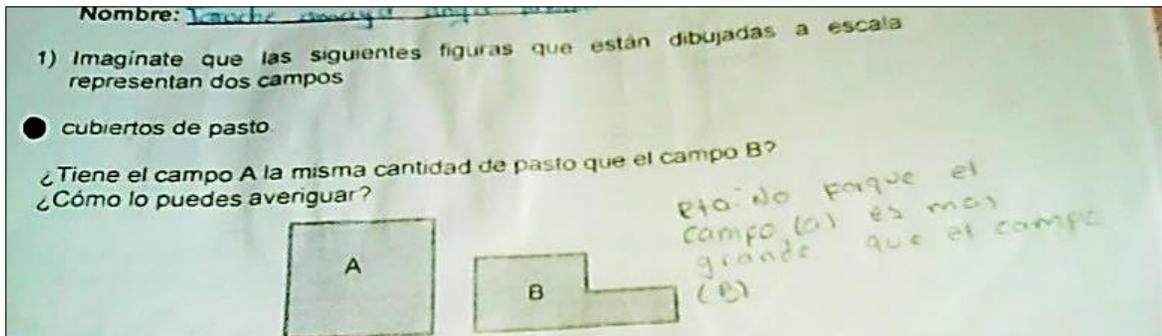
En la tabla (Ver anexo I) se observó que sólo en la pregunta 2 y 7 todos los estudiantes respondieron correctamente, de manera similar en la pregunta 6, 18 estudiantes contestaron acertadamente; en cambio entre 16 y 19 estudiantes contestaron incorrectamente la pregunta 1 y 11.

A continuación las imágenes de algunas respuestas de lo anteriormente descrito.

Pregunta 1 y 2

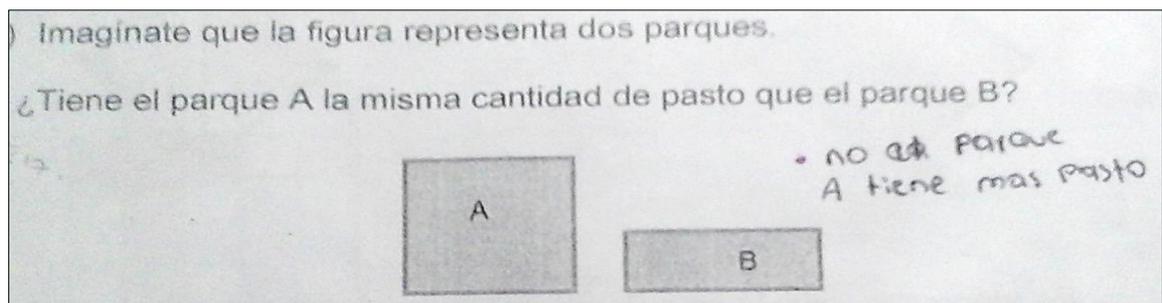
Teniendo en cuenta la tabla “análisis de categorías” la pregunta 1 y 2 evaluó los siguientes ítems: medición por transformación (**L3**), percepción (**S1**) y medida por cálculos (**S3**).

Figura 7. Respuesta pregunta1, E8.



En la imagen se puede evidenciar que el estudiante (E8) no realizó el proceso de aproximación por transformación (L3), dejando claro que no manejó de forma adecuada la descomposición del campo B, como lo expresa (Olmos y otros.1993) *“la superficie aparece ligada a un proceso de medida, ya sea para comparar, repartir o valorar”*²⁴, así mismo en el proceso de asociación por percepción (S1) se le dificultó construir un patrón de medida para llegar a la respuesta correcta, sumado a este, el proceso asociado de medidas (S3), en donde el estudiante debe tener comprensión y manejo de las magnitudes.

Figura 8. Respuesta pregunta número 2, E17



En la imagen se puede observar que (E17) contestó correctamente; para ello utilizó la categoría de aproximación (L3), en donde creó un patrón de medida para

²⁴ OLMO, María y otros. Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, Nº 19, Editorial síntesis, Madrid 1993

comparar dichos parques, dándose cuenta que el parque A tiene más cantidad de pasto que el parque B, podemos evidenciar también que en la categoría de procesos asociados (S1) el estudiante manejó medidas perceptivas para determinar que parque tenía mayor cantidad de pasto, por medio de un desplazamiento imaginario.

Pregunta 6 (mostrando cuatro formas de repartición equitativa)

Esta pregunta comprende únicamente el ítem repartir equitativamente (L1) de la categoría aproximación. A continuación se muestran las cuatro formas posibles de repartición equitativa utilizadas por la mayoría de los estudiantes para el desarrollo de esta situación problema.

Figura 9. Respuesta pregunta 6, estudiante (E4)

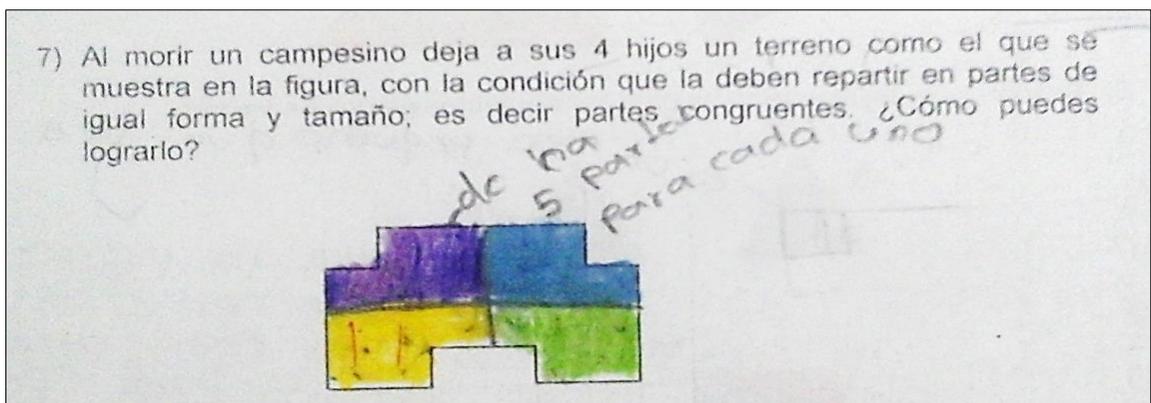


Figura 10. Respuesta pregunta 6, estudiante (E6).

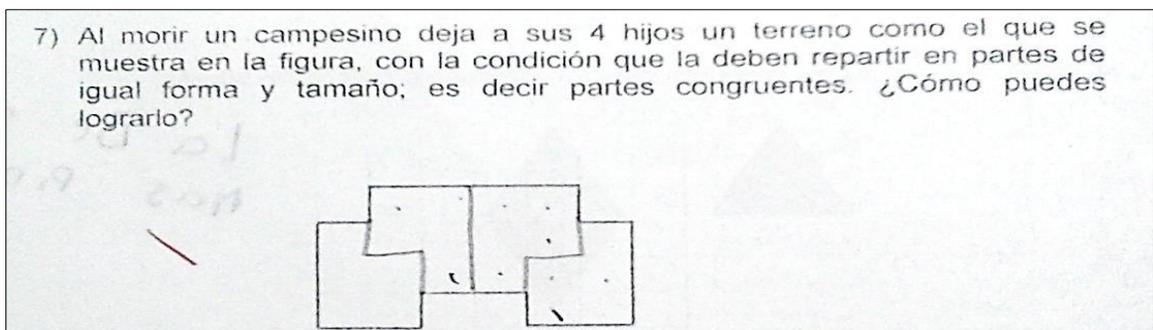


Figura 11. Respuesta pregunta 6, estudiante (E14).

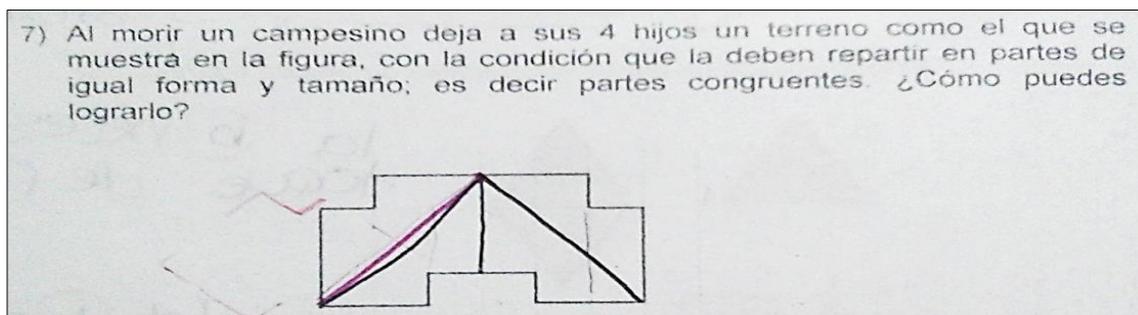
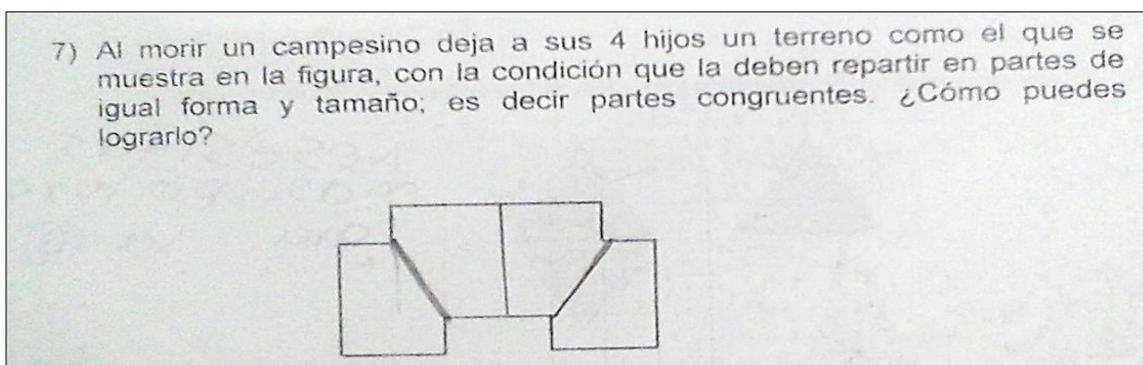


Figura 12. Respuesta pregunta 6, estudiante (E19)



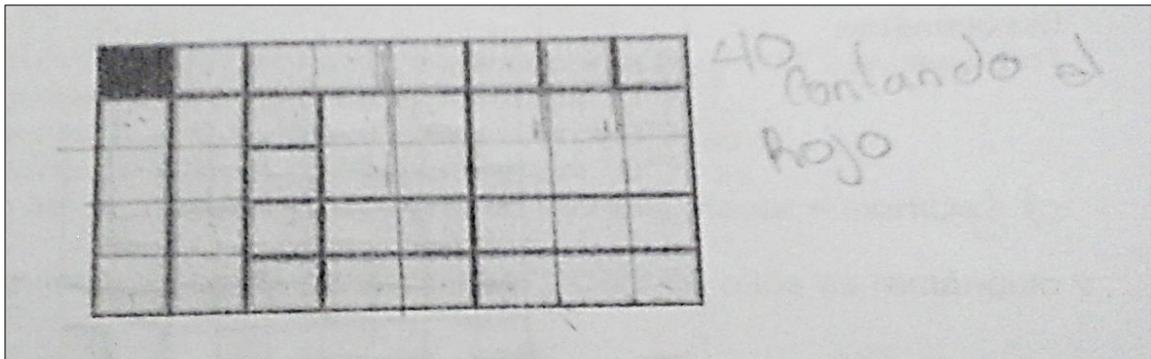
De acuerdo a las figuras anteriores se puede aseverar que los estudiantes realizaron el proceso de repartición equitativa (L1), porque empezaron superponiendo las cuatro partes en donde las fueron equilibrando hasta conseguirlo. Con esto se observó que los estudiantes tienen claridad respecto al concepto de fracción como parte de un todo, como lo afirma Múnera (1998) “las fracciones, como subáreas de una región unitaria, además de posibilitar la comprensión de esta relación parte todo, usadas de una forma más natural, también conducen a la noción de medición.”²⁵

²⁵ MÚNERA, John. Tesis: Estrategias para la enseñanza de los números fraccionarios. Universidad de Antioquia 1998.

Pregunta 7 y 11

Estas dos preguntas en la “categoría de análisis” manejan los siguientes ítems: repartir equitativamente (L1), comparar y reproducir (L2), medir (L3), percepción (S1) y medidas por cálculos (S3). A continuación se presenta el análisis de dichas preguntas.

Figura 13. Respuesta pregunta número 7, E3

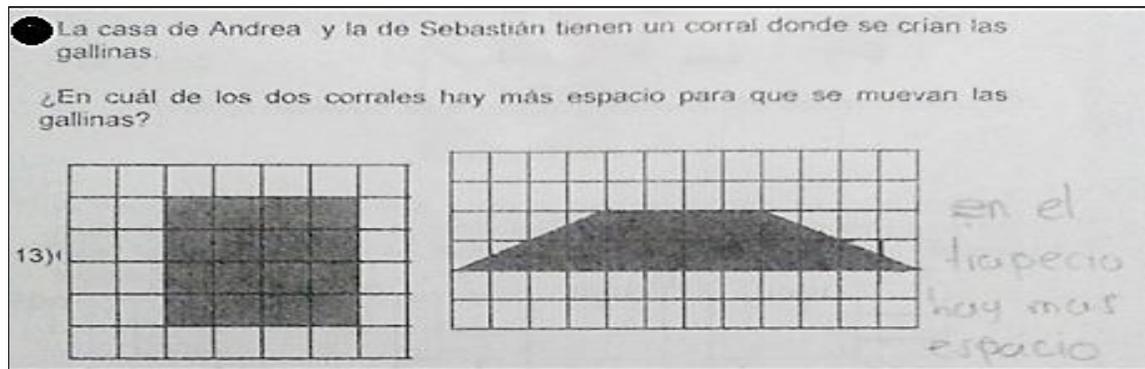


En la figura 8, podemos observar que el estudiante (E3) contestó correctamente, y para llegar a dicha respuesta realizó procesos de aproximación como repartir equitativamente (L1), comparar y reproducir (L2), y procesos de asociación como percepción (S1) y un proceso de medida por exhaustión con unidades (S3).

Con lo anterior se concluyó que el estudiante ya ha iniciado su proceso de construcción del concepto de área, como lo afirma María del Olmo y otros (1993) “para que se forme el concepto de área primero se deben dar tres tipos de aproximaciones: repartir equitativamente, medir y reproducir. Asociados a estos conceptos están los procesos de percepción, comparación, medida y estimación.”²⁶

²⁶ OLMO, María y otros. Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, Nº 19, Editorial síntesis, Madrid 1993

Figura 14. Respuesta pregunta 11, E3



En la anterior figura se puede evidenciar que (E3) no llegó a la respuesta correcta por que manejó de forma inadecuada los procesos de medición por transformación (romper y rehacer) (L3), en donde no logro darse cuenta que si descomponía el trapecio y lo volvía armar de una forma diferente podía aparecer el cuadrado, y el de cálculos (S3), porque no efectuó ninguna operación matemática básica para tratar de llegar a la solución del problema.

En la tabla 4, se nombran los ítems que se evaluaron en la actividad 2 correspondientes a la tabla “análisis de categorías”.

L2: Comparar y reproducir.

L3: Medir (exhaución, romper- rehacer).

S1: Percepción.

S2: Comparación de orden $a < b < c$.

S3: Medidas de cálculo.

M1: Propiedad de no negatividad.

M2: Propiedad aditiva.

M3: Propiedad diferencia.

Tabla 4. Análisis según categorías

ACT 2 PREGUNTA 1-4 (DESCOMPOSICIÓN)								
Estudiante	L ₂	L ₃	S ₁	S ₂	S ₃	M ₁	M ₂	M ₃
E1	1	0	1	0	0	1	0	0
E2	1	0	1	1	0	1	1	0
E3	1	0	1	1	0	1	1	0
E4	1	1	1	1	1	1	1	1
E5	1	0	1	1	0	1	1	0
E6	1	1	1	1	1	1	1	0
E7	1	0	1	1	0	1	0	0
E8	1	0	1	1	0	1	1	0
E9	1	0	1	1	0	1	0	0
E10	1	0	1	1	0	1	0	0
E11	1	0	1	1	0	1	1	0
E12	1	0	1	1	0	1	0	0
E13	1	0	1	1	0	1	1	0
E14	1	0	1	1	0	1	0	0
E15	1	0	1	1	0	1	0	0
E16	1	1	1	1	1	1	1	1
E17	1	1	1	1	1	1	1	1
E18	1	0	1	1	0	1	1	0
E19	1	0	1	1	0	1	1	0
E20	1	0	1	1	0	1	0	0
TOTAL	20	4	20	19	4	20	12	3

Tabla 5. Análisis según categorías

ACT 2 PREGUNTA 5-12 (RECOMPOSICIÓN)						
Estudiante	L ₁	L ₂	L ₃	S ₁	S ₃	M ₂
E1	1	1	0	0	0	1
E2	0	1	1	1	1	1
E3	1	1	1	1	1	1
E4	1	0	0	0	0	1
E5	1	1	0	0	0	1
E6	1	1	1	0	1	1
E7	1	1	0	1	0	1
E8	1	1	1	1	1	1
E9	0	0	0	0	0	1
E10	1	1	0	1	0	1
E11	1	1	0	1	0	1
E12	1	1	0	1	0	1
E13	1	1	1	1	1	1
E14	0	1	0	1	0	1
E15	1	0	0	1	0	1
E16	0	1	1	1	1	1
E17	1	1	0	1	0	1
E18	1	1	0	1	0	1
E19	1	1	0	1	0	1
E20	1	1	0	1	0	1
TOTAL	16	17	6	15	6	20

En la tabla (4) se puede observar que sólo 3 estudiantes realizaron todos los ítems establecidos al darle solución a las preguntas de la 1 hasta 4, sin embargo se puede evidenciar que sólo cuatro estudiantes realizaron los procesos de medida por cálculos (S3) y medidas por transformación (romper y rehacer) (L3) siendo capaces de transformar una figura a partir de la descomposición de la misma. Lo que nos indica que la mayoría de los estudiantes no reconocen la medida de la superficie como una interacción repetida de unidades que rehacen la figura o que conforman la misma.

En la tabla 5 de la actividad 2 se puede observar que más del 80% de los estudiantes se les dificulta restablecer un patrón de medida o efectuar operaciones, sin embargo el 90% de los estudiantes pudieron ejecutar procesos como: repartir equitativamente (L1), comparar y reproducir (L2), mientras que el 100% de los estudiantes utilizaron la propiedad aditiva (M2), y sólo 6 estudiantes de 20 lograron llegar al proceso de medición por transformación (romper y rehacer) (L3) y al de medida por (cálculos) (S3). Es decir, para los estudiantes es más fácil establecer procesos de suma al rehacer la figura pero no pueden comparar dichos resultados con otras operaciones como la multiplicación, aunque sin necesidad de otorgar un valor numérico a la medición, estos logran asignar relaciones de orden en cuanto a la medida o su tamaño (superficie).

De acuerdo a lo anterior se puede afirmar que la mayoría de los estudiantes están en el proceso de construcción del concepto “área”, porque según Chamorro y Belmonte²⁷ la medida es un proceso que comienza a partir de la percepción, y luego que el estudiante realiza este proceso de forma instintiva, empieza acercarse a la formación del concepto a través de tres aproximaciones importantes como lo son: repartir equitativamente, medir, comparar y reproducir, se puede ver entonces, que los estudiantes ya tienen claro la fracción como parte de un todo en la magnitud área, también cabe resalta lo que dice Ausubel “ el aprendizaje significativo ocurre

²⁷ CHAMORRO, Carmen, BELMONTE, Juan. El problema de la medida. Matemáticas: cultura y aprendizaje, N°17. Editorial síntesis 1994

cuando una nueva información se “conecta” con un concepto relevante “subsensory” pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente.”²⁸

Conclusiones: los estudiantes desde el inicio de la actividad estuvieron predispuestos y ansiosos por saber de qué se trataba este segundo encuentro, durante el desarrollo de la actividad repetían que las clases deberían ser más lúdicas porque así aprendían más fácil, un estudiante dijo: “profe, así entiendo mejor las cosas, porque todo en el tablero me aburre, y a veces me canso y no pongo cuidado”, también compararon algunas preguntas con casos de la vida diaria, esto deja entrever que los estudiantes están modificando su estructura cognitiva y que están formando un aprendizaje significativo, desafortunadamente se presentaron algunas debilidades en cuanto al desarrollo de algunas preguntas porque aún tienen problemas en cuanto a la traslación y rotación de objetos.

Actividad 3 comparación

Objetivo: Medir superficies mediante el recubrimiento total de la figura, utilizando una unidad de medida (triángulos, cuadrados, rectángulos, rombos).

Actividad: Esta actividad manejó un total de 14 preguntas, en donde cada una de ellas presenta una situación problema sobre comparación; esto con el fin de ayudar a que el estudiante vaya enlazando la nueva información con la que ya posee. Para el diseño de la misma se tuvo en cuenta las preposiciones de Euclides, donde él comparó diferentes figuras para determinar el área de un rectángulo a través del área de dos triángulos.

²⁸ AUSUBEL, David, et, al. Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de a CEIF, 1983

La mayoría de las preguntas de esta actividad estuvieron bajo cuadrícula, siendo esta la primera etapa por la cual debieron pasar los estudiantes para luego realizar construcciones mentales sin ayuda de la misma, logrando así un mejor desarrollo de su pensamiento geométrico.

Las preguntas de la 1 hasta la 5 de esta actividad permitieron que los estudiantes establecieran equivalencias entre superficies a través de la comparación y el recubrimiento, algunas de estas preguntas fueron: ¿cuántas unidades como la muestra se necesitan para cubrir la siguiente figura?, las siguientes figuras representan el piso de ciertas habitaciones. Colorea la que pienses que tiene mayor superficie, entre otras (Ver anexo D). Mientas que en las preguntas 6 hasta la 8 de esta actividad se trabajó descomposición de figuras en unidades, por ejemplo: Nancy tiene seis cuadrados de cartulina iguales al que se aprecia en la figura I. Con estos cuadrados ella montó la figura II ¿De cuántos triángulos rectángulos está compuesta la figura II? entre otras. (Ver anexo D), por último el propósito en las preguntas 9 hasta la 12 fue que el estudiante demostrara de cuántas unidades estaba compuesta la figura, e hiciera medidas o cálculos como procesos asociados.

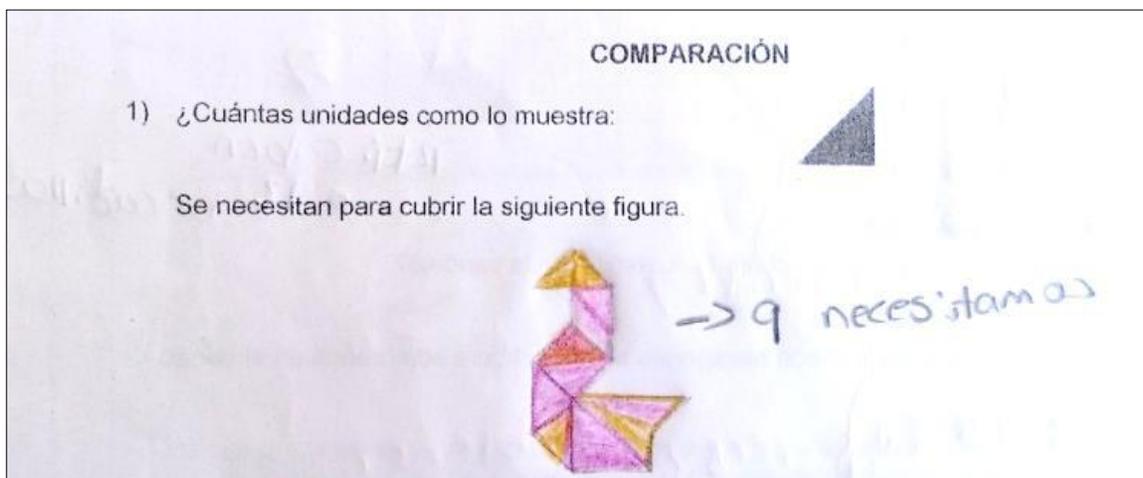
Metodología: Este tercer encuentro inicio a las 8:00 am, se trabajó con 20 estudiantes a los que se les explico en los primeros 5 minutos en qué consistía la actividad que iban a trabajar, también se les felicitó por el avance que habían logrado hasta el momento en la construcción del concepto de área.

Durante el desarrollo de esta actividad los estudiantes se mostraron muy entusiasmados y con ganas de trabajar, porque afirmaban que así estaban aprendiendo más rápido y podían relacionar lo que se les enseñaba con la vida cotidiana, muchos de ellos crearon patrones de medida y otros decidieron pasar al tablero a resolver la pregunta número 10 (Ver anexo D). Al finalizar la clase todos los estudiantes entregaron a tiempo y manifestaron que esperaban más actividades lúdicas.

Análisis: A continuación se presenta el análisis de los ítems que evaluaron las preguntas con mayor acierto y desacierto por parte de los estudiantes, según la tabla “categorías de análisis” elaborada como instrumento para la organización de la información.

Pregunta 1

Figura 15. Respuesta Pregunta 1, E20

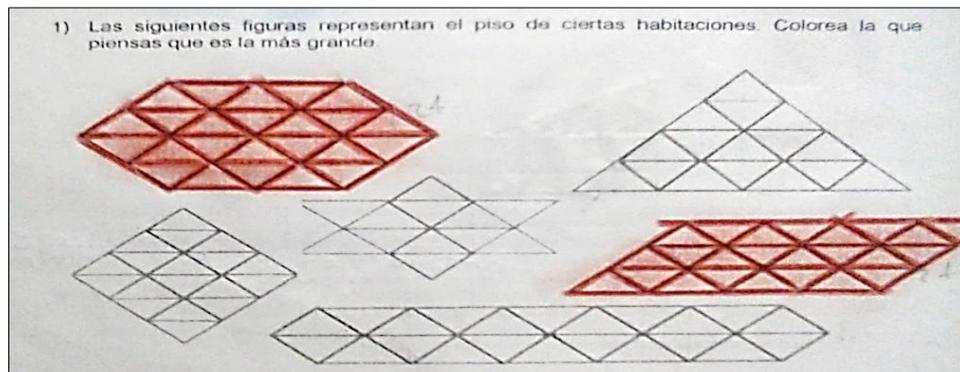


En esta pregunta se manejaron algunos procesos como: percepción (S1), comparación de orden $a < b < c$ (S2), comparar y reproducir (L2) y propiedad de no negatividad (M1).

En esta pregunta sólo el estudiante (E20) logró realizar estos procesos, y para ello lo primero que hizo fue aproximar el objeto materialmente utilizando la muestra como patrón de medida, estableciendo las diferencias y semejanzas de cada uno de los tamaños de las superficies para luego teselar la figura.

Pregunta 3

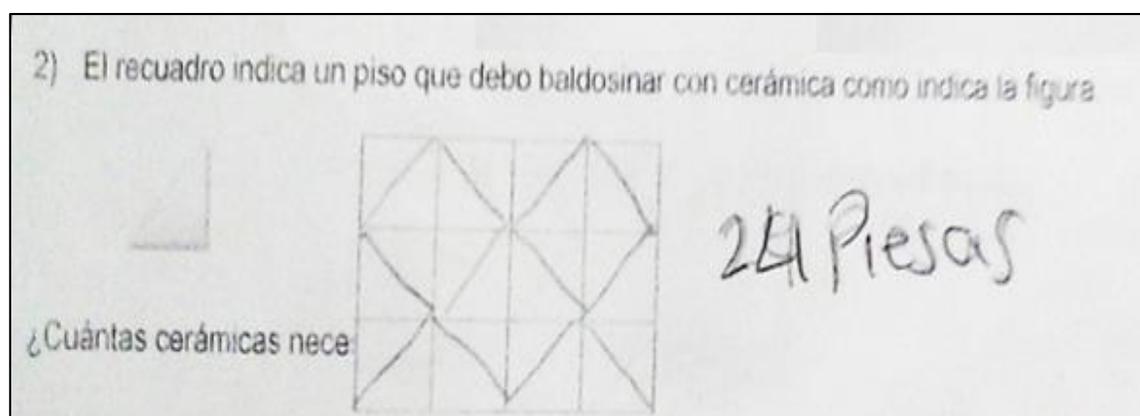
Figura 16. Respuesta pregunta 3, E11



Esta pregunta evalúa los siguientes procesos: percepción (S1), propiedad de no negatividad (M1) y elección de escalar (M5), según Chamorro y Belmonte²⁹ las medidas perceptivas llevan a los niños a aproximar materialmente un objeto, esto queda evidenciado en la figura 16, también se puede observar que independientemente de la forma de la figura el estudiante concluyó que tenían la misma superficie.

Pregunta 4

Figura 17. Respuesta pregunta 4. E3



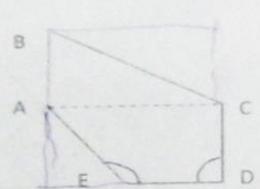
²⁹ CHAMORRO, Carmen, BELMONTE, Juan. El problema de la medida. Matemáticas: cultura y aprendizaje, N°17. Editorial síntesis 1994

La pregunta 4 evaluó procesos como: repartir equitativamente (L1), estimación (S1) y propiedad de no negatividad (M1) en donde el estudiante para llegar a la respuesta correcta tuvo que aproximar el objeto materialmente, luego utilizó el patrón de medida que se le dio en la pregunta, teselando toda la superficie del recuadro, en la imagen se evidencia que el estudiante hace reparticiones equitativas, como dice Múnera “las fracciones, como subáreas de una región unitaria, además de posibilitar la comprensión de esta relación parte todo, usadas de una forma más natural, también conducen a la noción de medición.”³⁰

Pregunta 7

Figura 18. Respuesta pregunta 7, E 19

5) La figura representa el terreno de Doña Bertha



Con una cerca representada por el segmento AC se divide el terreno en dos partes.

a) ¿Cuál de las dos partes en que queda dividido el terreno tiene mayor superficie?
 ¿Por qué llegaste a esta conclusión?

b) Si quiero cubrir cada terreno con la siguiente figura  ¿Qué puedo concluir con respecto a los dos terrenos?

6) Nancy tiene seis cuadrados de cartulina iguales al que se aprecia en la figura I. Con estos cuadrados ella montó la figura II

Handwritten notes in blue ink:
 Por q' observe la figura
 Necesitas 6 figuritas para llenar el terreno de Doña Bertha
 uno es pequeño y otro grande

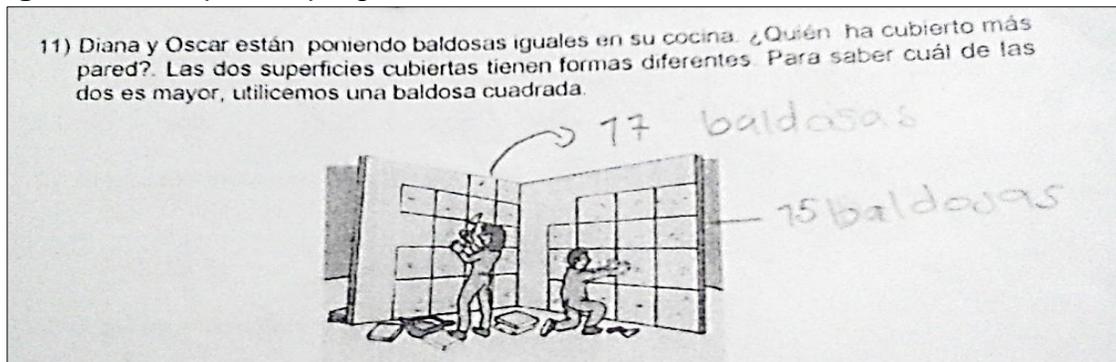
La pregunta 7 evaluó diferentes procesos como: comparación de orden (S2) al momento de establecer diferencias entre las superficies por medio de la estimación, propiedad de no negatividad (M1) puesto que no se evidencia números negativos y

³⁰ MÚNERA, John. Tesis: Estrategias para la enseñanza de los números fraccionarios. Universidad de Antioquia 1998.

propiedad de la diferencia (M3) e Invarianza (M4) de la superficie, debido a que debe guardar la figura original y subdividirla con un patrón de medida dado.

Pregunta 13

Figura 19. Respuesta pregunta 13, E4.



La pregunta número trece evaluaba la propiedad de medir por exhaustión (L3), donde el estudiante tuvo que rellenar el interior de la superficie con unidades más pequeñas sin superponerlas, en este caso la unidad de superficie era la baldosa, también de no negatividad (M1), al ser consciente de que una magnitud no puede ser negativa. Con todo se evidencia que el estudiante llegó a la solución de la situación problema porque manejó correctamente los procesos. Como dice Olmo y otros (1993) la medición contiene situaciones en las que la superficie aparece “ligada a un proceso, ya sea para comparar, repartir o valorar”³¹

A continuación se nombran los ítems que se evaluaron en la actividad 3 correspondientes a la tabla “análisis de categorías”.

L₁: Repartir equitativamente.

L₂: Comparar y reproducir.

S₁: Percepción.

³¹ OLMO, María y otros. Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, Nº 19, Editorial síntesis, Madrid 1993

S₂: Comparación de orden $a < b < c$.

S₃: Medidas de cálculo.

M₁: Propiedad de no negatividad.

M₂: Propiedad aditiva.

M₃: Propiedad diferencia.

M₄: Invarianza.

M₅: Elección de escalar.

ANÁLISIS ACTIVIDAD 3

Tabla 6. Análisis según categorías.

ESTUDIANTE	ACTIVIDAD 3 CCOMPARACION									
	L1	L2	S1	S2	S3	M1	M2	M3	M4	M5
E1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
E2	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
E3	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
E4	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
E5	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
E6	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1
E7	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
E8	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
E9	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
E10	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
E11	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0
E12	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
E13	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
E14	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
E15	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
E16	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
E17	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
E18	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
E19	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
E20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TOTAL	4	6	1	4	18	20	18	4	4	4

En la tabla 6 se evidencia que todos los estudiantes tuvieron en cuenta la propiedad axiomática del área de no negatividad, al asumir que ningún área es negativa a partir de la observación de figuras.

Por el contrario se identificaron las falencias que tienen la mayoría de los estudiantes en el uso de la propiedad “diferencia”, esta fue evaluada solamente en la respuesta de la pregunta 7 (Ver anexo D), donde solo 24% de los estudiantes logró una respuesta correcta.

Otro proceso asociado de gran impacto dentro de la actividad fue el de medida por cálculos (S3), en donde se observó un avance significativo, cabe resaltar lo que dice Ausubel “ el aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información se conecta con un concepto relevante pre existente en la estructura cognitiva”, sin embargo la propiedad axiomática “aditiva” (M2) fue lograda por la mayoría de los estudiantes, donde sólo cuatro de ellos no realizaron procesos como repartir equitativamente (L1), comparar y reproducir (L2), esto por mal manejo de patrones, de medida y procesos de teselación.

Conclusiones: Durante toda la actividad los estudiantes mostraron agrado, participando e intercambiando ideas unos con otros, se percibió más seguridad al momento de responder preguntas en donde tenían que medir por cálculos, también se presentaron algunas debilidades por parte de los estudiantes a la hora de repartir, comparar y reproducir de forma equitativa algunos elementos.

Fase 5. Análisis de la información

El análisis se realizó haciendo una confrontación de los resultados del pre-test, donde los estudiantes iniciaron dando los bisos de los conocimientos previos sobre él área y el pos-test, buscando con ello validar la viabilidad de la secuencia didáctica,

luego de haber trabajado las tres actividades propuestas y descritas anteriormente para la construcción del concepto área.

Igualmente tanto el pre-test como el pos-test y las actividades diseñadas, evaluaron aproximaciones, procesos asociados y propiedades del área relacionadas en el instrumento "categorías de análisis". En la tabla 7 encontrarán los resultados finales de cada estudiante con respecto a cada ítem, los procesos correctos se denominaron uno (1) e incorrecto cero (0) se presentaron tres situaciones particulares, la primera cuando los estudiantes superaron el proceso para el pos-test, llamado avance, representado con la letra **A**, la segunda cuando mostraron un mantenimiento en las dos pruebas, representado con la letra **M** y por último un retroceso, cuando realizaron correctamente los ítem en el pre-test y en el pos-test se obtuvo un resultado contrario, nombrado con la letra **R**.

ANALISIS CONFRONTACION PRE Y POS TEST

Tabla 7. Confrontación pre-test y pos-test.

CONFRONTACION PRE- TES POS-TEST																		
	L2		FINAL	L3		FINAL	S1		FINAL	S3		FINAL	S4		FINAL	M2		FINAL
	PRE-TEST	POS-TEST		PRE-TEST	POS-TEST		PRE-TEST	POS-TEST		PRE-TEST	POS-TEST		PRE-TEST	POS-TEST		PRE-TEST	POS-TEST	
E1	1	1	M	1	1	M	0	1	A	1	1	M	1	1	M	1	1	M
E2	1	1	M	1	1	M	0	1	A	0	1	A	1	1	M	1	1	M
E3	0	0	M	1	0	R	0	1	A	1	1	M	1	1	M	1	1	M
E4	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	1	A	1	1	M	1	1	M
E5	1	1	M	1	0	R	1	0	R	1	1	M	1	0	A	1	0	R
E6	0	1	A	0	1	A	0	1	A	1	0	A	1	1	M	1	1	M
E7	1	0	R	1	0	R	1	1	M	1	1	M	1	1	M	1	1	M
E8	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	1	A	1	1	M	1	1	M
E9	1	1	M	1	1	M	1	1	M	1	1	M	1	1	M	1	1	M
E10	1	1	M	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	1	A
E11	0	1	A	1	1	M	0	1	A	1	1	M	1	1	M	1	1	M
E12	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	1	A	1	1	M	1	1	M
E13	1	1	M	1	1	M	1	1	M	1	0	R	1	0	R	1	1	M
E14	1	1	M	1	1	M	1	1	M	1	1	M	1	1	M	1	1	M
E15	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	1	A
E16	1	1	M	0	1	A	0	1	A	0	1	A	1	1	M	1	1	M
E17	1	1	M	1	1	M	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	1	A
E18	1	1	M	1	1	M	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	1	A
E19	1	1	M	0	1	A	0	1	A	0	1	A	1	1	M	1	1	M
E20	0	1	A	0	1	A	0	1	A	0	0	A	0	0	M	0	1	R
TOTAL	12	18		11	17		5	19		9	17		15	17		15	19	

L2: Comparar y reproducir.

L3: Medir.

S1: Percepción.

S3: Medidas.

S4: Estimación.

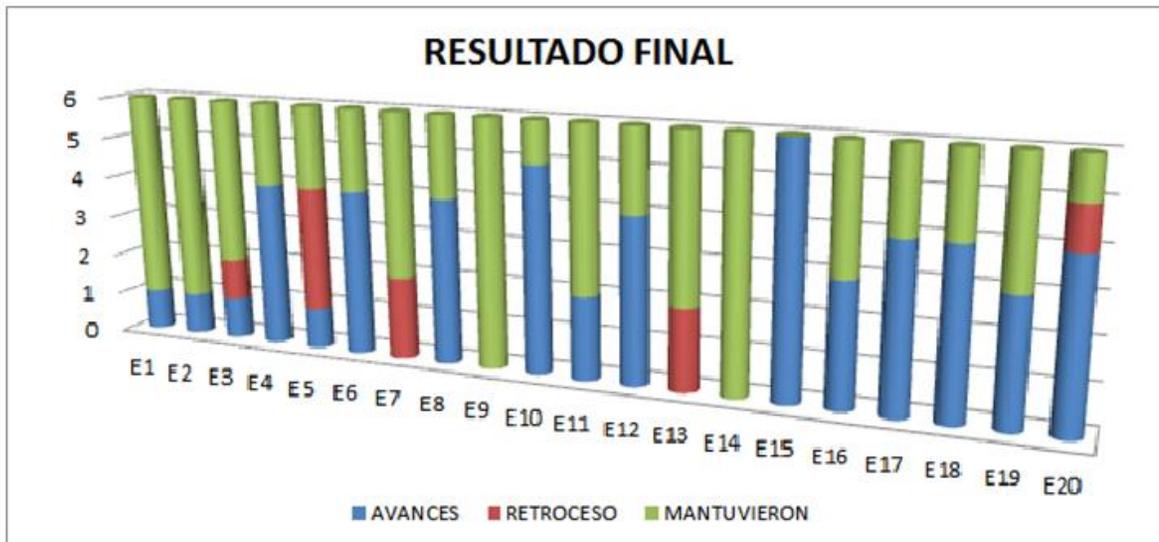
M2: Propiedad aditiva.

De la tabla anterior se puede asegurar, tomando en cuenta el acumulado de cada proceso que hubo un avance general en cada ítem evaluado, y el más representativo fue el proceso asociado de la percepción, donde el estudiante logró construir la medida de los objetos, como lo afirma Chamorro y Belmonte (1994) “las medidas perceptivas que realizan los niños llevan a aproximar materialmente los objetos antes de imaginar el desplazamiento de un objeto a lo largo de otro” en un 75% el avance fue significativo adquirido por formación como lo habla David Ausubel³² “en el proceso de formación de conceptos, el niño aprende a partir de una serie de experiencias directas con el medio” en este caso las actividades diseñadas para el fin de la investigación.

La información de la tabla 7 se presenta en la gráfica 1 para mayor claridad del proceso de cada estudiante.

³² AUSUBEL, David P, NOVAK, Joseph D, HANESIAN, Helen. Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas, 1976.

Gráfica 1. Resultado final



El estudiante E15 manifestó una particularidad única en el grupo, según los resultados del pre-test no manifestó ningún conocimiento previo al concepto área, lo que significa que no se presentó un aprendizaje significativo durante el proceso, “el alumno carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea completamente significativo”³³ (Ausubel, 1983; 37) generando en él un conocimiento nuevo sobre el concepto.

El 8% de los estudiantes reportó un retroceso en alguno de los ítem, principalmente en la aproximación de medir (L3), con tres retrocesos y la propiedad aditiva (M2) con dos, una de las causas fue la mala interpretación de lectura en el punto nueve del pos-test no confundieron las operaciones pertinentes para hallar las áreas de los mosaicos y con relación a la propiedad aditiva.

Otro caso particular que cabe la pena mencionar es el principio de asimilación que manifestó el estudiante E10, donde “la nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica

³³ AUSUBEL, David, et, al. Teoría del aprendizaje significativo. Fascículo de a CEIF, 1983.

la información recientemente adquirida y la estructura pre existente”³⁴ (Ausubel, 1983:71).

Si realizamos un conteo de cuantos estudiantes presentaron avance en algunas de las actividades propuestas, podemos concluir que un 42% lo lograron sin la necesidad de introducir una definición previa al concepto, siguiendo la secuencia de actividades las cuales presentaban situaciones problemas de la vida real, se observó a estudiantes elaborando su propio patrón de medida para responder correctamente los interrogantes, igualmente contribuyo las experiencias significativa como lo fue la actividad de rompecabezas y plegados la cual tuvo un éxito rotundo al manejar material didáctico, la actividad dos descomposición y recomposición, y la actividad tres, de comparación la cual implicaba establecer diferencias y semejanzas sobre el tamaño de las superficies.

³⁴Ibíd.

5. CONCLUSIONES

- En cada actividad de la secuencia didáctica se realizaron situaciones problemas lúdicas, a las cuales los estudiantes respondieron con motivación y curiosidad, evidenciando procesos de aprendizaje significativo, al trabajar desde las nociones del concepto de área según el resultado de la prueba diagnóstica y compararlo con el nivel de respuestas del pos-test.
- Los estudiantes presentan dificultades al establecer un patrón de medida y realizar procesos de teselación, al no repartir equitativamente una superficie utilizando una figura determinada ni cubrirla completamente, siendo motivo de lo anterior la falta de práctica o clases teóricas con ejercicios mecánicos o algoritmos para el cálculo y no la comprensión del concepto área.
- Los errores en que incurren los estudiantes al momento de asimilar el concepto de área se relacionan según la tabla de categorías a procesos asociados de repartir, comparar y medir; aproximaciones de percepción, de orden y de estimación igualmente con las propiedades axiomáticas del concepto sumado a esto la falta de conceptos previos.
- El diseño de las estrategias por procesos en diferentes sesiones permiten establecer la evolución del cada estudiante, encaminándolo hacia la propia construcción del concepto, sin la imposición de una definición establecida, dando como resultado un aprendizaje significativo al ver su aplicación en situaciones reales que anteriormente no relacionaba con el tema.

6. RECOMENDACIONES

- Realizar una prueba piloto en cada una de las actividades para evitar descartar preguntas que demuestren no contribuir a la realización del objetivo como lo fue en la actividad 1.
- Se recomienda la utilización de materiales didácticos o ambientes de aprendizajes diferentes que rompan con la educación tradicional y mejoren el proceso de enseñanza en los estudiantes.
- Diseñar actividades para identificar y solucionar las dificultades, o vacíos conceptuales encontrados en el pre test.
- Se recomienda a las Instituciones Educativas, realizar secuencias didácticas potencialmente significativas con las que el estudiante puede modificar su estructura cognitiva.
- Tener en cuenta los procesos realizados por los estudiantes al momento de evaluarlos, porque sirve para determinar en qué procesos de aprendizaje se encuentra cada uno.

BIBLIOGRAFÍA

ANCOCHEA, Bernat. Las funciones de las calculadoras simbólicas en la articulación entre la geometría sintética y la geometría analítica en secundaria. 2011.

APOSTOL, Tom M. Cálculo volumen I: Editorial Reverte S.A 1988 p. 72-73.

AUSUBEL, David P, NOVAK, Joseph D, HANESIAN, Helen. Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas, 1976.

AUSUBEL, David Paul; BARBERÁN, Genís Sánchez. *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós, 2002.

AUSUBEL, David, et, al. Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de a CEIF, 1983

ARENAS AVELLA, Mario Fernanda. “Propuesta didáctica para la enseñanza de área y perímetro en figuras planas”. Tesis doctoral. Universidad Nacional de Colombia. 2012.

CHAMORRO, Carmen, BELMONTE, Juan. El problema de la medida. Matemáticas: cultura y aprendizaje, N°17. Editorial síntesis 1994.

CHAMORRO, María del Carmen. Herramientas de análisis en Didáctica de las Matemáticas. En: Didáctica de las Matemáticas. 1 ed. Madrid España: Pearson Prentice Hall, 2005. p. 40 – 62.

DEL OLMO, María, MORENO, María Francisca, GIL, Francisco, Aportaciones sobre el concepto de área. En: Superficie y Volumen. 1 ed. Madrid España: Editorial Síntesis S.A 1993. p. 15 – 45.

FALK, M. “Mathematics and cognition”. Seminario pensamiento matemática y Educación matemática. Universidad Antonio Nariño. 28 de marzo de 2015.

GARCIA PEÑA, Silvia y Olga Leticia ESCUDERO. La enseñanza de la geometría. INNE México 2008.

GUTIÉRREZ, Jesús y VANEGAS, Dennis. Tesis: Pensamiento Métrico y sistemas de Medida. Universidad de Antioquia. 2005.

GODINO, Juan. BATANERO, Carmen. ROA, Rafael. “Medida y su didáctica para maestros”. Universidad de Granada. 2003

GRAJALES, Tevni. Tipos de investigación. On line) (27/03/2.000). Revisado el, 2000.

MEN, COLOMBIA. Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Magisterio, Bogotá, 1998.

MEN. Lineamientos curriculares. Área de matemáticas. Cooperativa Editorial MAGISTERIO. 1998.

MEN, COLOMBIA. Estándares básicos de matemáticos. Santafé de Bogotá, Mayo 2003.

MUNERA, John. Tesis: Estrategias para la enseñanza de los números fraccionarios. Universidad de Antioquia 1998.

OLMO, María y otros. Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, Nº 19, Editorial síntesis, Madrid 1993.

RODRIGUEZ, María Luz. La teoría del aprendizaje significativo, Pamplona. España. 2004

ROJAS, Pedro Javier. Pensamiento métrico: construcción del concepto de medida. 2001.

ZAPATA, Fabio; CANO, Natalia. La enseñanza de la magnitud área. 2008.

ANEXOS



ANEXO A

Nombre: _____ Fecha _____

1. Explique con sus propias palabras qué es área:

2. ¿Qué diferencia encuentras entre superficie y área?

3. En que unidades se mide la superficie:

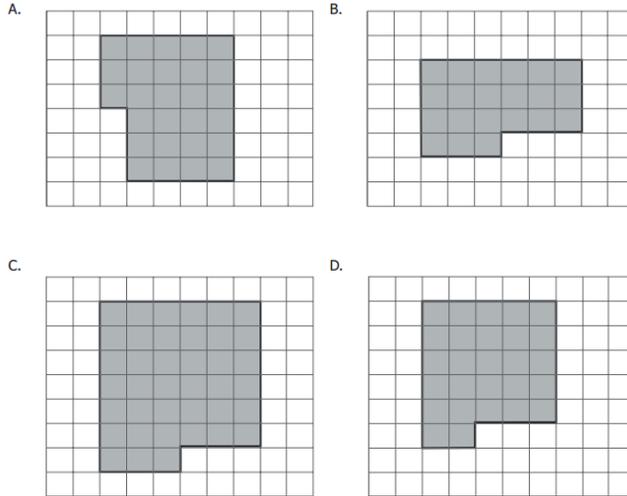
- a) metros cuadrados, metros cúbicos, pulgadas cuadradas
- b) metros cúbicos, pulgadas cúbicas ,centímetros cúbicos
- c) metros cúbicos, pulgadas cuadradas, metros cuadrados.
- d) metros cuadrados, centímetros cuadrados, pulgadas cuadradas.

4. El área de un polígono es igual a:

- a) El volumen de la superficie cerrada
- b) La medida de la superficie cerrada
- c) La medida del espacio exterior del polígono
- d) La medida de la línea que encierra la superficie

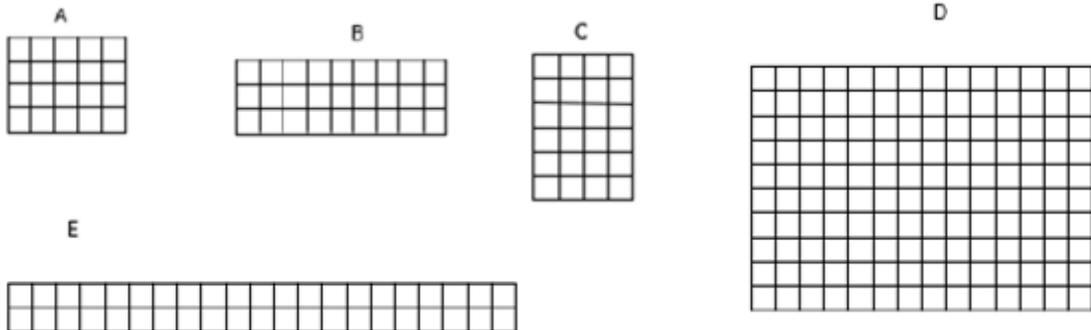


5. ¿cuál de las siguientes figuras tiene la misma forma y la misma área?



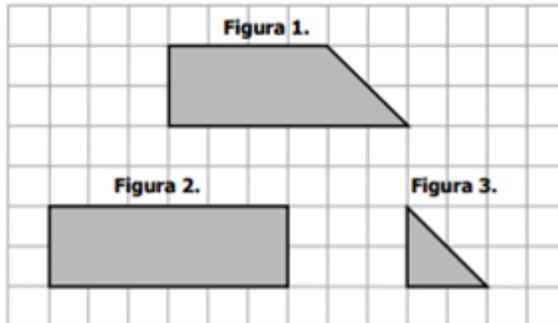
6. Considerando la longitud del lado del cuadrado como unidad de longitud y el cuadrado como unidad de área, completa la siguiente tabla:

Rectángulo	Longitud de la base	Longitud de la altura	Área
A			
B			
C			
D			
E			





7. Observa las figuras dibujadas sobre la cuadrícula.



El área de la figura 2 es igual a:

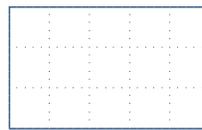
- A. El área de la figura 1 más el área de la figura 3.
- B. Dos veces el área de la figura 1.
- C. Tres veces el área de la figura 3.
- D. El área de la figura 1 menos el área de la figura 3.

8. Observa las siguientes figuras y con los datos que te dan completa:



Nombre de la figura:

Área:



Nombre de la figura:

Área:

9. los azulejos son piezas de cerámica decoradas. Pueden tener diversas formas, aunque generalmente son de forma cuadrada o rectangular.

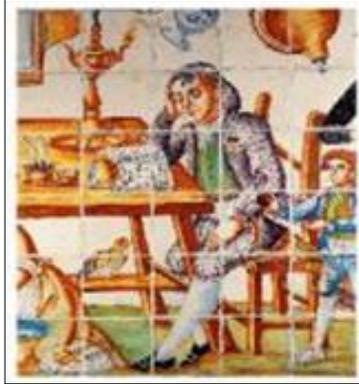




*Cada azulejo es un cuadrado de lado 25cm

a. ¿Cuántos azulejos se necesitan para completar el mosaico? _____

b. ¿Cuál es el área del mosaico? _____

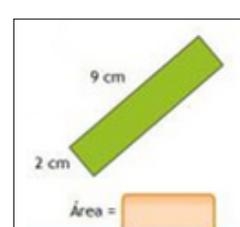
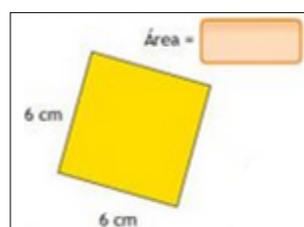
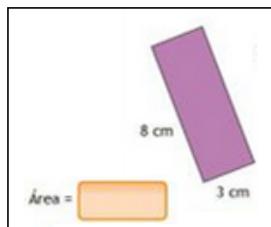
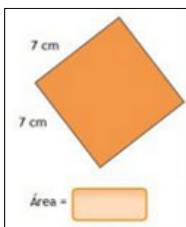


*cada azulejo es un rectángulo de base 12cm y altura 10cm.

a. ¿Cuántos azulejos se necesitan para completar el mosaico? _____

b. ¿Cuál es el área del mosaico? _____

10. Calcula el área y escoge la solución que creas necesaria:



ANEXO B

PREGUNTAS ACTIVIDAD 1

P3 - pregunta número 3: ¿Qué figuras ves dentro del rompecabezas?

P5 - pregunta número 5: ¿Todas son iguales?

P6 - pregunta número 6: ¿Qué diferencia hay entre las figuras que ves?

P7 - pregunta número 7: ¿Son del mismo tamaño?

P9 - pregunta número 9: ¿De cuantas maneras diferentes puede usted armar el rompecabezas?

P10 - pregunta número 10: ¿Cuántos triángulos isósceles hay?

P12 - pregunta número 12: ¿Con la figura se puede obtener un hexágono?

P13 - pregunta número 13: ¿Se puede obtener un triángulo isósceles?

P14 - pregunta número 14: ¿Cuántos triángulos rectángulos se pueden obtener?

P15 - pregunta número 15: ¿Con dobleses puede obtener un cuadrado?

P17 - pregunta número 17: ¿Qué puedo observar con respecto a las diagonales que se formaron?

ANEXO C
PREGUNTAS ACTIVIDAD 2

P1- pregunta número 1: Imagínate que las siguientes figuras que están dibujadas a escala representan dos campos cubiertos de pasto.

¿Tiene el campo A la misma cantidad de pasto que el campo B?

¿Cómo lo puedes averiguar?

P2- pregunta número 2: Imagínate que la figura representa dos parques. ¿Tiene el parque A la misma cantidad de pasto que el parque B?

P3- pregunta número 3: Si tuvieras que pintar la figura A, ¿Necesitamos la misma o diferente cantidad de pintura para pintar la figura B?

P4- pregunta número 4: ¿Es necesario la misma o diferente cantidad de pintura para los siguientes grupos de figuras?

P5- pregunta número 5: ¿Cuántos triángulos como la sombreada caben en el siguiente diagrama?

P6- pregunta número 6: Al morir un campesino deja a sus 4 hijos un terreno como el que se muestra en la figura, con la condición que la deben repartir en partes de igual forma y tamaño; es decir partes congruentes. ¿Cómo puedes lograrlo?

P7- pregunta número 7: ¿Cuántos cuadros como el cuadrado rojo caben en la figura?

P8- pregunta número 8: ¿Cuál es el máximo número de cruces latinas que se pueden acomodar en un arreglo rectangular de 11 x 8? No está permitido superponerlas.

P9- pregunta número 9: ¿Cuántas figuras (A) caben en cada una de las siguientes figuras?

P10- pregunta número 10: Sobre un tablero 9 x 9 en casillas de 1 x 1, se colocan, sin superponerlas y sin sobresalirse del tablero la siguiente pieza: Esta pieza cubre  exactamente tres casillas.

- A partir del tablero vacío, ¿cuál es la máxima cantidad de piezas que se pueden colocar?
- A partir del tablero con 3 piezas ya colocadas como muestra el diagrama siguiente:

¿Cuál es la máxima cantidad de piezas que se pueden colocar?

P11- pregunta número 11: La casa de Andrea y la de Sebastián tienen corrales donde crían gallinas.

¿En cuál de los dos corrales hay más espacio para que se muevan las gallinas?

P12- pregunta número 12: Observa las figuras siguientes:

¿Cuántas figuras “A” se necesitan para cubrir la figura “B”?

¿Cuántas figuras “A” se necesitan para cubrir “C”?

¿Cuántas figuras “A” se necesitan para cubrir “D”?

¿Cuántas figuras “B” se necesitan para cubrir “D”?

Comparando las figuras “B” y “C” ¿Cuál recubre mayor superficie?

ANEXO D

PREGUNTAS ACTIVIDAD 3

P1- pregunta número 1: ¿Cuántas unidades como la muestra se necesitan para cubrir la siguiente figura?

P2- pregunta número 2: ¿Cuántas unidades como la muestra se necesitan para cubrir la figura?

P3- pregunta número 3: Las siguientes figuras representan el piso de ciertas habitaciones. Colorea la que piensas que tiene mayor superficie.

P4- pregunta número 4: El recuadro indica un piso que se debe baldosinar con cerámica como indica la figura.

¿Cuántas cerámicas necesito para cubrir la figura?

P5- pregunta número 5: Se prepararon bocadillos según la siguiente muestra: si se quieren colocar en la siguiente bandeja.

¿Cuántas unidades se necesitan para cubrir la superficie de la siguiente bandeja?

P6- pregunta número 6: Si quiero cubrir la siguiente flor con hexágonos según la figura sombreada en el centro de la flor.

¿Cuántos hexágonos necesito?

P7- pregunta número 7: La figura representa el terreno de Doña Bertha con una cerca representada por el segmento AC se divide el terreno en dos partes.

¿Cuál de las dos partes en que queda dividido el terreno tiene mayor superficie?

¿Por qué llegaste a esta conclusión?

Si quiero cubrir cada terreno con la siguiente figura

¿Qué puedo concluir con respecto a los dos terrenos?

P8- pregunta número 8: Nancy tiene seis cuadrados de cartulina iguales al que se aprecia en la figura I. Con estos cuadrados ella montó la figura II.

¿De cuántos triángulos rectángulos está compuesta la figura II?

P9- pregunta número 9: La figura muestra los tres rectángulos diferentes que pueden ser construidos con 12 cuadrados iguales.

¿Cuántos rectángulos diferentes pueden ser construidos con 60 cuadrados iguales?

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. 7

P10- pregunta número 10: La figura muestra un polígono en forma de T y una manera de dividirlo en rectángulos de lados 1 cm y 2 cm. ¿De cuántas maneras distintas, incluyendo la de la figura, es posible hacer divisiones con estas características?

A. 7 B. 9 C. 13 D. 11 E. 15

P11- pregunta número 11: Se ha hecho el cuadrículado de la figura con cuadrados. ¿De cuántos cuadrados está compuesta la figura?

P12- pregunta número 12: Observa la figura. ¿Cuántos cuadrados necesitas para cubrir la región entre los rectángulos?

P13- pregunta número 13: Diana y Oscar están poniendo baldosas iguales en su cocina. ¿Quién ha cubierto más pared? Las dos superficies cubiertas tienen formas diferentes. Para saber cuál de las dos es mayor, utilicemos una baldosa cuadrada.

P14- pregunta número 14: Utiliza un cuadrado como el dado, tómalo como unidad y utilízalo para medir la superficie de las siguientes figuras.

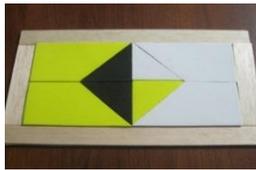
¿Qué preguntas puedes hacer acerca de ellas? Formula 3 preguntas buenas y contéstalas.



ANEXO E

Nombre: _____ Fecha: _____

Rompecabezas 1



Rompecabezas 2



Rompecabezas 3



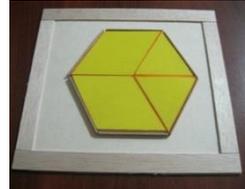
Rompecabezas 4



Rompecabezas 5



Rompecabezas 6



Rompecabezas 7



Rompecabezas 8

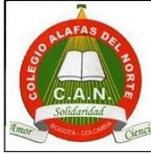


Rompecabezas 9



Rompecabezas 10

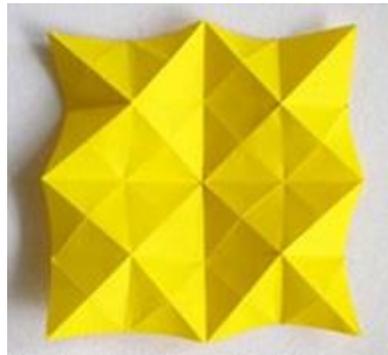




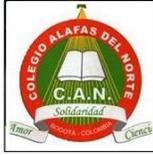
- 1) ¿Qué figura tiene el rompecabezas?
- 2) ¿De cuántos lados está formada la figura del rompecabezas?
- 3) ¿Qué figuras ves dentro del rompecabezas?
- 4) ¿Qué formas tienen?
- 5) ¿Todas son iguales?
- 6) ¿Qué diferencia hay entre las figuras que ves?
- 7) ¿Son del mismo tamaño?
- 8) ¿De cuántas piezas está compuesta la figura?
- 9) ¿De cuántas maneras diferentes puede usted armar el rompecabezas?

PREGUNTAS PLEGADOS

Cuadrado:



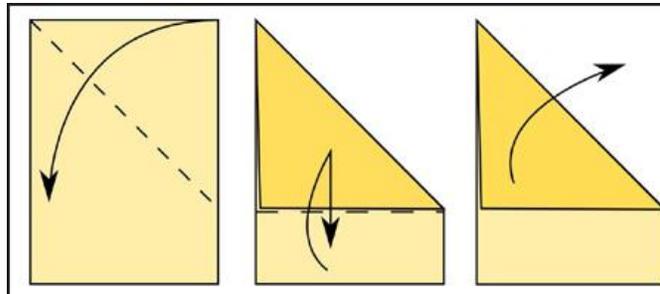
- 10) ¿Cuántos triángulos isósceles hay?
- 11) ¿Cuántos cuadrados hay?
- 12) ¿Con la figura se puede obtener un hexágono?



13) ¿Se puede obtener un triángulo isósceles?

Se señala el punto medio, y se analiza las líneas que llegan a este punto, (si son paralelas, perpendiculares, como es su longitud respecto al punto medio).

Rectángulo: Con dobleces



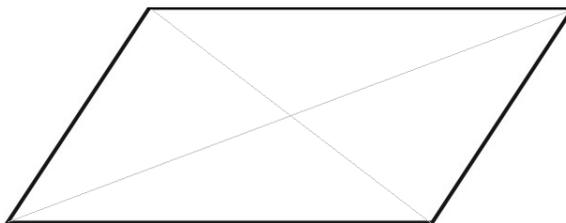
14) ¿Cuántos triángulos rectángulos se puede obtener?

15) ¿Con dobleces puedo obtener un cuadrado?

16) ¿Con dobleces puedo obtener un triángulo rectángulo?

17) ¿Qué puedo observar con respecto a las diagonales que se formaron?

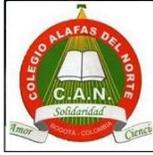
Paralelogramo:



18) Si lo doblo por la diagonal, ¿qué figura obtengo

19) El paralelogramo es equivalente a dos triángulos, ¿son iguales?

20) ¿Puedo obtener un trapecio?

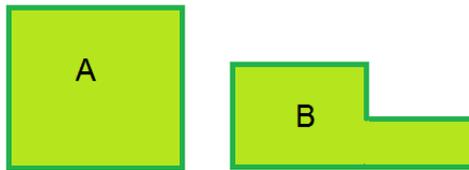


ANEXO F

Nombre: _____ Fecha: _____

- 1) Imagínate que las siguientes figuras que están dibujadas a escala representan dos campos cubiertos de pasto.

¿Tiene el campo A la misma cantidad de pasto que el campo B?
¿Cómo lo puedes averiguar?

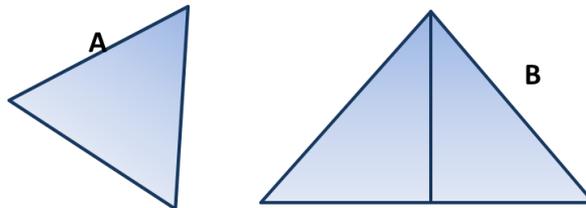


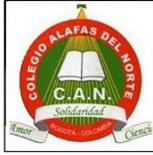
- 2) Imagínate que la figura representa dos parques.

¿Tiene el parque A la misma cantidad de pasto que el parque B?



- 3) Si tuvieras que pintar la figura A, ¿Necesitamos la misma o diferente cantidad de pintura para pintar la figura B?

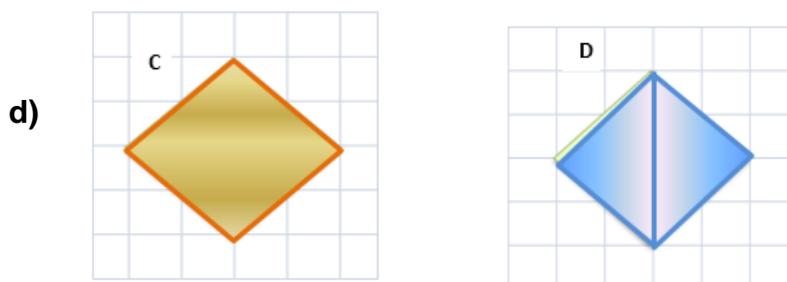
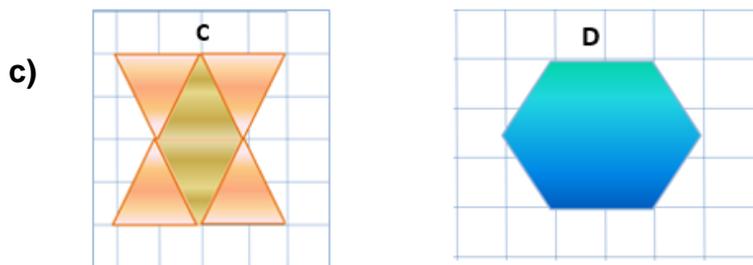
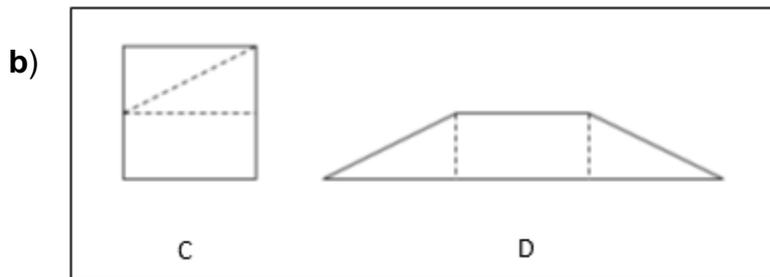
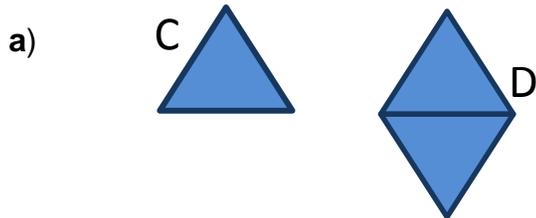


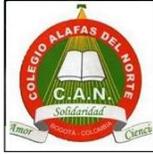


UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
LIC. EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
LEGIO ALAFÁS DEL NORTE CONCESIÓN I. E. RODOLFO LLÍNAS
ACTIVIDAD 2 DESCOMPOSICIÓN Y RECOMPOSICIÓN

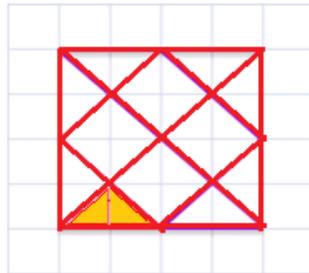


- 4) ¿Es necesario la misma o diferente cantidad de pintura para los siguientes grupos de figuras?

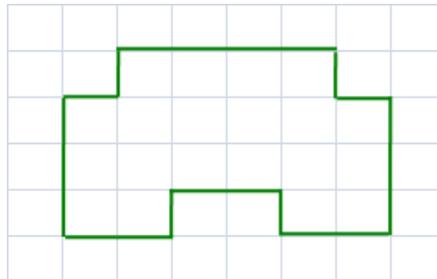




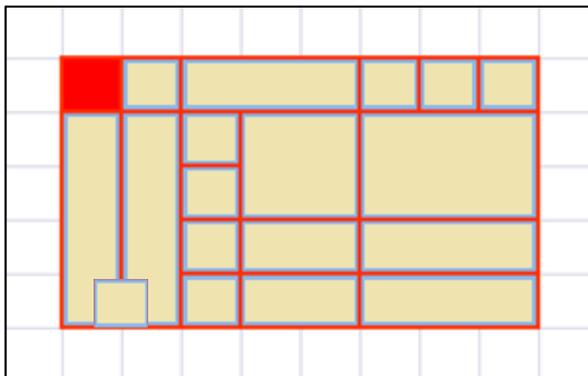
5) ¿Cuántos triángulos como la sombreada caben en el siguiente diagrama?



6) Al morir un campesino deja a sus 4 hijos un terreno como el que se muestra en la figura, con la condición que la deben repartir en partes de igual forma y tamaño; es decir partes congruentes. ¿Cómo puedes lograrlo?

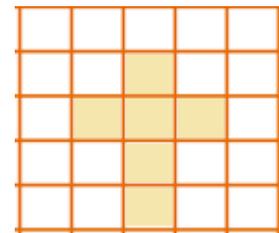
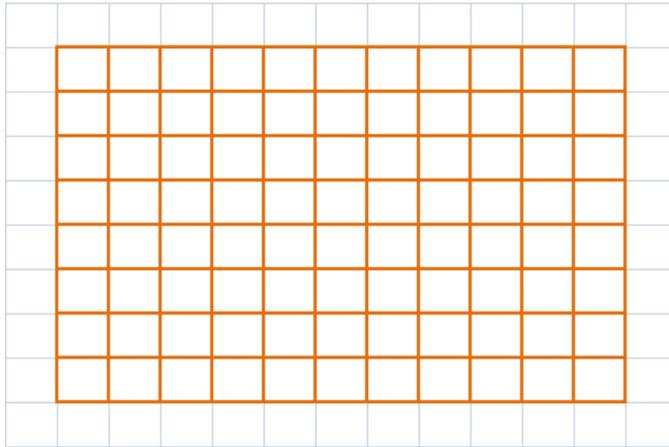


7) ¿Cuántos cuadros como el cuadrado rojo caben en la figura? 



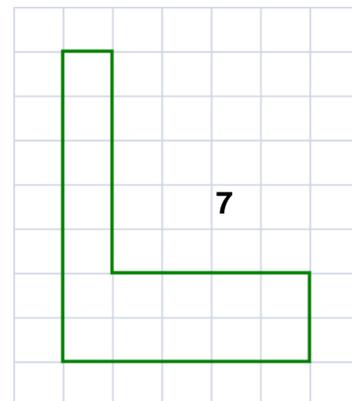
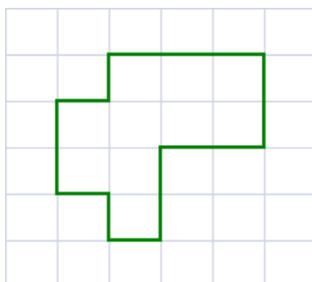
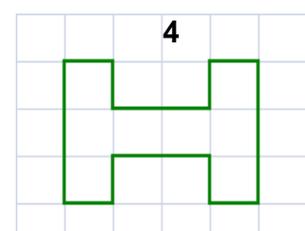
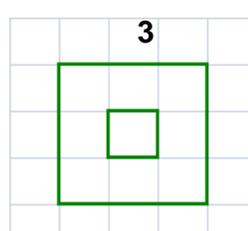
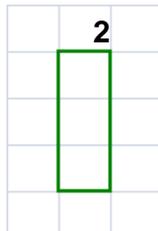
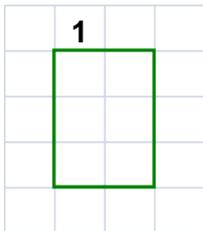
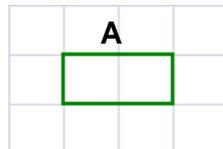


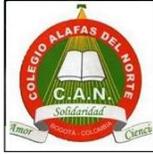
- 8) ¿Cuál es el máximo número de cruces latinas que se pueden acomodar en un arreglo rectangular de 11 x 8?
No está permitido superponerlas



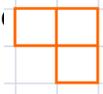
Cruz latina

- 9) ¿Cuántas figuras (A) caben en cada una de las siguientes figuras?

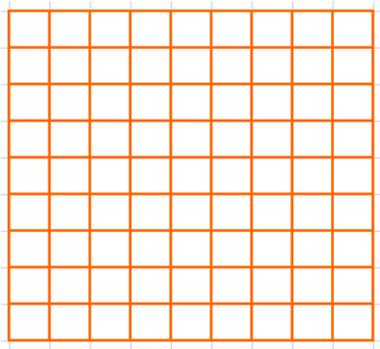




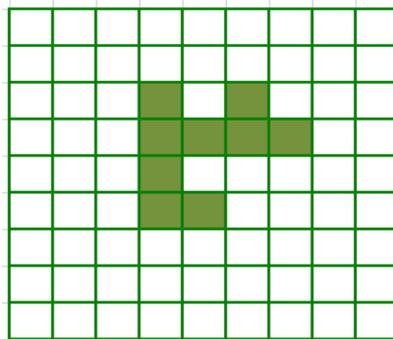
5

10) Sobre un tablero 9 x 9 en casillas de 1 x 1, se colocan, sin superponerlas y sin sobresalirse del tablero la siguiente pieza: Esta pieza  cubre exactamente tres casillas.

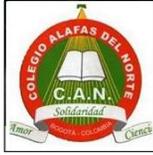
a) A partir del tablero vacío, ¿cuál es la máxima cantidad de piezas que se pueden colocar?



b) A partir del tablero con 3 piezas ya colocadas como muestra el diagrama siguiente:

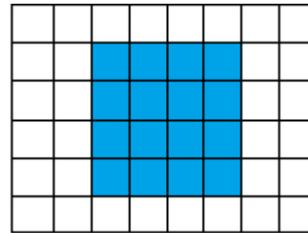
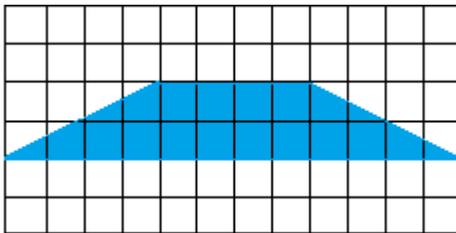


c) ¿Cuál es la máxima cantidad de piezas que se pueden colocar?

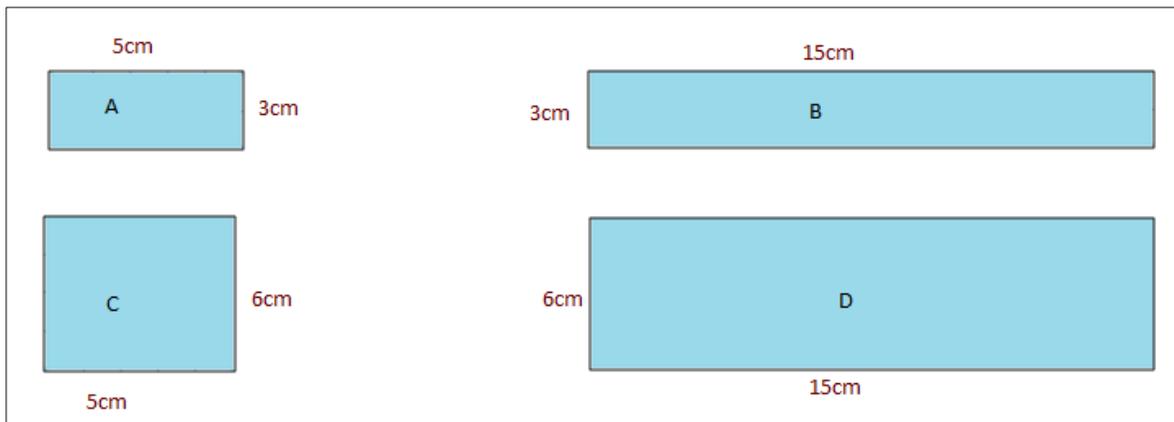


11) La casa de Andrea y la de Sebastián tienen corrales donde crían gallinas.

- a) ¿En cuál de los dos corrales hay más espacio para que se muevan las gallinas?



12) Observa las figuras siguientes:



- a) ¿Cuántas figuras “A” se necesitan para cubrir la figura “B”?
b) ¿Cuántas figuras “A” se necesitan para cubrir “C”?
c) ¿Cuántas figuras “A” se necesitan para cubrir “D”?
d) ¿Cuántas figuras “B” se necesitan para cubrir “D”?
e) Comparando las figuras “B” y “C”, ¿Cuál recubre mayor superficie?

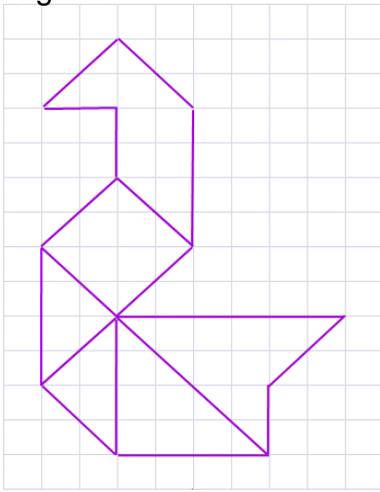


ACTIVIDAD 3 COMPARACIÓN ANEXO G

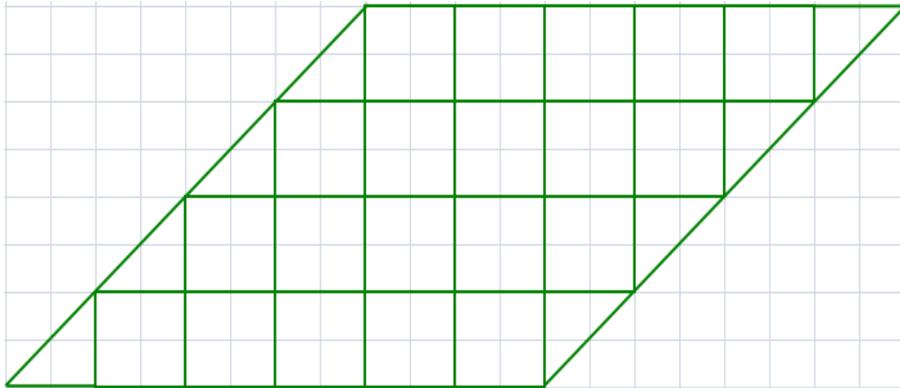
Nombre: _____ Fecha: _____

COMPARACIÓN

- 1) ¿Cuántas unidades como la muestra:  se necesitan para cubrir la siguiente figura.



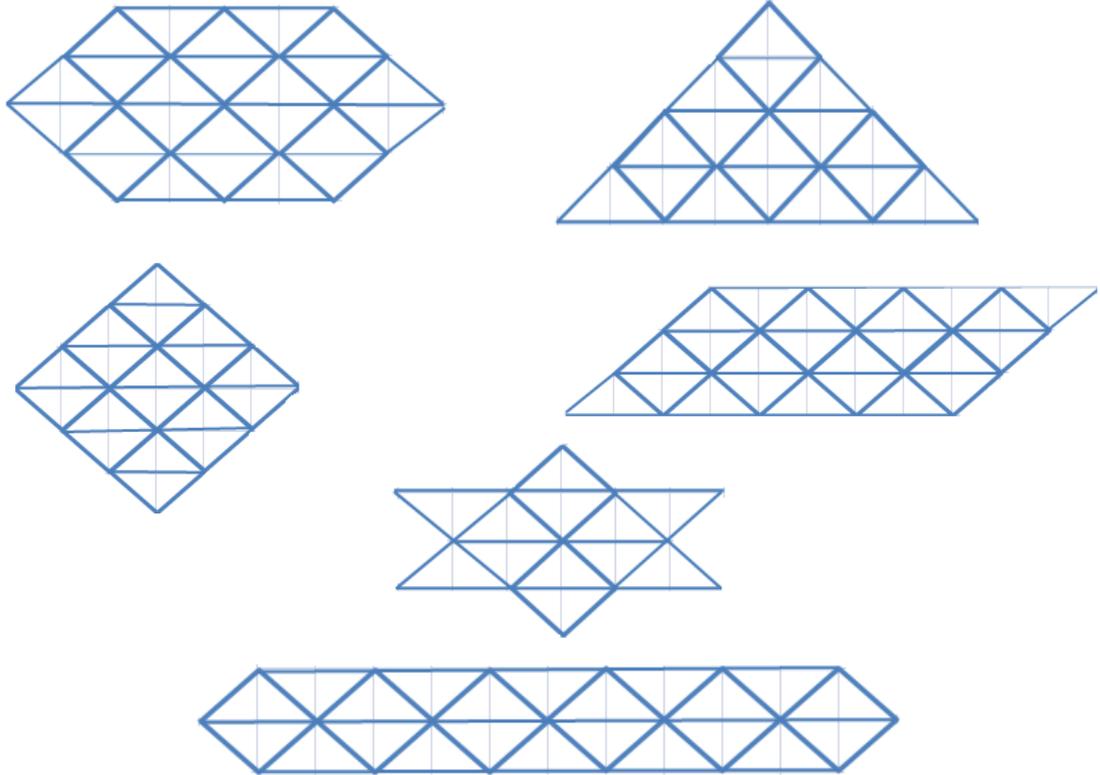
- ¿Cuántas unidades como la muestra:  se necesitan para cubrir la figura?



- 3) Las siguientes figuras representan el piso de ciertas habitaciones. Colorea la que piensas que tiene mayor superficie.



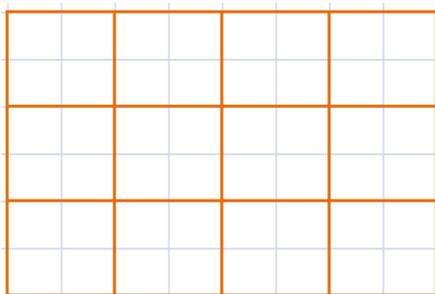
UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
LIC. EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
COLEGIO ALAFÁS DEL NORTE CONCESIÓN I. E. RODOLFO LLÍNAS
ACTIVIDAD 3 COMPARACIÓN



4) El recuadro indica un piso que se debe baldosinar con cerámica como indica la figura.

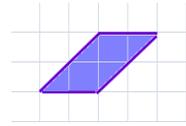


¿Cuántas cerámicas necesito para cubrir la figura?





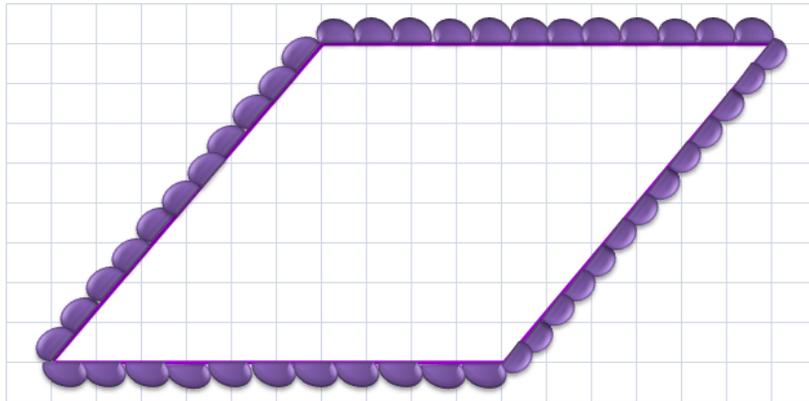
5) Se prepararon bocadillos según la siguiente muestra:



Si se

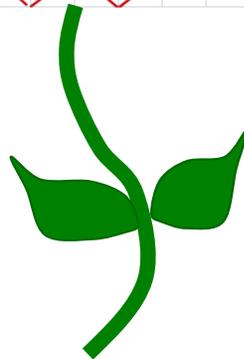
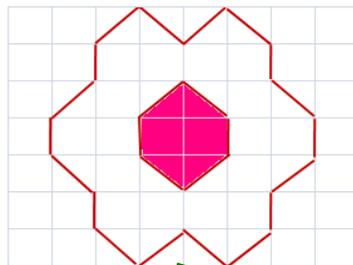
quieren colocar en la siguiente bandeja.

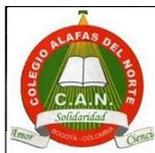
¿Cuántas unidades se necesitan para cubrir la superficie de la siguiente bandeja?



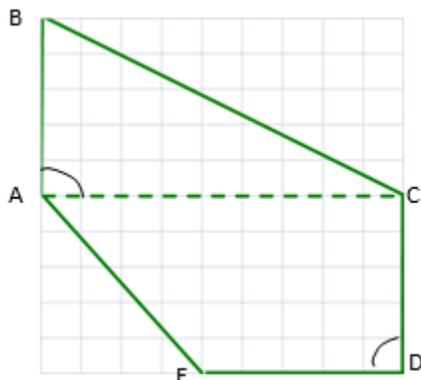
6) Si quiero cubrir la siguiente flor con hexágonos según la figura sombreada en el centro de la flor.

¿Cuántos hexágonos necesito?





7) La figura representa el terreno de Doña Bertha



Con una cerca representada por el segmento AC se divide el terreno en dos partes.

a) ¿Cuál de las dos partes en que queda dividido el terreno tiene mayor superficie?

¿Por qué llegaste a esta conclusión?

b) Si quiero cubrir cada terreno con la siguiente figura  ¿puedo concluir con respecto a los dos terrenos?

8) Nancy tiene seis cuadrados de cartulina iguales al que se aprecia en la figura I.

Con estos cuadrados ella montó la figura II

A) ¿De cuántos triángulos rectángulos está compuesta la figura II?

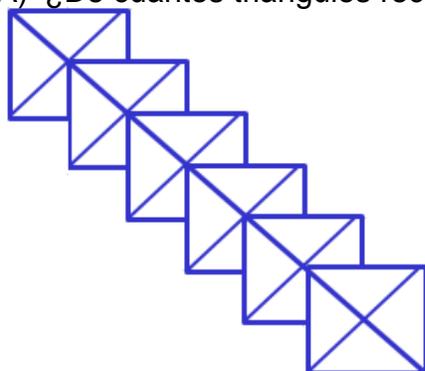
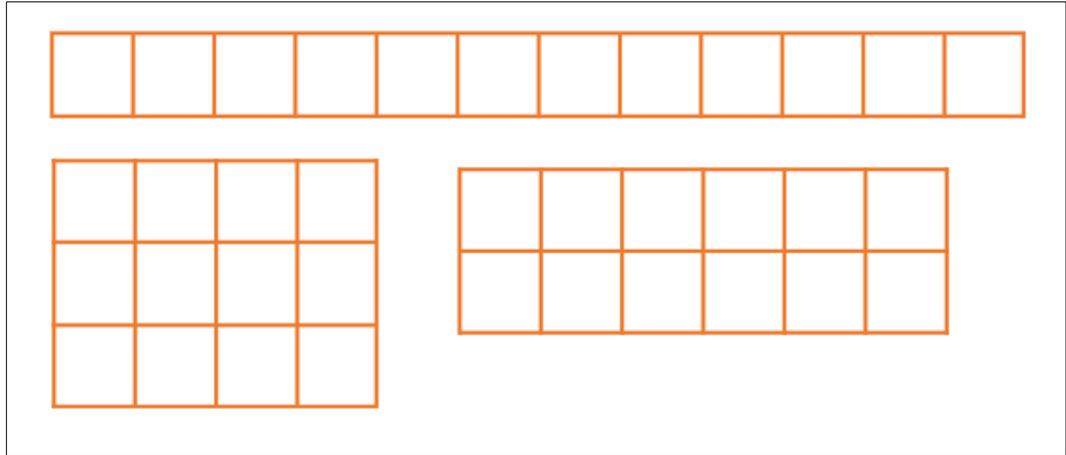


Figura I

Figura II



- 9) La figura muestra los tres rectángulos diferentes que pueden ser construidos con 12 cuadrados iguales.

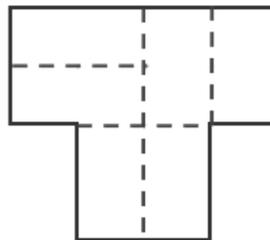


¿Cuántos rectángulos diferentes pueden ser construidos con 60 cuadrados iguales?

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6
- E. 7

- 10) La figura muestra un polígono en forma de T y una manera de dividirlo en rectángulos de lados 1 cm y 2 cm. ¿De cuántas maneras distintas, incluyendo la de la figura, es posible hacer divisiones con estas características?

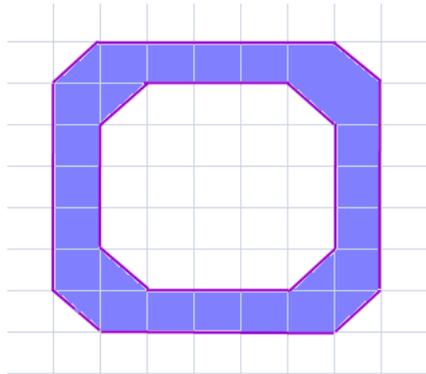
- A. 7
- B. 9
- C. 11
- D. 13
- E. 15



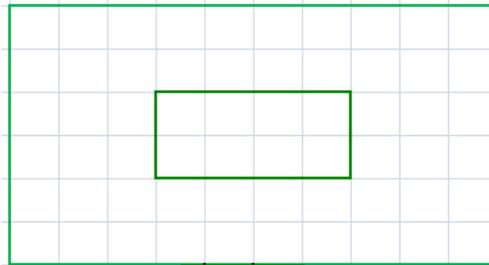


11) Se ha hecho el cuadrículado de la figura con cuadrados.

¿De cuántos cuadrados está compuesta la figura?



12) Observa la figura. ¿Cuántos cuadrados necesitas para cubrir la región entre los rectángulos?

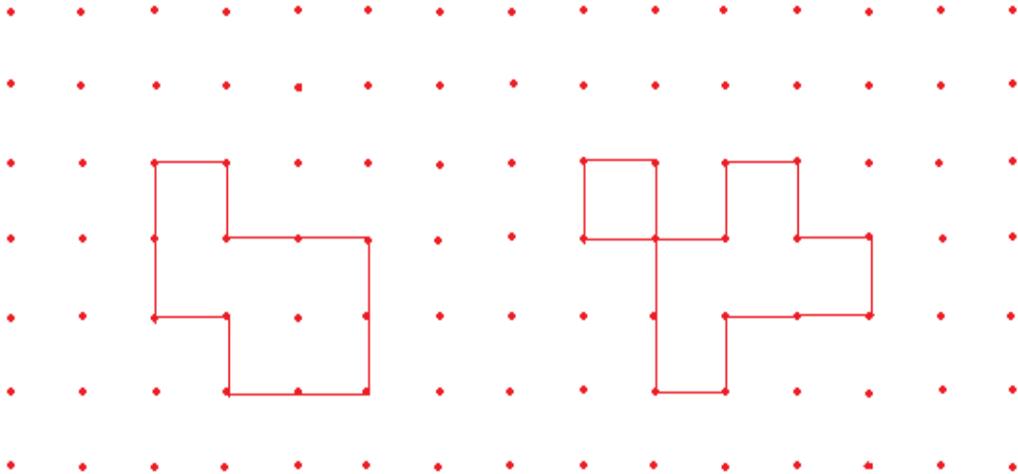


13) Diana y Oscar están poniendo baldosas iguales en su cocina. ¿Quién ha cubierto más pared? Las dos superficies cubiertas tienen formas diferentes. Para saber cuál de las dos es mayor, utilicemos una baldosa cuadrada.





Utiliza un cuadrado como el dado, tómalo como unidad y utilízalo para medir la superficie de las siguientes figuras.



¿Qué preguntas puedes hacer acerca de ellas? Formula 3 preguntas buenas y contéstalas.

ANEXO I

Tabla. Organización de la información, descomposición y recomposición

ACTIVIDAD 2													
ESTUDIANTE	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	TOTAL
E1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	8
E2	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	9
E3	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	10
E4	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	8
E5	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	6
E6	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	9
E7	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	8
E8	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	8
E9	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	4
E10	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	6
E11	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	9
E12	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	7
E13	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	8
E14	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	7
E15	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	6
E16	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	9
E17	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	9
E18	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	9
E19	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	7
E20	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	8
TOTAL	4	20	17	9	10	18	20	19	10	16	1	11	



ANEXO H

Nombre: _____ Fecha _____

1. Explique con sus propias palabras qué es área:

2. ¿Qué diferencia encuentras entre superficie y área?

3. En que unidades se mide la superficie:

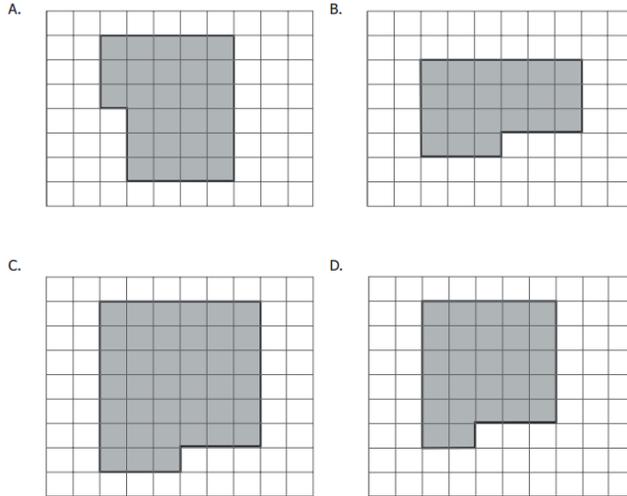
- e) metros cuadrados, metros cúbicos, pulgadas cuadradas
- f) metros cúbicos, pulgadas cúbicas ,centímetros cúbicos
- g) metros cúbicos, pulgadas cuadradas, metros cuadrados.
- h) metros cuadrados, centímetros cuadrados, pulgadas cuadradas.

4. El área de un polígono es igual a:

- e) El volumen de la superficie cerrada
- f) La medida de la superficie cerrada
- g) La medida del espacio exterior del polígono
- h) La medida de la línea que encierra la superficie

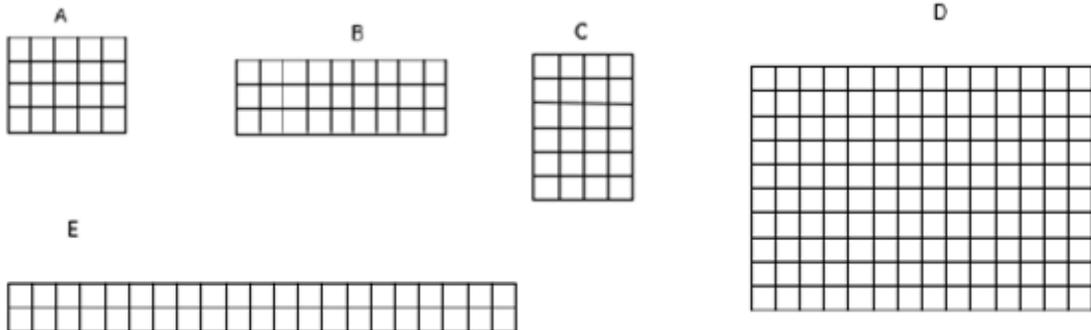


5. ¿cuál de las siguientes figuras tiene la misma forma y la misma área?



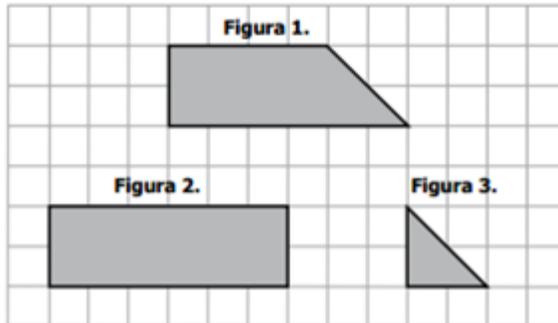
6. Considerando la longitud del lado del cuadrado como unidad de longitud y el cuadrado como unidad de área, completa la siguiente tabla:

Rectángulo	Longitud de la base	Longitud de la altura	Área
A			
B			
C			
D			
E			





7. Observa las figuras dibujadas sobre la cuadrícula.



El área de la figura 2 es igual a:

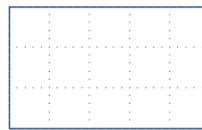
- E. El área de la figura 1 más el área de la figura 3.
- F. Dos veces el área de la figura 1.
- G. Tres veces el área de la figura 3.
- H. El área de la figura 1 menos el área de la figura 3.

8. Observa las siguientes figuras y con los datos que te dan completa:



Nombre de la figura:

Área:



Nombre de la figura:

Área:

9. los azulejos son piezas de cerámica decoradas. Pueden tener diversas formas, aunque generalmente son de forma cuadrada o rectangular.

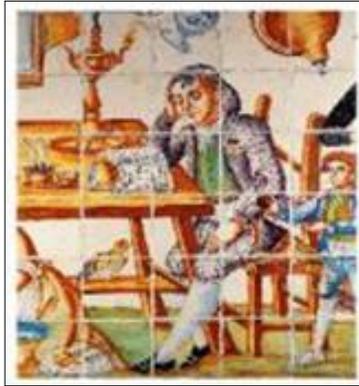




*Cada azulejo es un cuadrado de lado 25cm

a. ¿Cuántos azulejos se necesitan para completar el mosaico? _____

b. ¿Cuál es el área del mosaico? _____



*cada azulejo es un rectángulo de base 12cm y altura 10cm.

a. ¿Cuántos azulejos se necesitan para completar el mosaico? _____

b. ¿Cuál es el área del mosaico? _____

10. Calcula el área y escoge la solución que creas necesaria:

