TALLERES PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA ESTUDIANTES DE GRADO 5° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LOS CENTAUROS SEDE JUAN PABLO II DE VILLAVICENCIO

YURI PAOLA BAQUERO PUENTES
TIRZO DE JESÚS RESTREPO ANDRADE

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015

TALLERES PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN ESTUDIANTES DE GRADO 5° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LOS CENTAUROS SEDE JUAN PABLO II DE VILLAVICENCIO

YURI PAOLA BAQUERO PUENTES
Código: 141002502
TIRZO DE JESÚS RESTREPO ANDRADE
Código: 141002521

Informe final presentado como parte del proyecto de proyección social "Talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4°, 5°, 6°, 7° y 8° de las instituciones educativas de Villavicencio", como opción de grado para optar el título de Licenciado en Matemáticas y Física.

Directora:
BEATRIZ AVELINA VILLARRAGA BAQUERO

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015

AUTORIZACIÓN

Yo **YURI PAOLA BAQUERO PUENTES**, identificada con C.C. No. 1.121.900.810 de Villavicencio - Meta, y **TIRZO DE JESÚS RESTREPO ANDRADE**, identificado con C.C No. 1.125.472.422 de Mitú - Vaupés, autores del trabajo de grado titulado **TALLERES PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN ESTUDIANTES DE GRADO 5° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LOS CENTAUROS SEDE JUAN PABLO II DE VILLAVICENCIO**, presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física, hacemos entrega del ejemplar autorizamos a la Universidad de los Llanos, según los términos establecidos en la Ley 13de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993 y Decreto 460 de formas, los derechos patrimoniales de reproducción alquiler, préstamo, público e importaciones que me corresponde como creador de la obra objeto del presente documento. PARÁGRAFO: La presente autorización se hace extensiva, no solo a las facultades y derechos de uso sobre la obra en formato o soporte material, sino también para formato virtual, electrónico, digital, óptico, usos en red, internet, extranet, etc.; y en general para cualquier formato conocido y por conocer.

El AUTOR-ESTUDIANTE, manifiesta que la obra objeto de la presente autorización, es original y la realizó sin violentar o usurpar derechos de autor de terceros, por lo tanto, la obra es de exclusiva autoría y detecta la titularidad sobre la misma. PARAGRAFO: encaso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión, El ESTUDIANTE-AUTOR, asumirá toda la responsabilidad y saldrá en defensa de los derechos aquí autorizados, para todos los efectos de la Universidad actúa como un tercero de buena fe. Para constancia, se firma el presente documento en dos (2) ejemplares del mismo valor y tenor en Villavicencio, Meta: a los dos (2) días del mes de Junio del dos mil quince (2015).

Yuri Paola Baquero Puentes	**Tirzo de Jesús Restrepo Andrade**
C.C. 1.121.900.810	C.C. 1.125.472.422
Villavicencio – Meta	Mitú - Vaupés

AUTORIDADES ACADÉMICAS

OSCAR DOMÍNGUEZ GONZÁLEZ
Rector

WILTON ORACIO CALDERÓN CAMACHO
Vicerrector Académico

GIOVANNY QUINTERO REYES
Secretario General

MANUEL EDUARDO HOZMAN MORA
Decano de la Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación

CLAUDIO VINICIO VELEZ
Director de la Escuela de Pedagogía y Bellas Artes

FREDY LEONARDO DUBEIBE MARÍN
Director del Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física

Notas de aceptación

DELIA RINCON ARIZA

Directora Centro de Investigación FCHyE

PhD. FREDY LEONARDO DUBEIBE

Director del Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física

MSc. BEATRIZ AVELINA VILLARRAGA BAQUERO

Directora

MSc. ARTURO ALEXANDER CASTRO

Evaluador

Matemático. EDISON SABOGAL PÉREZ

Evaluador

Villavicencio, 2 de Junio del 2015

AGRADECIMIENTOS

Primero queremos agradecer sinceramente a nuestra directora del Proyecto de Proyección Social, MSc Beatriz Avelina Villaraga Baquero, por su esfuerzo y dedicación, sus orientaciones, su paciencia y motivación han sido fundamentales para nuestra formación como investigadores.

A nuestras familias que nos han brindado todo lo necesario para llegar hasta donde estamos, quienes han destinado tiempo para enseñarnos nuevas cosas, aportes invaluables que servirán para nuestras vidas.

Agradecemos por la ayuda de los docentes, compañeros y a la universidad en general por todo los consejos, apoyo y compañía. Es gratificante estar rodeado de personas que como éstas, han formado parte de nuestra vida profesional.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de grado, se desarrolló dentro del proyecto de proyección social titulado "Talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4°, 5°, 6°, 7° y 8° de las instituciones educativas de Villavicencio", como requisito de grado para obtener el título de licenciado en matemáticas y física de la Universidad de los Llanos. El trabajo tuvo como propósito diseñar e implementar talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas, los cuales se ejecutaron en el grado 5° de la Institución Educativa Colegio Los Centauros Sede Juan Pablo II de Villavicencio. Para dar cumplimiento a este objetivo se analiza el impacto que se obtuvo en los estudiantes con la implementación de los talleres, logrando evidenciar las falencias, dificultades y fortalezas en la aplicación de los (4) talleres.

Para la elaboración de este informe se tuvo en cuenta los resultados obtenidos en las pruebas SABER 5° y los resultados de las pruebas internacionales PISA (Programme for International Student Assessment) correspondientes a los años 2013 y 2014, que permitieron constatar algunas dificultades en los estudiantes como:

- Limitada comprensión del enunciado del problema.
- Dificultad en el uso de los algoritmos, particularmente en el uso de los cálculos.
- Aplicación de reglas o estrategias de manera inadecuada.
- Dificultades para obtener información de las gráficas y/o figuras que ilustran el problema.

- Utilización incorrecta de datos, definiciones y teoremas para tratar de buscar una respuesta rápida no verdadera, que se encuentra entre las opciones de respuesta.

Precisamente las respuestas a esta situación problemática constituyen la esencia de esta intervención, en el cual se planteó como pregunta: **¿Cómo desarrollar las habilidades para la resolución de problemas en estudiantes de grado 5° en la Institución Educativa Los Centauros Sede Juan Pablo II de Villavicencio?**

De acuerdo con lo anterior, se buscó incentivar el aprendizaje de las matemáticas mediante la resolución de problemas tipo olimpiadas, cuyo objetivo fue desarrollar el razonamiento lógico matemático, y en consecuencia posibilitar el mejoramiento de los puntajes en las pruebas internas y externas de la Institución Educativa Colegio Los Centauros Sede Juan Pablo II y por ende los del municipio de Villavicencio, adicional a ello se analizaron los procedimientos realizados por los estudiantes en los talleres y las diferentes maneras de presentar las respuestas.

Reseña Histórica: La Institución Educativa Los Centauros es de carácter oficial, ofrece y orienta una formación integral en los niveles de educación preescolar, básica y media, mediante un modelo pedagógico multidimensional enfocado en el liderazgo social, con énfasis comunitario que genere autogestión ambiental, sana convivencia y mejoramiento de la calidad de vida. Tiene 4 sedes: La Rosita, La Cecilia, Juan Pablo II y El Amor. El proyecto de Proyección social está orientado para la sede Juan Pablo II, ubicado a las afueras del centro urbano de Villavicencio, donde el nivel socioeconómico es uno (1) (bajo-bajo).

1. MARCO TEÓRICO

El proceso de enseñanza aprendizaje basado en la resolución de problemas se inicia en la escuela Colombiana desde los primeros grados, con el objetivo de preparar a los estudiantes para que sean capaces de resolver los problemas de la vida cotidiana. En este capítulo se ofrece una conceptualización sobre la misma.

1.1. CONCEPTUALIZACIÓN SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Se conoce como enfoque de resolución de problemas a "… *una variedad de formas de trabajo que abarcan desde la simple incorporación de problemas en el desarrollo de una clase, hasta propuestas sumamente elaboradas apoyadas en teorías sobre el desarrollo cognitivo o el procesamiento de la información"*[1].

La resolución de problemas como estrategia didáctica se fundamenta en "*… que es el principio, la motivación y el fin;…*"[2]. Un problema interesante y bien llevado atrae al alumno, lo cautiva, lo inspira, hace que se esfuerce y busque caminos que lo lleven a la solución.

Diferentes investigadores, han realizado estudios donde abordan problemas como propuestas didácticas, entre los que se destacan: G. Polya, L. Fridman, M. Martínez, M. Majmutov, K. Rohn, A. Schoenfeld, R. Mayer, L. Sánchez, R. Garret, G. Labarrere, L. Campistrous, Rizo C y C. Álvarez.

[1]Mancera, E. *Saber matemáticas es saber resolver problemas.* México: Grupo Editorial Iberoamérica, 2000.
[2]Falk, M. *La enseñanza a través de problemas.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 1980.

Sobre la conceptualización de problema matemático hay una amplia literatura, encontrándose autores como Polya y su libro: Como plantear y resolver problemas[3]; Borasi, R[4]. Quien da elementos estructurales para una tipología de problemas; Schoenfeld, A., quien propone un marco con cuatro componentes (los recursos, la heurística, el control y los sistemas de creencias). Otros autores como Gascón, J. Identifica lo que denomina siete paradigmas para la resolución de problemas (teoricista, tecnicista, modernista, constructivista, procedimental, de la modelación y de los momentos didácticos). Por su parte Guzmán, M.[5] elaboró un modelo donde incluye decisiones ejecutivas y de control, así como las heurísticas para la resolución de problemas. También el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) propuso en 1980 como eslogan educativo de la matemática escolar.

El término problema se define, en un sentido amplio, como aquella tarea a la que una persona se enfrenta y desea o necesita encontrar una solución sin poseer un procedimiento accesible y fácil para encontrarla y, como consecuencia, realiza distintos intentos.

Polya, G.[6], en su libro *Mathematical Discovery* se vio obligado a proporcionar una definición de problema. Pero no para empezar su disertación, sino en el capítulo 5, y después de una amplia exposición práctica sobre algunos procesos que intervienen en la resolución de problemas. Él plantea que tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata.

---

[3] POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas.Trillas, 1981.

[4] PINO CEBALLOS, Juan; BLANCO, Lorenzo J. Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad, 2008.

[5] DE GUZMÁN, M. Para pensar mejor: Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos, 2006

[6] SANTOS TRIGO, L. M. Principios y Métodos de Ia Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas, 1996.

Por otro lado, Krulik, S y Rudnick, J [7], plantean que: "*Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para el cuál no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma"*. Esta última definición de problema es asumida en este informe, por considerarla la más correcta a lo que se desea analizar.

Diversos autores han dado condiciones que deben tener los estudiantes para qué la solución de un problema llegue a la respuesta correcta. Por ejemplo, para Schoenfeld[8], en la resolución de problemas: "*el estudiante debe tener dominio de recursos informáticos, manejo de las estrategias heurísticas y metacognitivas y al sistema de creencias que tenga sobre las matemáticas*"[9].

Veamos los diferentes procedimientos que han propuesto los investigadores para desarrollar adecuadamente un problema.

Polya, G., en su libro How to solve it?[10], enuncia cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema, que constituyen el punto de arranque de todos los estudios posteriores, las cuales son: comprensión del problema, elaboración de un plan, desarrollo del plan y realizar una mirada retrospectiva. Para cada una de las etapas anteriores plantea una serie de preguntas que estas orientan a quien pretende resolver un problema.

Por su parte Dewey, J.[11], describe una secuencia para la resolución de problemas en contraste a las planteadas por Polya: presentación del problema, definición del problema, tomando sus elementos esenciales: formulación de una hipótesis, ensayo de la hipótesis y comprobación de la hipótesis.

---

[7] KRULIK, Stephen; RUDNICK, Jesse A. La reflexión: estrategias para razonar y resolver problemas. Reston (USA): Arithmetic Teacher, 1994, p. 334-338

[8] SCHOENFELD, A. La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. Resnick, L. y Klopfer. Curriculum y Cognición. Buenos Aires: Aique. 1989

[9] SCHOENFELD, A.Mathematical Problem Solving. AcademicPress, San Diego, CA, USA.

[10] POLYA, G. How to solve it?. Trillas, 1981.

[11] RICO, L. Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. 2009

De igual forma, en 1991 De Guzmán, M.[12], retomando las ideas de Polya, Mason, J., et al., y de los trabajos de A. Schoenfeld, elabora un modelo para la solución de problemas, donde se incluyen las decisiones ejecutivas, de control y las heurísticas. La finalidad de tal modelo es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática a fin de eliminar obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces, en otras palabras, lo que Polya denominó pensamiento productivo. El modelo tiene los siguientes pasos: familiarizarse con el problema, buscar estrategias, llevar adelante la estrategia, revisar el proceso y sacar consecuencias de él.

Cada uno de los autores antes mencionados presenta una estrategia, con la que se piensa en guiar al estudiante por un camino que le facilite llegar a la solución. Basado en los anteriores autores se puede proponer una estrategia que contribuya a resolver los problemas geométricos, aritméticos y algebraicos de tipo olimpiadas. Esta estrategia constaría de cuatro estados: familiarizarse con el problema, idear un plan o una estrategia, ejecutar el plan y mirar hacia atrás. A continuación se explican en cada uno de estos estados una guía para ir avanzando en el desarrollo del problema.

1.1.1. Estado 1: Familiarizarse con el problema.

En este estado se busca que el estudiante se entere del problema, que sea capaz de repetirlo con sus propias palabras y capaz de comprender la situación que allí aparece. Para ello se sugiere realizar los siguientes procesos:

- Leer el problema despacio, mentalmente, para entender a fondo la situación.
- Determinar los datos suministrados y las incógnitas, además de determinar la relación que existe entre ellos.

[12] DE GUZMÁN, M. (1991). *Para pensar mejor*. Labor.

- Expresarlo en un lenguaje básico y adecuado de uso común, así como una notación apropiada.
- Dibujar una figura o completar la figura dada con segmentos que pueden ser de utilidad en la solución.
- Usar propiedades matemáticas (geométricas, aritméticas y algebraicas) para identificar posibles soluciones, compararlas, ordenarlas o caracterizarlas.
- Preguntarse ¿Sobran datos? Puede ser importante dar más datos de los necesarios para que el estudiante escoja los más importantes o necesarios.
- Ir trabajando con paz, con tranquilidad, a su ritmo.

No necesariamente se deben realizar todos los procesos mencionados antes, esto varía dependiendo del problema al que se enfrente el interesado.

1.1.2. Estado 2: Idear un plan o una estrategia.

Después del proceso de familiarización del problema es pertinente que el estudiante pueda idear un plan que posibilite el desarrollo del problema, este es el objetivo del segundo estado, el cual sugiere realizar las siguientes preguntas: ¿Cómo se debe abordar el problema?, ¿Qué se conoce?, ¿Qué se quiere conocer?, ¿Qué conceptos y pasos se necesitan?, ¿Qué operaciones se requieren?, ¿Se puede plantear el problema de otra manera?, ¿En el planteamiento, se utilizaron todos los datos?.

Además, se debe describir las partes que integran el problema, enunciar las propiedades de sus partes y analizar las propiedades matemáticas. Pensar si existe parecido con problemas anteriores, imaginar otro problema parecido, pero más sencillo, actuar con cierta flexibilidad.

1.1.3. Estado 3: Ejecutar el plan.

Durante este proceso los estudiantes realizan los procedimientos planteados en el estado 2 y se sugiere responder los siguientes interrogantes: ¿Qué propiedades relacionan los elementos del problema? ¿Qué propiedades relacionan dos o más datos? ¿Se pueden relacionar los elementos aritméticos y los geométricos? ¿Puede verse que cada uno de los pasos es correcto? Se debe acompañar cada paso con una explicación de lo que se hace y para qué se hace y si se encuentra con alguna dificultad que lo bloquee, romper con lo que se está haciendo y volver al principio.

1.1.4. Estado 4: Mirar hacia atrás.

Después de haber solucionado el problema es pertinente comprobar si la solución obtenida es lógica y adecuada frente al problema desarrollado. Para ello los estudiantes deben:

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Fijarse en la solución y comprobar si es lógica.
- Comprobar la solución.
- ¿Habrá algún otro modo de resolver ese problema?
- ¿Puede existir alguna otra solución distinta?
- ¿Existe una definición equivalente de un concepto que se puede utilizar indistintamente?
- ¿Hubo claridad en el uso de axiomas, definiciones o teoremas a aplicar?

Se debe acompañar siempre la solución de una explicación que aclare lo que se ha encontrado, es decir las matemáticas no son solo números, sino pensamientos que hay que contrastar con palabras y también sacar consecuencias y conclusiones para el futuro.

1.2. PROBLEMAS DESDE LAS OLIMPIADAS COLOMBIANAS DE MATEMÁTICAS

Además de los elementos o factores tenidos en cuenta en la solución de situaciones problemas, en las Olimpiadas de Matemáticas se les propone a los estudiantes ciertos tipos de problemas, todos ellos **retadores.** Se considera que los problemas son retadores si *"…invitan al estudiante a pensar autónomamente, a indagar, a cuestionar, a razonar y a explicar su razonamiento."*[13]

"*Los problemas retadores exigen la integración de conceptos relacionados y el establecimiento de nexos con otras áreas de la matemática (argumentos y elementos), se pretende lograr un dominio y una comprensión profunda de la matemática elemental sin tratar de extender los conocimientos de los estudiantes hacia conceptos propios de la matemática superior"*[14].

Cada problema cuidadosamente seleccionado para los concursos de Olimpiadas de Matemáticas abre la puerta "… *al estudiante para razonar, investigar, conjeturar, comprobar y demostrar,*…"[15], los problemas con estas connotaciones abarcan los diferentes campos de la matemática escolar: aritmética, álgebra, geometría, combinatoria, estadística y probabilidad.

---

[13]PÉREZ, F. *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas para primaria 2000 - 2004.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 2004.
[14]Ibíd., Pág. 15.
[15]Ibíd., Pág. 20.

Para que un problema sea motivante debe tener tres características, *"…que sea una situación que estimula el pensamiento, que sea interesante para el alumno, y que la solución no sea inmediata"*[16]. Lo que se busca es que el estudiante adquiera el hábito de resolver problemas, donde se recuerde los ya resueltos, que lo haga con esmero y lo convierta en un arte.

El proceso de resolución de problemas se ve favorecido por habilidades intelectuales tales como la flexibilidad del pensamiento, la reversibilidad del pensamiento, la generalización, la estimación, la imaginación espacial, la discriminación y la habilidad en el cálculo mental, que se considera que son determinantes para la resolución de problemas de olimpiadas.

En la resolución de un problema se debe tener claridad con lo escrito (caligrafía), lo que lleva a dar elegancia a su solución, pues en el momento de ser evaluado sería tomado en cuenta. Medina, F.[17], menciona siete pasos basados en preguntas para facilitar la crítica sobre la autoevaluación relacionados con la claridad en la exposición, claridad en las gráficas, desarrollo ordenado, construcciones auxiliares adecuadas, claridad en los resultados preliminares, ordenadas proposiciones auxiliares y sobre la solución o soluciones que sean probadas y entendibles. La buena presentación debe estar presente y aún más allá, "*Hay que inculcar en el alumno la estética matemática, es decir, la solución a un problema es más elegante en cuanto menos difícil sea la teoría empleada para solucionarlo, o sea, la solución más sencilla es la más elegante e ingeniosa*"[18].

---

[16]FALK, M. *La enseñanza a través de problemas.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 1980. pág 16.
[17] CARRASCO, F. El Lazarillo de Medina: problemas de genética textual. In Studia in honoren Germán Orduna (pp. 149-162). Universidad de Alcalá, 2001.
[18]VALDERRAMA, J. *Problemas de Olimpiadas. Primer Nivel.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 1986.

1.3. OLIMPIADAS COLOMBIANAS DE MATEMÁTICAS

Las Olimpiadas Colombianas de Matemáticas tienen su origen en la década de los 80; estas son organizadas diferentes entidades educativas entre las cuales se encuentran: la Universidad Antonio Nariño[19], Universidad de los Llanos[20], Universidad Industrial de Santander. Lo que buscan estas entidades es motivar y mostrar a los estudiantes una manera de abordar la matemática diferente y permitir a los estudiantes razonar, investigar, conjeturar, comprobar y demostrar. De igual forma buscan visionar a nuestro país como una comunidad científica numerosa y de gran capacidad, donde se aproveche al máximo tanto las capacidades individuales como el trabajo en grupo, fomentados desde temprana edad en los diferentes eventos propuestos.

Durante casi 34 años de incansable trabajo a favor de las generaciones de jóvenes talentosos, se han obtenido más de 200 medallas en diferentes certámenes internacionales como reconocimiento al esfuerzo, dedicación y talento de los estudiantes colombianos.

A continuación se presentan los objetivos de las Olimpiadas Colombianas de Matemática[21]:

- *Proponer ante la comunidad estudiantil metas consecuentes con la búsqueda de la excelencia académica en matemáticas.*
- *Impulsar la investigación y el pensamiento creativo de los estudiantes del país dentro del marco de sus estudios, desde la escuela primaria hasta los universitarios.*

[19] DE MATEMÁTICAS, Escuela Regional. Olimpiadas de matemáticas 2005. 2011.
[20] Ibíd., pág. 19.
[21] LAMONEDA, R; SALAZAR, J. Olimpiadas Matemáticas en Colombia, 2000–2004.

- *Identificar estudiantes con especial interés y capacidad en Matemáticas para brindarles orientación y apoyo en sus estudios.*
- *Formar líderes de la comunidad científica colombiana.*

Las Olimpiadas de Matemáticas es un programa completo de enriquecimiento del aprendizaje de la matemática que comprende actividades a distintos niveles y de diversa naturaleza que permiten a cada estudiante buscar su óptimo nivel de realización en matemáticas. Es además un programa de apoyo al profesor en su búsqueda de la excelencia en el salón de clase. Algunos eventos permiten abarcar también actividades investigativas en el marco de solución de problemas que requieren varias semanas o meses de dedicación, indagación y pensamiento."[22]

La Olimpiadas Colombianas de Matemáticas están divididas en tres niveles: primer nivel, nivel intermedio y nivel superior, que buscan evidenciar en los estudiantes el desarrollo de pensamiento variacional, pensamiento geométrico, pensamiento aritmético y pensamiento algebraico; como lo establece el Ministerio de Educación Nacional[23]. Este trabajo estuvo basado en los resultados de los talleres aplicados durante la ejecución del proyecto de proyección social, donde se determinaron los errores que se presentan para proponer una estrategia de solución a estos problemas.

De acuerdo a lo anterior, el presente trabajo se desarrolló en el primer nivel donde se encuentra ubicado el grado quinto, de igual forma está basado en los resultados de las pruebas de geometría, aritmética y razonamiento lógico donde se determinaron los errores de origen aritmético y procedimental que se presentan para proponer una estrategia de solución a estos problemas.

[22]Tomado de la Universidad Antonio Nariño. (2012). www.uan.edu.co. Recuperado el 15 de 08 de 2013 de la URL: http://olimpia.uan.edu.co/olimpiadas/public/frameset.jsp.
[23] VILLA OCHOA, J; RUIZ VAHOS, H. Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. Revista virtual Universidad católica del norte, 2011, vol. 1, no 27.

1.4. LA HEURÍSTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OLIMPIADAS

La heurística puede describirse como el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente. Este proceso es un rasgo característico de los seres humanos.

En psicología el término está relacionado con la creatividad, entendido como una norma sencilla y eficiente que guía la toma de decisiones para que de una manera práctica se llegue a un juicio o a la solución de un problema.

Polya fue uno de los investigadores que dio a conocer el concepto de heurística en la enseñanza de la matemática, en su libro: *Cómo resolverlo*. El libro contiene una guía a base de preguntas para seguir paso a paso la solución de un problema. Cuatro de las orientaciones que se seguían permiten comprender el concepto:

- Si no consigues entender un problema, dibuja un esquema.
- Si no encuentras la solución, haz como si ya la tuvieras y mira qué puedes deducir *de ella* (razonando a la inversa).
- Si el problema es abstracto, prueba a examinar un ejemplo concreto.
- Intenta abordar primero un problema más general.

Algunos autores como Ballester hacen referencia al método heurístico. Este método es aquel "*… mediante el cual se le plantean a los alumnos impulsos que facilitan la búsqueda independiente de problemas y soluciones de éstos, donde el maestro no le informa al alumno los conocimientos terminados, sino que los lleva* *al redescubrimiento de las suposiciones y reglas correspondientes de forma independiente*”[24].

Por otra parte los impulsos heurísticos constituyen una herramienta intangible y fundamental para cada una de las etapas en la solución de los problemas. Estos impulsos pueden considerarse “…*como una actividad externa que realiza el docente y que provoca un estímulo en el sistema de conocimientos y recursos del alumno. Este se realiza sobre una situación dada, de modo que lo impela a buscar lo que se requiere en un momento dado para resolver una situación no conocida total o parcialmente, pero sin ofrecer directamente la vía de solución, la que debe ser encontrada por el alumno*”[25].

La heurística aplicada a la solución de problemas de olimpiadas, tiene como fin hallar las reglas y métodos que le llevan paso a paso a la solución creativa y eficiente de cada uno de los problemas, donde se tiene en cuenta la lógica de los principios, reglas, estrategias y del programa heurístico general.

El uso de la heurística es importante en la enseñanza aprendizaje de la matemática, particularmente en la solución de problemas geométricos de olimpiadas, pues contribuye a:

- *Desarrollar la actividad creadora y la independencia cognoscitiva de los alumnos.*
- *La integración de los nuevos conocimientos geométricos, obtenidos a partir de los conocimientos previos de la geometría plana o del espacio, existentes en el alumno, con los ya asimilados.*
- *Favorecer las operaciones intelectuales (análisis, síntesis, abstracción) como su componente fundamental.*
- *Desarrollar la intuición, la creatividad, la imaginación, etcétera, a través de la*

[24]Ballester et al,. Metodología de la enseñanza de la matemática, Tomo I. La Habana: Pueblo y educación, 1992. Pág. 225.

[25] ROJAS, O. Modelo didáctico para favorecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría del espacio con un enfoque desarrollador. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Ciencias pedagógica “José de la luz y caballero”, 2009. Pág. 31

utilización de métodos y procedimientos activos y medios visuales en las clases.

- *Favorecer el uso de las formas de trabajo y de pensamiento de la matemática, como la variación de condiciones y la búsqueda de relaciones y dependencias.*

En la medida en que el docente y el estudiante interioricen y hagan de la heurística un hábito, se garantizará el éxito en la solución de problemas de olimpiadas y por ende se minimizará al máximo el error.

2. METODOLOGÍA

El proyecto de proyección social se desarrolló en dos fases, las cuales fueron implementadas de la siguiente manera: en la primera fase se realizó una revisión teórica acerca de las temáticas presentes en el grado quinto y con base a ellas se diseñaron los talleres, además de varias asesorías acerca del manejo de programas como Matlab, Geogebra, Latex, Derive, entre otros, que contribuyeron la escritura de dichos talleres.

Como segunda fase se llevó acabo la intervención en el aula de clase, para ello se debió realizar el diseño y posteriormente la implementación y el análisis del impacto de los talleres respecto al desarrollo de habilidades en resolución de problemas para los estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Colegio Los Centauros Sede Juan Pablo II de Villavicencio.

2.1. POBLACIÓN Y MUESTRA

2.1.1. Población.

Correspondió a 30 estudiantes del grado 5° de la Institución Educativa Colegio Los Centauros Sede Juan Pablo II de la ciudad de Villavicencio.

2.1.2. Muestra.

Se tomó como muestra 17 estudiantes de grado 5° de la Institución Educativa Colegio Los Centauros Sede Juan Pablo II de la ciudad de Villavicencio para realizar el análisis del desarrollo de los problemas de acuerdo a los niveles de Polya.

2.1.3. Características de la muestra.

Algunas características de los estudiantes que participaron son: Sus edades están comprendidas entre 10 y 11 años; con respecto al género, 9 mujeres y 8 hombres. Como instrumento de recolección de datos, se utilizó el estudio de casos que es un método de investigación cualitativa que se ha utilizado ampliamente para comprender en profundidad la realidad social y educativa.

2.2. FASES

El diseño y la implementación de los cuatro talleres se llevaron a cabo de acuerdo a los siguientes momentos:

2.2.1. Revisión teórica.

Se realizó una revisión teórica y conceptual referente a la temática, recopilando diferentes pruebas tipo olimpiadas.

2.2.2. Diseño de talleres.

Se seleccionaron algunos problemas de aritmética, geometría y álgebra, contenidos en las pruebas, que luego se utilizaron para el diseño de los talleres.

2.2.3. Aplicación de los talleres.

Los talleres se implementaron en el grado 5° de la Institución Educativa Colegio Los Centauros Sede Juan Pablo II de Villavicencio, con acompañamiento y participación de los directores del proyecto en el desarrollo de los mismos.

2.2.4. Análisis de resultados.

Se describió los resultados obtenidos en cada taller, mostrando las falencias, dificultades y fortalezas que se observaron al momento de aplicarlos y como contribuyo esto al desarrollo de habilidades en resolución de problemas en los estudiantes.

3. RESULTADOS

Para los resultados se seleccionaron cuatro (4) talleres de los diez (10) que se aplicaron durante el desarrollo del proyecto, para cada taller seleccionado se realizó el análisis teniendo en cuenta los niveles de categorización de Polya, el diseño del taller, su aplicación y los resultados arrojados en cada taller.

Como el tipo de investigación que se llevó a cabo fue descriptivo, por lo tanto mencionamos casos relevantes y pertinentes que acontecieron durante el proceso de resolución de problemas de los estudiantes.

3.1. RESPECTO A LOS TALLERES

Para el diseño de los talleres se llevaron a cabo los siguientes procesos:

Primeramente, con el grupo perteneciente al proyecto de proyección social (Docentes de la Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería y del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física-Estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y Física) realizamos la revisión bibliográfica del texto "Olimpiadas Colombianas Matemáticas: problemas y soluciones primer nivel"[26] recopilado por Esteban González y Hugo Rodríguez; del cual, rescatamos algunos problemas tipo olimpiadas relacionados con aritmética, geometría y álgebra. Seguidamente, con los problemas seleccionados se empieza a realizar algunas modificaciones y cambios teniendo en cuenta el contexto y el nivel o grado en el que se encuentran los estudiantes de cada una de las instituciones relacionadas con el proyecto. Todo, con el propósito de que realmente cada problema posibilite en los

26

estudiantes el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas como se estableció en el objetivo general del PPS (Proyecto de Proyección Social). Para lograr esto, se tuvo en cuenta siempre, que cada problema debía permitirle al estudiante abordar de alguna manera las 4 etapas para la solución de un problema según Polya:

1. **Familiarizarse con el problema,**
2. **Idear un plan o una estrategia,**
3. **Ejecutar el plan y**
4. **Mirar hacia atrás.**

Seguidamente, se revisó algunos textos escolares del área de matemáticas manejados por la institución educativa, con el fin de establecer la pertinencia de los problemas planteados y a partir de ellos poder diseñar los talleres ejecutados en cada una de las instituciones educativas. Es de resaltar que todos los problemas fueron creados y discutidos por integrantes del grupo a cargo del proyecto: “Talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4°, 5°, 6°, 7° y 8° de las instituciones educativas de Villavicencio”, con el objetivo de garantizar que realmente estos permitieran desarrollar habilidades en la resolución de problemas. Finalmente, la implementación de los talleres a los estudiantes de cada una de las instituciones educativas de Villavicencio correspondientes. La institución educativa al cual se implementó los talleres, en nuestro caso, fue la Institución educativa Los Centauros sede Juan Pablo II.

La solución de cada uno de los talleres se desarrolla de manera individual o grupal, siempre con la orientación y acompañamiento de los docentes a cargo del Proyecto. Cuando los estudiantes desarrollaron los talleres grupalmente, se les aclaró que las respuestas o la solución a cada problema debían presentarlo de manera individual. Al inicio de cada uno de los talleres, se leían los problemas planteados en cada situación con todos los estudiantes, con el propósito de aclarar errores de digitación, dudas y orientación en sus soluciones.

Durante la intervención en el aula se aplicaron 10 talleres, de los cuales, uno fue un concurso interinstitucional proyecto talleres de desarrollo de habilidades en resolución de problemas aplicadas a instituciones educativas participantes: Felicidad Barrios Hernández, Colegio Los Centauros Sede Juan Pablo II, Anthony A. Phipps y Colegio COFREM. Para el análisis se tuvieron en cuenta cuatro (4) talleres, incluyendo el concurso interinstitucional.

El análisis de los talleres seleccionados se desarrolla con base a los procesos que menciona Polya en la resolución de problemas; es decir, categorizando a los estudiantes de acuerdo a las estrategias de solución a las que llegan en cada problema. También se tuvo en cuenta si la respuesta a la que llegan en la solución del problema es correcta o incorrecta, identificándolas como uno (1) y cero (0) respectivamente, y así observar el impacto en los estudiantes durante el proceso de implementación de los talleres.

3.2. TALLER I

3.2.1. Desde los niveles de categorización según Polya.

Para el taller I, se plantearon problemas de tal manera que los estudiantes vayan interiorizando poco a poco estrategias generalizadas en la resolución de problemas matemáticos tipo olimpiadas, siempre teniendo en cuenta las etapas que plantea Polya.

3.2.2. Diseño del taller I.

Para el diseño del taller I, se seleccionaron cuatro (4) problemas del banco de problemas del grupo PPS: Talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4°, 5°, 6°, 7° y 8° de las Instituciones Educativas de Villavicencio; problemas que se habían rescatado previamente del texto: Olimpiadas colombianas matemáticas: problemas y soluciones primer nivel y otros que fueron propuestos por integrantes del grupo PPS.

Cabe destacar que los cuatro (4) problemas, obedecen a las temáticas que deben desarrollarse en el nivel de cuarto a quinto propuestos en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional[27].

A continuación se mencionan los 4 problemas que conformaron el primer taller:

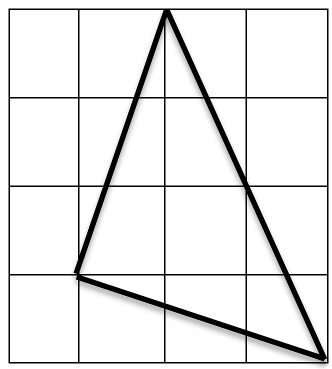
TALLER I

1. *Carlos mira en una tarde, tres programas seguidos de televisión. El primer programa empieza a las 2:00 pm y el tercero finaliza a las 3:40 pm. Si cada programa dura el mismo tiempo y entre programas solo se presenta un comercial que dura 5 minutos ¿Cuánto tiempo dura cada programa?*
2. *María colecciona canicas y cada día compra 6 canicas para su colección. Si al cabo de dos días tiene 60 canicas ¿Cuántas tendrá dentro de una semana?*

[27] MEN. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas, 2006. Pág. 80.

3. *3 paquetes de papas cuestan lo mismo que 6 bombombunes. Si los 6 bombombunes cuestan lo mismo que 12 chicles. ¿Cuántos chicles cuestan lo mismo que un paquete de papas?*
4. *Tomando como unidad de superficie un cuadrado, calcula el área del triángulo*

Figura 1. Apoyo Grafico Problema 4, Taller **I**



Fuente: Los autores

Con estos cuatro (4) problemas, se esperaba que cada estudiante hiciera uso de al menos uno de los 4 pasos en la resolución de problemas propuestos por Polya planteamos en el PPS; luego al finalizar el taller, se pretendía encaminar a cada estudiante en los pasos a seguir para la resolución de un problema matemático

3.2.3. Aplicación del taller I.

El taller I se aplicó el día Mayo 20 del 2014, con una duración de 1 hora y 40 minutos; fue aplicado a un total de 30 estudiantes cuya muestra fueron 17 estudiantes, quienes muestran interés y motivación en desarrollar el taller.

Se inició la primera sesión entregando a cada uno de los estudiantes el material (Taller I). Luego, se lee los problemas en voz alta con los estudiantes, buscando errores de digitación o que haya alguna duda con respecto al taller. Logrando así que los estudiantes busquen estrategias de resolución a cada problema planteado.

<u>Problema No.1, Taller 1:</u>

“*Carlos mira en una tarde, tres programas seguidos de televisión. El primer programa empieza a las 2:00 pm y el tercero finaliza a las 3:40 pm. Si cada programa dura el mismo tiempo y entre programas solo se presenta un comercial que dura 5 minutos ¿Cuánto tiempo dura cada programa?”*

E9 manifiesta**:** **“***Lo que yo entiendo, es que Carlos dura 100 minutos viendo televisión, y que debo descontarle dos veces 5 minutos entre cada programa; por lo tanto me daría un total de 90 minutos, lo cual debo dividirlo entre los 3 programas para que me de los minutos que dura cada programa*”

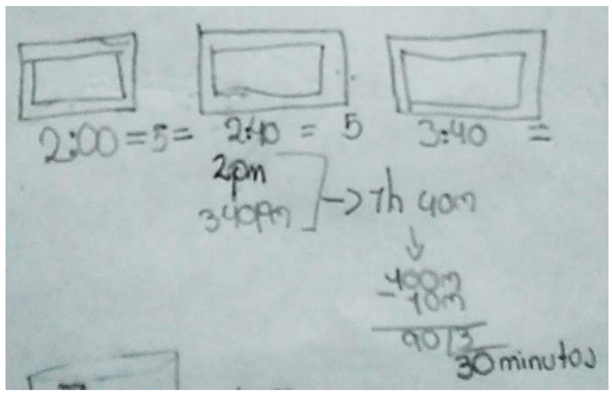
Por otro lado E5 dice: “*Lo primero que voy hacer es encontrar cuantos minutos hay entre las 2:00 pm y 3:40 pm para dar respuesta al problema*”

Y por último E17 afirma: “*Que lo primero que hará es realizar un dibujo y una operación como sumar, restar y dividir para dar una solución*”

Si observamos, los tres estudiantes están familiarizados con el problema, es decir identifican claramente las operaciones y los datos correspondientes. En cuanto al plan a seguir para la solución del problema, los tres estudiantes como el resto de sus compañeros, optan por determinar cuánto dura Carlos viendo los tres programas de televisión a partir de la conversión de horas a minutos, es decir se evidencia claramente que los estudiantes desarrollan las etapas que plantea Polya en la resolución del problema.

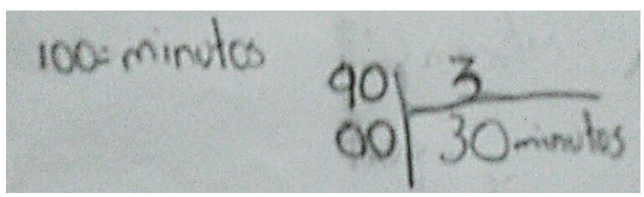
Estas fueron algunas de la formas como el estudiante decide abordar el problema y las respuestas a las que llegaron:

Figura 2. Respuesta de E9 al problema No. 1, taller 1



Fuente: Los autores

Figura 3. Respuesta de E5 al problema No. 1, taller 1



Fuente: Los autores

Problema No. 2 del taller I:

María colecciona canicas y cada día compra 6 canicas para su colección. Si al cabo de dos días tiene 60 canicas ¿Cuántas tendrá dentro de una semana?

E15 manifiesta: *“No entiendo, cómo maría al cabo de dos días tiene 60 canicas, si cada día compra seis canicas”.*

Por otro lado E7 dice: “*O sea antes de los dos días ella ya tenía canicas*”.

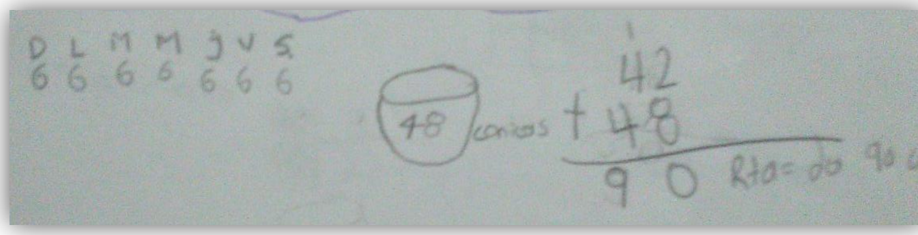
Se observó que la mayoría de los estudiantes, presentan dificultades en cuanto a la comprensión del problema, puesto que no logran entender que operación deben realizar para encontrar la solución. Esto quiere decir que no encuentran una manera de familiarizarse con el problema para poder realizar un plan que le permita reconocer claramente lo que le pide el problema. Para orientar un poco a los estudiantes, y hacerles caer en cuenta de la importancia como primer paso de entender y familiarizarse con un problema, hacemos que cada uno de ellos lea nuevamente el problema, identifique los datos que se dan y lo que se está pidiendo. Una vez cada estudiante realiza este proceso individualmente, logran concluir que lo que se está pidiendo es cuantas canicas tiene maría al cabo de siete días.

Estas fueron algunas de la formas como los estudiantes deciden abordar el problema y las respuestas a las que llegaron:

Figura 4. Respuesta de E8 al problema No. 2, taller 1

Fuente: Los autores

Figura 5. Respuesta de E16 al problema No. 2, taller 1



Fuente: Los autores

Se observó, que la mayoría de los estudiantes tuvieron inconvenientes en la resolución del problema; porque como tal, el enunciado y la pregunta tenían su grado de dificultad. De ahí fue necesario el apoyo y orientación por parte de los docentes a tal punto que los estudiantes lograron visualizar el problema, es decir se familiarizaron con él e intentaron llegar a la solución del mismo.

<u>Problema No.3, Taller I:</u>

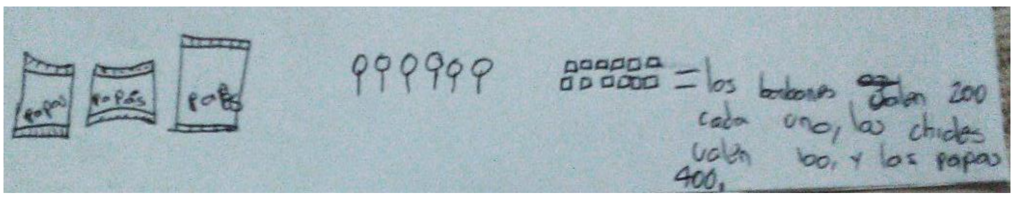
3 paquetes de papas cuestan lo mismo que 6 bombombunes. Si los 6 bombombunes cuestan lo mismo que 12 chicles. ¿Cuántos chicles cuestan lo mismo que un paquete de papas?

Logramos observar, que la mayoría de los estudiantes decidieron apoyarse en un dibujo para comprender mejor la situación, y así lograr identificar la operación necesaria para resolver el problema, lo cual indica que se familiarizan con la pregunta, identifican datos, incógnitas y la relación entre ellos. Además el problema para los estudiantes era del contexto, es decir relacionado con la cotidianidad de ellos, esto facilitó la comprensión y solución del problema.

Mediante la resolución del problema, los estudiantes de alguna manera desarrollaron e hicieron uso de las etapas en la resolución de problemas según Polya, hasta hubo estudiantes que llegaron a plantear el precio de cada chicle.

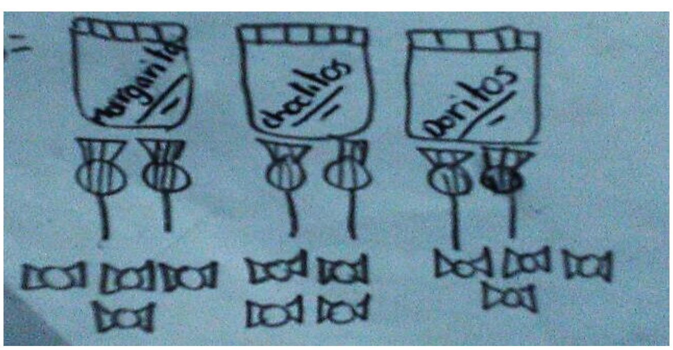
Estas fueron algunas de la formas como los estudiantes deciden abordar el problema y las respuestas a las que llegaron:

Figura 6. Respuesta de E6 al problema No. 3, taller 1



Fuente: Los autores

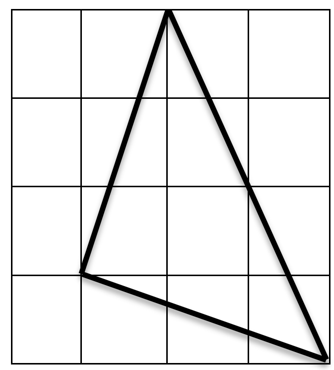
Figura 7. Respuesta de E1 al problema No. 3, taller 1



Fuente: Los autores

Problema No.4, taller I:

Tomando como unidad de superficie un cuadrado, calcula el área del triángulo.



En este problema, E4 afirma: "*Yo sé la fórmula del área de un triángulo*".

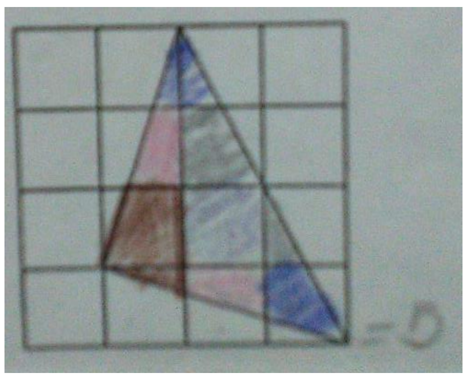
E7 dice: "*pero cuánto mide la altura y la base*".

Se observó que los estudiantes tuvieron dificultad en comprender el problema, porque consideraban de que el hecho de conocer la ecuación para hallar el área de un triángulo ya obtenía la solución al problema, pero cuando llegaron a remplazar las variables tuvieron dificultades ya que desconocían las medidas de la base y la altura del triángulo, respectivamente. De ahí que E14 afirma: *"yo pienso es que el lado más largo del triángulo es la base, como en el problema me dice que cada lado del cuadrado mide la unidad, o sea 1, por eso la base mide 4 por que pasa por cuatro cuadrados; ahora la altura es la que pasa por el punto que falta del triángulo y se une en la mitad de la base, o sea, mediría 2 porque pasa por dos cuadrados. Ya teniendo eso reemplazo los datos en la ecuación del área del triángulo. Primero multiplico base y altura, lo que me dé divido entre 2 y lo que me da es el área que me están pidiendo en el problema"*.

Hubo estudiantes como E1, E5, E11 y E15 quienes consideraron que: "*lo primero que vamos a hacer es, mire que el triángulo encierra un cuadrado entero y los* *otros están partidos. Lo que vamos a hacer es armar cuadrados con las partes que están partidas y contar cuantos cuadrados armamos, con eso llegaríamos a encontrar el área del triángulo, que es lo que el problema nos está pidiendo”*.

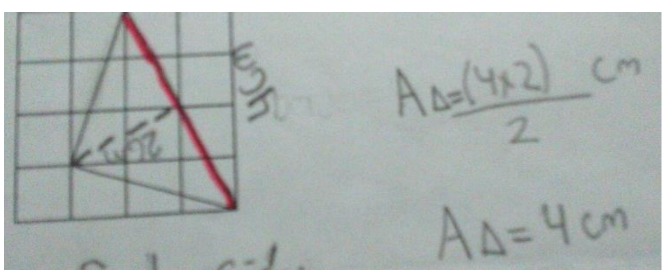
Estas fueron algunas de la formas como los estudiantes deciden abordar el ejercicio y las respuestas a las que llegaron:

Figura 8. Respuesta de E9 al problema No. 4, taller 1



Fuente: Los autores

Figura 9. Respuesta de E7 al problema No. 4, taller 1



Fuente: Los autores

En la resolución de éste problema cabe resaltar que hubo dos formas en los que los estudiantes decidieron abordar el problema. Un primer grupo lo desarrolló completando cuadrados, los cuales llegaron a la solución correcta del problema; el segundo grupo lo resolvió haciendo uso de la ecuación del área de un triángulo, los cuales la solución fue incorrecta.

Cuando los estudiantes entregaron el taller, se les hizo la pregunta de cómo se sintieron desarrollando el taller, al cual respondieron que:

- *Bien, pero los problemas eran difíciles…*
- *Toca pensar mucho y leer mucho los problemas para ver lo que nos piden.*
- *No estamos acostumbrados a esos problemas…*

La pregunta se les hizo con la intención de explicarles que los talleres que vamos a desarrollar en los siguientes encuentros contienen problemas en las cuales para su solución deben pensar y leer mucho, para eso debemos llevar a cabo ciertas etapas en la resolución de problemas tales como: familiarizarse con el problema, idear un plan o una estrategia, ejecutar el plan y mirar hacia atrás. Dichas etapas se explicaron a través del problema No. 1 del taller I, y que los estudiantes en el desarrollo de los siguientes talleres deben desarrollarlo teniendo en cuenta las etapas mencionadas anteriormente.

3.2.4. Análisis de resultados del taller I.

De acuerdo con las observaciones en el aula de clases durante el desarrollo del taller y revisando los talleres entregados por los estudiantes llegamos a la conclusión, que:

- En el desarrollo de los problemas, los estudiantes están acostumbrados a llegar a una solución, ya sea ésta correcta o incorrecta, es decir no se detienen a pensar, reflexionar, leer y comprender el problema, porque el afán de ellos es llegar a una solución.

- Algunos estudiantes hacen uso implícitamente las tres primeras etapas de las cuatro que menciona Polya en la resolución de problemas; es decir, comprenden el problema, conciben un plan y desarrollan el plan; pero no se devuelven a revisar el problema para corroborar si la solución corresponde a la pregunta del problema.
- La mayoría de los estudiantes estuvieron atentos y motivados en el desarrollo del taller, aunque algunos se sintieron frustrados por que no comprendían el problema o no llegaban a ninguna solución, pero con el apoyo y guía de los docentes se les facilitó en la comprensión y solución de los problemas.
- A la mayoría de los estudiantes les facilitó los problemas en su comprensión y solución, porque eran problemas aplicados a la vivencia y cotidianidad de ellos, es decir con las experiencias y prácticas los estudiantes han estado expuestos a esos problemas en su vida diaria, de ahí la facilidad en su resolución.

A continuación se evidencian la tabla de resultados del taller I.

Figura 10. Tabla de resultados taller I

No. Estudiante	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4
E1	1	1	1	1
E2	1	1	0	1
E3	1	1	1	1
E4	1	1	1	0
E5	1	1	1	1
E6	1	0	1	0
E7	1	1	1	0
E8	1	1	0	0
E9	1	0	1	1
E10	1	1	1	1
E11	1	1	1	1
E12	1	0	0	1
E13	1	1	0	1
E14	1	0	1	0
E15	1	0	0	1
E16	1	1	1	1
E17	1	0	0	1
Convenciones: Correcta(1) Incorrecta(0) E(estudiante)				

Fuente: Los autores

La figura 10 está tabulada de acuerdo al resultado que llegaron los(as) estudiantes, es decir, si la solución que plantean es correcta o incorrecta sin importar procedimientos; la tabla no esta analizada desde las etapas que propone Polya, es simplemente una muestra de cuántos estudiantes llegaron a la solución correcta del problema y cuántos a la solución incorrecta.

Y de acuerdo a las etapas en resolución de problemas según Polya, categorizamos a la muestra como se evidencia a continuación:

Figura 11. Categorización de estudiantes según etapas de Polya, taller I

	Etapas en resolución de problemas según Polya			
Estudiante	**Familiarizarse con el problema**	**Idear un plan**	**Ejecutar el plan**	**Mirar hacia atrás**
E1				X
E2			X	
E3			X	
E4		X		
E5			X	
E6				X
E7		X		
E8			X	
E9				X
E10			X	
E11			X	
E12	X			
E13		X		
E14	X			
E15		X		
E16				X
E17		X		
TOTAL ESTUDIANTES	2	5	6	4

Fuente: Los autores

Como los estudiantes para el caso del primer taller no tenían conocimiento de las etapas en resolución de problemas, pero hacían uso implícito de los mismos; por lo tanto, de acuerdo a lo que desarrollaron en el taller categorizamos desde las etapas en resolución de problemas según Polya. Y se evidencia en la figura 11, que el 12% de la muestra se encuentra en la etapa 1, la cual corresponde a *familiarizarse con el problema*, un 29% de los estudiantes *idean un plan o estrategia* de solución al problema, el 35% *ejecuta el plan* y un 24% luego de ejecutar el plan se devuelven al problema para comparar si la respuesta a la que llegaron corresponde a la solución correcta o no, es decir hacen uso de la etapa *mirar hacia atrás*.

3.3. TALLER II

3.3.1. Desde los niveles de categorización según Polya.

Para el taller II, se trazó como objetivo que los estudiantes comprendieran la importancia de las cuatro etapas para la resolución de problemas, aunque posiblemente con este taller no iba a ser suficiente para crear un hábito necesario para el manejo de todos las etapas, pero con nuestra orientación y guía se buscó la manera de profundizar en la importancia de entender el problema e idealizarse un plan.

3.3.2. Diseño del taller II.

Para el diseño del taller II, se seleccionaron 3 problemas del banco de ejercicios con el que contaba el grupo a cargo del proyecto: Talleres de desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4°, 5°, 6°, 7° y 8° de las instituciones educativas de Villavicencio, problemas que se habían rescatado previamente del texto: Olimpiadas colombianas matemáticas problemas y soluciones primer nivel y otros que fueron propuestos por miembros del grupo.

Cabe resaltar que los 3 problemas, corresponden a las temáticas propias del nivel de cuarto a quinto planteados en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

A continuación los problemas que conforman el taller II:

TALLER II

1. *En la cafetería de la escuela empacan 66 galletas de 6 u 8 unidades de tal manera que no sobra ninguno. ¿Cuál es el número máximo de paquetes de 8 unidades?*
2. *En el departamento de producción de una empresa trabajan 4 mujeres y 6 hombres. La edad promedio de las mujeres es de 30 años y la de los hombres es 40. ¿Cuál es la edad promedio de los trabajadores del departamento de producción?*
3. *Una bibliotecaria trabaja 10 horas, de 8am a 6pm. Si en las horas pares entrega 20 libros y en las horas impares 10 libros, pero cada 15 minutos le devuelven 1 libro. ¿Cuántos libros entrega y cuántos libros le devuelven en sus 10 horas de trabajo?*

Con estos 3 problemas, se pretendía que cada estudiante, hiciera uso de las cuatro etapas para resolver un problema según el modelo de resolución de problemas que se les propuso en el taller anterior.

3.3.3. Aplicación del taller II.

El taller II se aplicó el día Junio 03 del 2014, con una duración de 1 hora y 40 minutos; fue aplicada a un total de 30 estudiantes cuya muestra fueron 17 estudiantes, quienes muestran interés y motivación en desarrollar el taller, respectivamente.

Para iniciar la actividad, se lee en voz alta cada una de los problemas del taller con el fin de que los(as) estudiantes resuelvan cualquier tipo de dudas antes de empezar a desarrollarlo. Además se hace un pequeño resumen acerca de las cuatro etapas para la resolución de problemas propuestos en el taller I. Cabe resaltar que en este inicio los estudiantes se mostraron motivados y a la expectativa de recibir el taller.

Una vez entregado el taller, empezamos a indagar acerca de la manera como el estudiante decide abordar cada uno de los problemas.

<u>Problema No. 1, taller II:</u>

"En la cafetería de la escuela empacan 66 galletas de 6 u 8 unidades de tal manera que no sobra ninguno. ¿Cuál es el número máximo de paquetes de 8 unidades?"

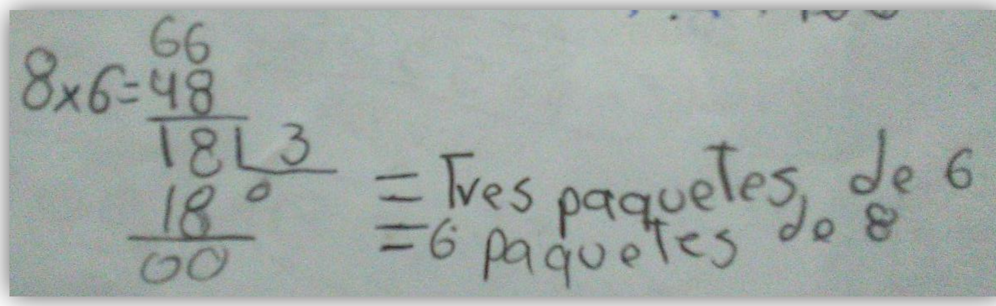
Se logró observar que los estudiantes se preguntaban entre ellos qué es lo primero que debemos hacer antes de empezar a resolver el problema y afirmaban que lo primero que se debe hacer es entender el problema, identificando datos y saber qué es lo que piden resolver; es decir, los estudiantes llevaban la pausa para llegar a solucionar el problema, se les notaba que no tenían afán por llegar a la respuesta rápidamente como diera lugar. Por ejemplo, E5 afirma que: "*profe ya entendí, ya sé lo que debo hacer, primero debo buscar un número que al multiplicar por 8 me dé un número más pequeño que 66, después ese número debo restarlo a 66 y el número que dé de la resta debo dividirlo entre 6, así llegaría al resultado del problema"*.

Con lo anterior, se considera que el estudiante ya hizo uso de las dos primeras etapas planteadas en la resolución de problemas (comprendió el problema, ideó un plan), ahora el siguiente paso sería ejecutar plan. La mayoría de los estudiantes siguió el plan que pensó E5.

Otros decidieron apoyarse gráficamente formando grupos, como por ejemplo el estudiante E12, quien dice que: "*yo ya sé que es lo que me piden y como debo hacer para solucionar el problema. Lo voy a resolver dibujando paquetes y formando grupos de 8 y así llegar a la respuesta*".

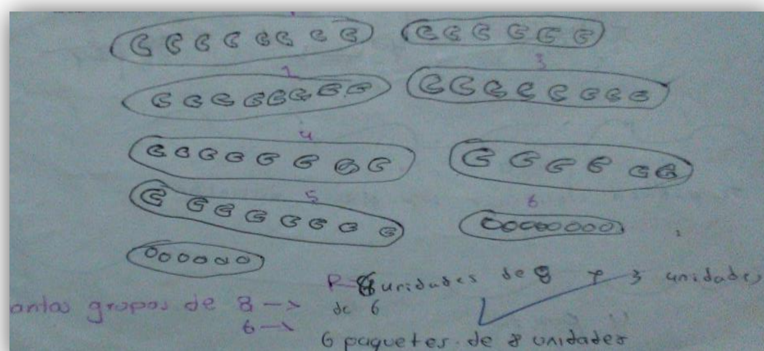
Estos fueron algunos de los procedimientos y respuestas de los estudiantes en relación al problema No.1 del taller II:

Figura 12. Respuesta de E1 al problema No. 1, taller II



Fuente: Los autores

Figura 13. Respuesta de E12 al problema No. 1, taller II



Fuente: Los autores

Aunque todos los estudiantes acertaron en este problema, solo se evidenció que utilizaron las tres primeras etapas propuestas para resolver problemas, por lo que ninguno de los estudiantes preguntó si realmente la respuesta estaba bien o intento usar algún método para comprobarla.

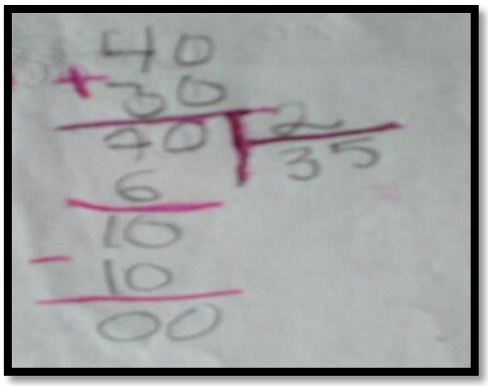
<u>Problema No. 2, Taller II:</u>

"En el departamento de producción de una empresa trabajan 4 mujeres y 6 hombres. La edad promedio de las mujeres es de 30 años y la de los hombres es 40. ¿Cuál es la edad promedio de los trabajadores del departamento de producción?"

Logramos observar que los estudiantes también hicieron la pausa para pensar en el problema, pero no lograron comprenderlo ya que no manejaban el concepto de promedio, por lo tanto fue necesario parar en ese problema y explicar brevemente el concepto a través de un ejemplo (un ejemplo sobre notas de matemáticas). Y por medio del ejemplo anterior los estudiantes lograron comprender lo que el problema estaba pidiendo que resolvieran, a tal punto que el estudiante E8 afirmó que: "*en el problema ya nos dan el promedio tanto de los hombres como de mujeres, lo que debo hacer es sumar los promedios y dividir entre 2 y obtengo la respuesta del problema"*. Por lo tanto, el estudiante ya identificó que operaciones debe utilizar para resolver el problema, es decir, con el apoyo del docente, el estudiante llegó a comprender el problema, idear un plan, ejecutarlo y devolverse al problema para revisar si la respuesta corresponde a la pregunta o no.

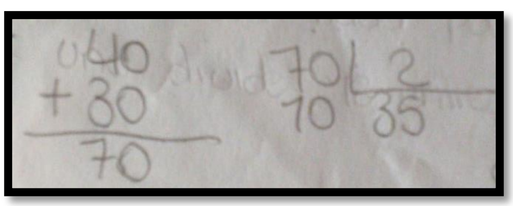
Estos fueron algunos de los procedimientos y respuestas de los(as) estudiantes en relación al problema No.2 del taller II:

Figura 14. Respuesta de E6 al problema No. 2, taller II



Fuente: Los autores

Figura 15. Respuesta E1 al problema No. 2, taller II



Fuente: Los autores

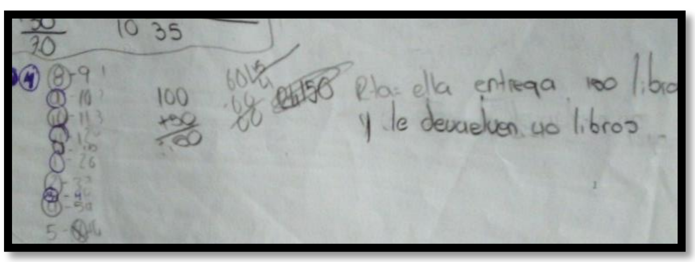
__Problema No. 3, taller II:__

Una bibliotecaria trabaja 10 horas, de 8am a 6pm. Si en las horas pares entrega 20 libros y en las horas impares 10 libros, pero cada 15 minutos le devuelven 1 libro. ¿Cuántos libros entrega y cuántos libros le devuelven en sus 10 horas de trabajo?

Se observó que los estudiantes, se sentían en confianza en el manejo de las etapas para solucionar un problema, en especial la primera etapa, porque se observaba que cada estudiante se concentraba por un momento a leer el problema, y algunos hasta repetían la lectura más de tres veces. Por ejemplo E10 afirmaba que comprendía el problema y que: "*lo que primero voy a hacer es un listado de los números en horas de 8am a 6pm, luego mirar cuántas horas pares hay y cuántas impares y así…"* y todos los estudiantes se guiaron por la estrategia que proponía E10 para dar solución al problema.

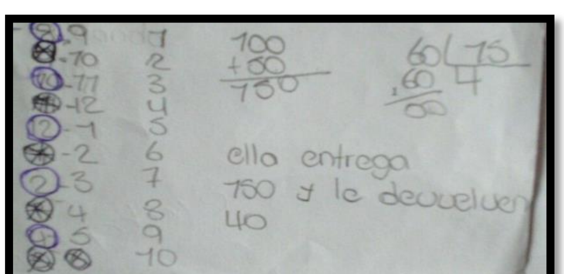
Estos fueron algunos de los procedimientos y respuestas de los(as) estudiantes en relación al problema No.3 del taller II:

Figura 16. Respuesta de E9 al problema No. 3, taller II



Fuente: Los autores

Figura 17. Respuesta de E17 al problema No. 3, taller II



Fuente: Los autores

Con esto consideramos, que los estudiantes habían tenido un avance o un cambio en la manera de resolver problemas matemáticos, ahora ya piensan y reflexionan un poco más el problema antes de lanzarse a resolverlo sin ninguna estrategia. Es decir empiezan a manejar algunas de las etapas en la resolución de problemas.

3.3.4. Análisis de resultados taller II.

Basados en las observaciones hechas en el aula al momento del taller, y revisando las guías entregadas por los estudiantes, podemos concluir lo siguiente:

- La propuesta de abordar los problemas haciendo uso de una serie de etapas fue asimilada por los estudiantes, quienes reconocieron el potencial de trabajar de esta manera.
- La mayoría de los estudiantes no se lanzan directamente a desarrollar el primer plan que se les ocurre, sino piensan y vuelven hacer la lectura del problema si es posible para considerar si la estrategia o metodología que se piensa responde a la pregunta del problema.
- Es importante considerar que el error hace parte del proceso de adquirir habilidades en resolución de problemas, ya que de los errores se puede corregir o mejorar el proceso y reflexionar para aprender del mismo.
- La actitud de los estudiantes por desarrollar el taller ayuda a que el proceso de resolución de problemas sea aún más productivo, ya que si el estudiante está motivado y demuestra interés las habilidades florecen.
- La mayoría de los estudiantes, lograron manejar de manera correcta las dos primeras etapas del método para resolver problemas propuestos por los investigadores: familiarizarse con el problema e idear un plan o una estrategia.

A continuación se evidencian la tabla de resultados del taller II.

Figura 18. Tabla de resultados taller II

No. Estudiante	Problema 1	Problema 2	Problema 3
E1	1	1	1
E2	1	1	1
E3	1	1	0
E4	1	1	0
E5	1	1	0
E6	1	1	0
E7	1	0	0
E8	1	1	0
E9	1	1	1
E10	1	1	1
E11	1	1	1
E12	1	0	1
E13	0	1	0
E14	1	1	1
E15	0	0	1
E16	0	1	0
E17	1	1	1
Convenciones: Correcta(1) Incorrecta(0)			

Fuente: Los autores

De acuerdo a las etapas en resolución de problemas según Polya, categorizamos a la muestra como se evidencia en la siguiente figura:

Figura 19. Categorización de estudiantes según etapas de Polya, taller II

	Etapas en resolución de problemas según Polya			
Estudiante	**Familiarizar se con el problema**	**Idear un plan**	**Ejecutar el plan**	**Mirar hacia atrás**
E1			X	
E2				X
E3			X	
E4		X		
E5			X	
E6		X		
E7	X			
E8			X	
E9				X
E10			X	
E11			X	
E12			X	
E13		X		
E14			X	
E15	X			
E16	X			
E17			X	
TOTAL ESTUDIANTES	3	3	9	2

Fuente: Los autores

En la figura 19, se evidencia que el 17% de los estudiantes se encuentran en las etapas de: *familiarizarse con e problemas* e *idear un plan*, un 54% *ejecutan el plan* que se proponen para dar solución al problema y el 12% se devuelven a la pregunta del problema para su verificación.

3.4. TALLER III

3.4.1. Desde los niveles de categorización según Polya.

Para el taller III, se trazó como objetivo que los estudiantes profundizaran las dos últimas etapas propuesto por Polya en la resolución de problemas, para enfocarlos hacia una estructuración ideal en la comprensión de un problema matemático y así conseguir buenos resultados en la prueba interinstitucional.

3.4.2. Diseño del taller III.

Para el diseño del taller III, se seleccionaron 3 problemas del banco de problemas con el que contaba el grupo a cargo del proyecto: Talleres de desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4°, 5°, 6°, 7° y 8° de las instituciones educativas de Villavicencio, problemas que se habían rescatado previamente del texto: "Olimpiadas colombianas matemáticas problemas y soluciones primer nivel" y otros que fueron propuestos por miembros del grupo.

Cabe resaltar que los 3 problemas, corresponden a las temáticas propias del nivel de cuarto a quinto planteados en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

A continuación los problemas que conforman el taller III:

TALLER III

1. *¿Cuál es la fracción que representa la parte sombreada del trapecio?*

Figura 20. Apoyo gráfico del problema No. 1, taller III

Fuente: Los autores

2. *Si* $m\nabla n = \frac{m-n}{m+n}$, *entonces (12* ∇ *4) que resultado tendrá?*
3. *Un campesino compra 60 bultos de concentrado para alimentar el total de las gallinas que cría en la finca. Si cada día el gasto de concentrado en* $\frac{4}{3}$ *bultos, entonces ¿Para cuantos días le alcanza el concentrado que compro?*

Con estos 3 problemas, se pretendía que cada estudiante, hiciera uso de las cuatro etapas para resolver un problema según el modelo de resolución de problemas que se les había propuesto en los talleres anteriores.

3.4.3. Aplicación del taller III.

El taller III se aplicó el día Agosto 26 del 2014, con una duración de 1 hora y 40 minutos; fue aplicada a un total de 30 estudiantes cuya muestra fueron 17 estudiantes, quienes muestran interés y motivación en desarrollar el taller.

Para iniciar la actividad, se lee en voz alta cada una de los problemas del taller como de costumbre, con el fin de que los(as) estudiantes resuelvan cualquier tipo de dudas antes de empezar a desarrollarlo. Además se hace un pequeño resumen acerca de las cuatro etapas para la resolución de problemas propuestos en el taller I y aplicados en el taller II. Cabe resaltar que en esta sesión los estudiantes se encuentran activos al recibir el taller.

Una vez entregado el taller, empezamos a indagar acerca de la manera como el estudiante decide abordar cada uno de los problemas.

Problema No. 1, taller III:

¿Cuál es la fracción que representa la parte sombreada del trapecio?

Observamos que la mayoría de los estudiantes, empezaron a leer la pregunta más de una vez y revisar la figura para ver si correspondía a la de un trapecio. Después de reconocerlo se dieron la tarea de empezar a contar las figuras sombreadas y las que no estaban sombreadas llegando a la conclusión que las figuras que conformaban el trapecio eran triángulos. Como por ejemplo, el estudiante E6 afirmaba que: "*Profe ya entendí, yo tengo un trapecio, mire que allí adentro hay triángulos negros y blancos, lo que me preguntan es cuánto valen los* *triángulos negros dentro de todo el trapecio”*. Continuando la idea del estudiante E6 el estudiante E1 dice que: “D*ebemos contar cuántos triángulos (negros-blancos) hay dentro del trapecio, luego dividir el número de triángulos negros entre el número total de triángulos y así solucionamos la pregunta del problema”*.

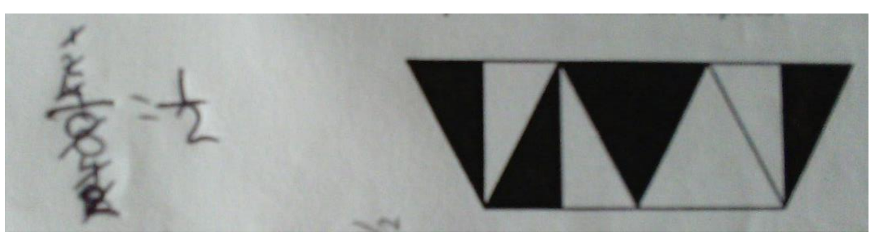
Y la mayoría de los estudiantes no supieron cómo resolver el problema, es decir no comprendieron el problema, porque no se acordaban del concepto de fracción; por lo tanto fue necesario para ese grupo reforzar el concepto mediante un ejemplo sencillo (*la torta de mis cumpleaños*) que facilitara la asimilación del concepto como tal. Entonces con ese pequeño ejemplo los estudiantes aterrizaron a lo que debían solucionar en el problema.

Estas fueron algunas de las soluciones y procedimientos o estrategias que hicieron uso los estudiantes para resolver el problema:

Figura 21. Respuesta de E13 al problema No.1, taller III

Fuente: Los autores

Figura 22. Respuesta de E5 al problema No. 1, taller III



Fuente: Los autores

Para este problema, los estudiantes pudieron y desarrollaron todas las etapas propuestas para la resolución de problemas, es decir, se familiarizaron con el problema, idearon un plan, lo ejecutaron y llegaron a la conclusión que la respuesta a la que llegaron correspondía verdaderamente a la pregunta del problema y además la corroboraron con la imagen del problema.

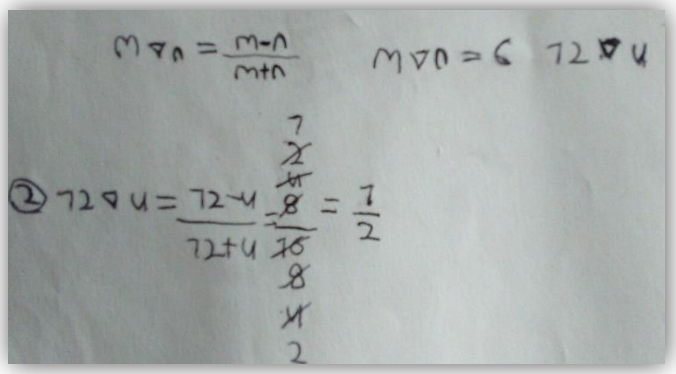
<u>Problema No. 2, taller III</u>:

Si $m\nabla n = \frac{m-n}{m+n}$, *entonces (12 ∇ 4) que resultado tendrá?*

Nos dimos cuenta que la mayoría de los estudiantes se sentían confiados en el manejo de los pasos para solucionar un problema, en especial la primera etapa, puesto que se observaba que cada estudiante se concentraba por un momento a leer el problema, y algunos hasta repetían la lectura más de tres veces. Cabe resaltar que para este problema, ninguno de los estudiantes nos hizo ningún tipo de preguntas, parecía que todo estaba claro para cada uno, por lo cual no decidimos intervenir mucho dándoles sus propios espacios de reflexión. Una vez observadas las respuestas de los estudiantes, nos dimos cuenta que la mayoría habían contestado bien el problema, puesto que utilizaron la operación adecuada para el problema. Además algunos de los estudiantes afirmaban que: "*profe el problema estaba fácil no como los otros…"*, aseguraban.

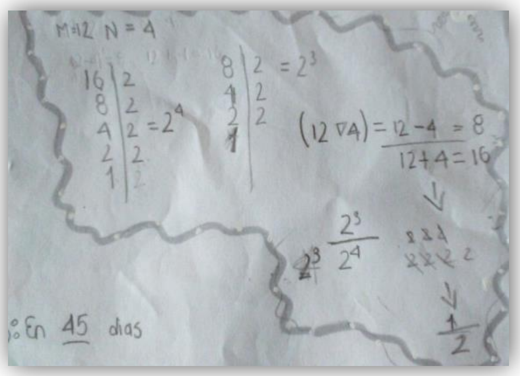
Estos fueron algunos de los procedimientos y respuestas de los estudiantes en relación al problema No. 2 del taller III:

Figura 23. Respuesta de E10 al problema No. 2, taller III



Fuente: Los autores

Figura 24. Respuesta de E13 al problema No. 2, taller III



Fuente: Los autores

En este caso para los estudiantes les facilitó porque eran problemas con procedimientos algorítmicos.

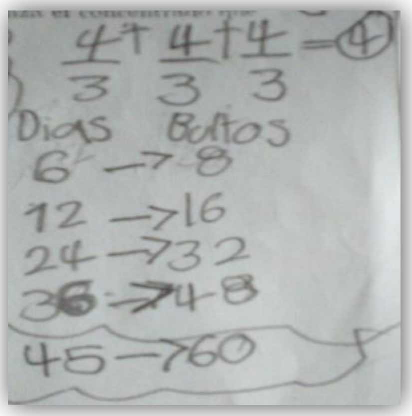
Problema No.3 Taller III:

Un campesino compra 60 bultos de concentrado para alimentar el total de las gallinas que cría en la finca. Si cada día el gasto de concentrado en $\frac{4}{3}$ bultos, entonces ¿Para cuantos días le alcanza el concentrado que compro?

Observamos que entre los estudiantes hubo mayor colaboración y participación para dar solución al problema, planteaban ideas de cómo se podía resolver el problema, por ejemplo afirmaban entre ellos: "*E7 vuelva a leer duro el problema otra vez…"*, así hasta que hubo una estudiante que comprendió el problema y decía: "*ya sé lo que debemos hacer. El campesino tiene 60 bultos y dice el problema que se gasta $\frac{4}{3}$ de los bultos que tiene todos los días, o sea necesitamos saber primero cuanto es $\frac{4}{3}$ de 60 y luego dividirlo entre 60 y encontraríamos los días que dura el concentrado del campesino"*. Y entre sus compañeros elogiaban a la compañera, porque para ellos eran un problema retador y de ver que lo podía solucionar la motivación, el entusiasmo e interés aumentaba más y se alegraban de ello.

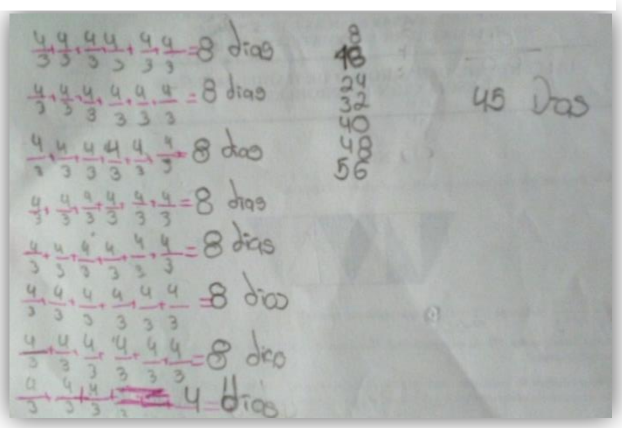
Estos fueron algunos de los procedimientos y respuestas de los estudiantes en relación al problema:

Figura 25. Respuesta de E12 al problema No. 3, taller III



Fuente: Los autores

Figura 26. Respuesta de E6 al problema No. 3, taller III



Fuente: Los autores

En el caso de este problema fue algo muy particular, porque llegó un momento que entre sus compañeros se apoyaban para dar solución al problema, se evidenció aún más el uso y manejo mejor a los talleres anteriores respecto a las etapas de resolución de problemas propuestos. Por lo tanto, hicieron uso además de familiarizarse, idear un plan del problema ejecutar el plan y dado eso devolverse al problema para así evidenciar que la respuesta que llegaron es correcta o no, es decir, desarrollaron la etapa mirar hacia atrás.

3.4.4. Análisis de resultados taller III.

Basados en las observaciones hechas en el aula al momento de aplicar el taller, y revisando las guías entregadas por los estudiantes, podemos concluir lo siguiente:

- La mayoría de los estudiantes, lograron utilizar las dos etapas del método para la resolución de problemas.
- Se observó un progreso mayor con respecto al uso y manejo de las etapas propuestas para la resolución de problemas.
- Es importante ayudar a los estudiantes a pensar, reflexionar y que ellos se den cuenta que pueden plantear varios caminos para dar respuesta a un problema.
- Se evidenció que falta aún más para que realmente el estudiante maneje de manera natural y casi por instinto las cuatro etapas de resolución de problemas, pero como todo es un proceso se ha evidenciado que a tenido avances con respecto a talleres anteriores.
- La motivación y el interés en desarrollar los talleres siguió siendo un ente importante para que los estudiantes logren adquirir habilidades en resolución de problemas.

A continuación se evidencian la tabla de resultados del taller III.

Figura 27. Tabla de resultados taller III

No. Estudiante	Problema 1	Problema 2	Problema 3
E1	1	1	1
E2	0	1	1
E3	1	1	0
E4	1	1	1
E5	1	1	1
E6	0	1	1
E7	0	1	1
E8	1	1	1
E9	1	1	1
E10	1	1	1
E11	0	0	1
E12	0	1	1
E13	0	0	1
E14	0	1	0
E15	1	1	0
E16	1	1	1
E17	1	1	0
Convenciones: Correcta(1) Incorrecta(0)			

Fuente: Los autores

De acuerdo a las etapas en resolución de problemas según Polya, se categorizan a los estudiantes como se evidencia en la siguiente figura:

Figura 28. Categorización de estudiantes según etapas de Polya, taller III

	Etapas en resolución de problemas según Polya			
Estudiante	**Familiarizar se con el problema**	**Idear un plan**	**Ejecutar el plan**	**Mirar hacia atrás**
E1			X	
E2			X	
E3			X	
E4				X
E5			X	
E6		X		
E7			X	
E8				X
E9				X
E10			X	
E11	X			
E12		X		
E13		X		
E14	X			
E15		X		
E16				X
E17			X	
TOTAL ESTUDIANTES	2	4	7	4

Fuente: Los autores

La figura 28, nos muestra que el 12% de los estudiantes se encuentran en la etapa de *familiarizarse con el problema*, un 24% *idean estrategia* de solución al problema, el 41% *aplican el plan* y también el 24% *miran hacia atrás*, es decir se devuelven a la pregunta del problema para comparar si corresponde o no a la solución correcta. Teniendo en cuenta la categorización del taller II, se muestra un mayor manejo de la etapa *mirar hacia atrás* en la resolución de los problemas de los estudiantes.

3.5. TALLER IV: CORCURSO INTERINSTITUCIONAL

3.5.1. Desde los niveles de categorización según Polya.

Con el taller IV, se pretendía analizar el avance de los estudiantes en las habilidades en resolución de problemas, realizando una comparación con las diferentes Instituciones Educativas que participaron en el concurso, tales como: Felicidad Barrios Hernández, Colegio COFREM y Colegio A. Phipps; donde se aplicó el mismo taller en cada institución.

3.5.2. Diseño taller IV (Concurso Interinstitucional).

Para la realización de la prueba interinstitucional, Se seleccionaron 5 problemas que son extraídos del grupo PPS: Talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4°, 5°, 6°, 7° y 8° de las instituciones educativas de Villavicencio, y del texto "olimpiadas colombianas matemáticas problemas y soluciones primer nivel".

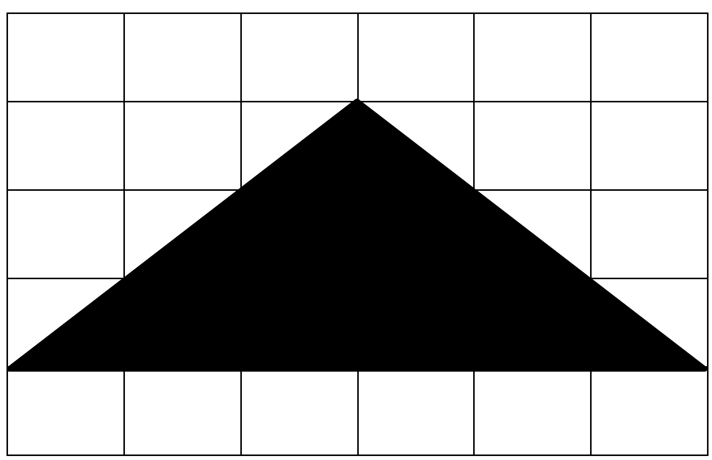
Cada uno de los problemas seleccionados corresponde a las temáticas planteadas para el nivel 4° y 5° en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional.

A continuación los problemas que conforman La prueba Interinstitucional:

CONCURSO INTERINSTITUCIONAL AL PROYECTO TALLERES DE DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCION DE PROBLEMAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS PARTICIPANTES, FELICIDAD BARRIOS HERNANDEZ, COLEGIO LOS CENTAUROS SEDE JUAN PABLO II, ANTHONY A. PHIPPS Y COLEGIO COFREM.

1. *Los candidatos para formar el nuevo consejo estudiantil del colegio son: Sofía, José, Felipe Y Viviana. Se requiere que el consejo este compuesto por un personero y un secretario. ¿De cuantas formas se puede conformar este consejo?*
2. *En la cuadricula que se muestra a continuación cada cuadrado tiene un área de 9 cm^2 ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?*

Figura 29. Apoyo gráfico del problema No. 2, taller IV



Fuente: Los autores

3. *Se tiene cuatro números naturales A, B, C y D. Encuentre el orden de estos números de manera descendente (de mayor a menor), observando la siguiente tabla que muestra si es verdadero o falso que un número sea mayor a otro.*

Figura 30. Apoyo gráfico del problema No. 3, taller IV

>	***A***	***B***	***C***	***D***
A	-	*F*	*F*	*F*
B	*V*	-	*F*	*F*
C	*V*	*V*	-	*F*
D	*V*	*V*	*V*	-

Fuente: Los autores

4. *El filósofo griego llamado Sócrates nació en el año 470 a.c. y murió en el año 399 a.c. mientras que el filósofo Platón murió en el año 347 a.c. ¿Durante cuantos años estuvieron vivos al tiempo ambos filósofos si Platón vivió 9 años más que Sócrates?*

5. *Un bus con 500 pasajeros, hace su primera parada y se bajan* $^{1}/_{5}$ *de los pasajeros, sigue su trayecto y hace su segunda parada donde se bajan* $^{3}/_{4}$ *de las personas que quedaban, en la tercera parada se bajan* $^{3}/_{10}$ *de los restantes. ¿Cuántas personas llegaron a la última parada, siendo la cuarta la última parada?*

Con estos 5 Problemas, se esperaba que cada estudiante, hiciera uso de los 4 pasos de Polya para resolver un problema según el modelo de resolución de problemas que se les propuso durante los talleres vistos anteriormente, con la diferencia de que al tratarse de una prueba interinstitucional, cada estudiante es autónomo de su proceso y de su prueba, sin asesoría del profesor.

3.5.3. Aplicación del taller IV (Concurso interinstitucional).

Este taller se aplicó el día 28 de octubre de 2014 con una duración de 1 hora y 30 minutos, fue aplicada a un total de 30 estudiantes quienes se mostraron activos y motivados en resolver cada uno de los problemas planteados en el taller.

Para dar inicio a la prueba, se lee cuidadosamente cada problema con el fin de que el estudiante resuelve cualquier inquietud sobre los problemas planteados.

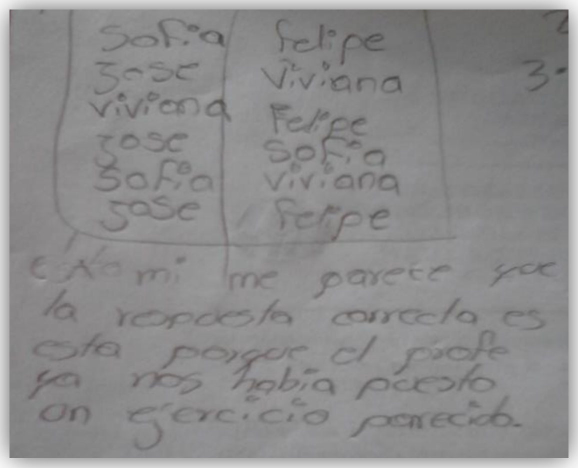
Problema Nº 1, Taller IV **(Concurso interinstitucional)*:***

> *Los candidatos para formar el nuevo consejo estudiantil del colegio son: Sofía, José, Felipe Y Viviana. Se requiere que el consejo este compuesto por un personero y un secretario. ¿De cuantas formas se puede conformar este consejo?*

Se observó que los estudiantes, no realizaron los cuatro pasos propuestos para la resolución de un problema, en este caso leen la situación pero no la comprenden, por ejemplo el estudiante E25 dijo "*No sé cómo plantearlo*", luego otro estudiante E19 dice *"Pero eso lo vimos en los anteriores talleres"* , Y E12 menciona "*Pero no me acuerdo como se hace*" , Lo anterior permite evidenciar que no tienen claro que es una pareja para el consejo estudiantil, por lo que se observa dificultades para definir el personero y el secretario en cada combinación, Así que es difícil darle una ejecución al plan y llegar a una respuesta correcta. La gran preocupación que se encuentra en este problema es que no lo leen varias veces como lo hacían en los talleres 2 y 3.

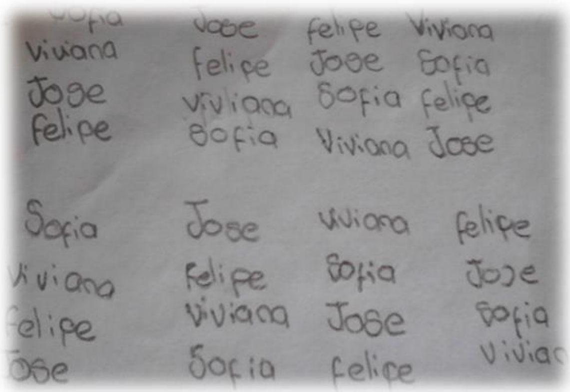
Estos fueron algunos de los procedimientos y respuestas de los estudiantes en relación al primer problema del concurso interinstitucional:

Figura 31. Respuesta de E3 al problema No. 1, taller IV



Fuente: Los autores

Figura 32. Respuesta de E9 al problema No. 1, taller IV



Fuente: Los autores

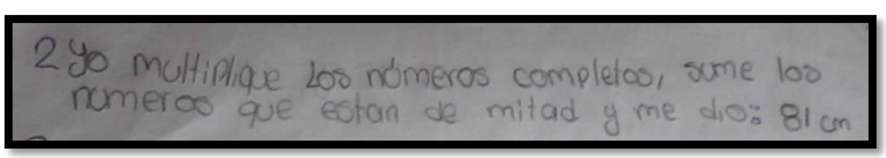
Problema Nº 2, Taller IV* (Concurso interinstitucional)*:

En la cuadricula que se muestra a continuación cada cuadro tiene un área de 9 cm^2 ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?

Se observó, que los estudiantes comprendieron como conocer el área de la parte sombreada de la figura, y relacionarla con la parte no sombreada, es decir contar cuantos cuadros sombreadas contiene el triángulo para eso suman los cuadros completos más las otras mitades que están sombreadas. El comentario del estudiante E13 “Yo hice el mismo procedimiento de un problema que nos pusieron anteriormente”. Y seguido argumenta E7 “Pues sencillo se multiplica el área de cada uno y así finalmente expresar la respuesta correcta que nos dé”.

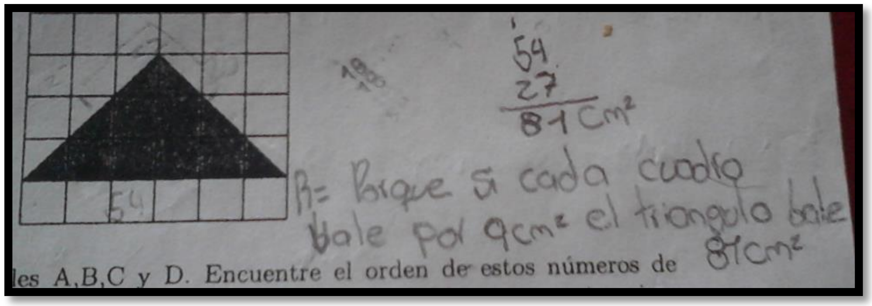
Estos fueron algunos de los procedimientos y respuestas de los estudiantes en relación al segundo problema del concurso interinstitucional:

Figura 33. Respuesta de E8 al problema No. 2, taller IV


2 yo multiplique los números completos, sume los numeros que estan de mitad y me dio: 81 cm

Fuente: Los autores

Figura 34. Respuesta de E16 al problema No. 2, taller IV



Fuente: Los autores

Con las evidencias de este problema se puede observar claramente que los estudiantes a nivel general hacen uso adecuado de las cuatro etapas que hemos venido desarrollando en las diferentes sesiones. Porque encontraron la forma de relacionar los cuadros que forman al triangulo y como ya conocía el área de cada cuadro, se les facilita realizar la operación adecuada para finalmente llegar a la conclusión de que el área del triángulo equivale a $81\mathrm{cm}^2$.

<u>Problema Nº 3, Taller IV</u> **<u>(Concurso interinstitucional)</u>*<u>:</u>***

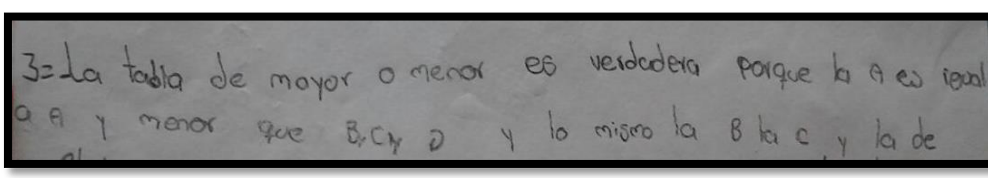
Se tiene cuatro números naturales A, B, C y D, al compararlos se observa que unos son mayores que otros. Encuentre el orden de estos números de manera descendente (de mayor a menor), observando la siguiente tabla si es verdadero o falso que un número sea mayor que otro.

>	A	B	C	D
A	-	F	F	F
B	V	-	F	F
C	V	V	-	F
D	V	V	V	-

Se observó, que la mayoría de los estudiantes no comprenden el problema. Menciona E3 “Yo deje a un lado las relaciones que siempre me arrojaban como resultado verdad, lo mismo para las relaciones que arrojaban como resultado falso, y luego ubique las letras de tal manera que podría encontrar un orden de mayor a menor”, Por otro lado E6 “Lo que ella entendió es si toca resolver si la tabla es verdadera o falsa”, es decir no utilizaron ningún paso en la resolución del problema.

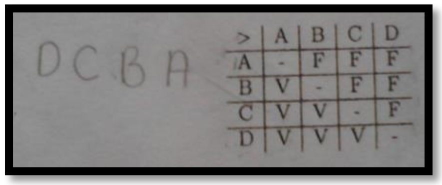
Estos fueron algunos de los procedimientos y respuestas de los estudiantes en relación al tercer problema del concurso interinstitucional:

Figura 35. Respuesta de E7 al problema No. 3, taller IV



Fuente: Los autores

Figura 36. Respuesta de E15 al problema No. 3, taller IV



Fuente: Los autores

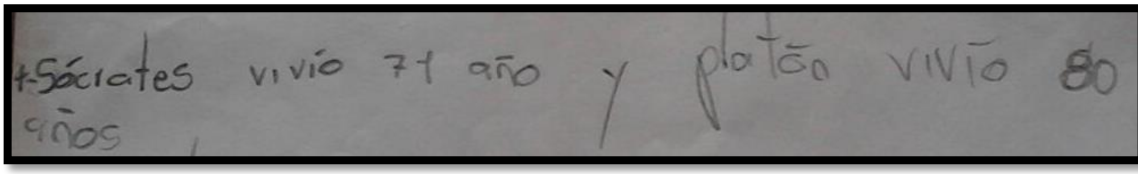
***<u>Problema Nº 4, Taller IV</u>* <u>(Concurso interinstitucional)</u>*:**

"El filósofo griego llamado Sócrates nació en el año de 470 a.c. y murió en el año 399 a.c. mientras que el filósofo platón murió en el año 347 a.c. ¿durante cuantos años estuvieron vivos al tiempo ambos filósofos si platón vivió 9 años más que Sócrates?"

Se observó, que lo primero que hizo los estudiantes, fue organizar los datos que se les daba en el problema, luego identificar las operaciones básicas que le permitieran dar una solución al problema y llegar a un resultado. En este problema se mira un falencia marcada que solamente 1 estudiante logra dar respuesta y nos comenta "*Yo halle el tiempo que vivió Sócrates, para luego sumar los 9 años de más que vivió platón, esto con el fin de llegar a la fecha de nacimiento*". Una vez teniendo claro lo anterior se realizan las diferentes operaciones pertinentes y se obtiene que estuvieron juntos ambos 28 años".

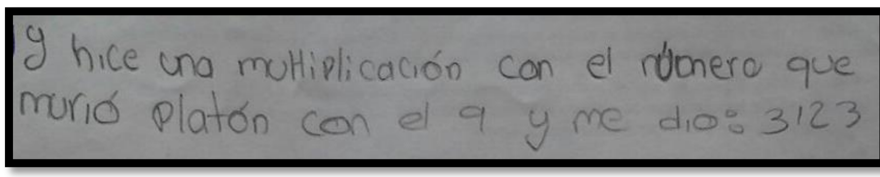
Estos fueron algunos de los procedimientos y respuestas de los estudiantes en relación al cuarto problema del concurso interinstitucional:

Figura 37. Respuesta de E1 al problema No. 4, taller IV


1-Sócrates vivio 71 año y platón vivio 80 años

Fuente: Los autores

Figura 38. Respuesta de E13 al problema No. 4, taller IV


y hice una multiplicación con el número que murió platón con el 9 y me dio: 3'123

Fuente: Los autores

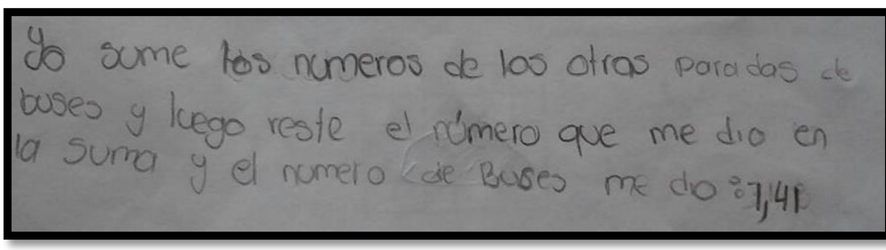
<u>Problema Nº 5, Taller IV</u> **<u>(Concurso interinstitucional)</u>*<u>:</u>***

Un bus con 500 pasajeros, hace su primera parada y se bajan 1/5 de los pasajeros, sigue su trayecto y hace una segunda parada donde se bajan 3/4 de las personas, en la tercera parada se bajan 3/10 ¿Cuántas personas llegaron a la última parada?

Se evidencio que la mayoría de estudiantes tiene dificultad en la comprensión de la situación, por ejemplo E29 dice: "*No entiendo que significa 1/5, ni ¾, ni mucho menos 3/10 en el trayecto"* y seguidamente E17 *"siempre que veo fracciones me* *confundo”* y Por ultimo E4 *“No tengo ni idea que toca hacer”,* de lo anterior podemos concluir que no utilizan un plan como el de sacar los datos más importantes del problema y las operaciones que le permitieran comprender que significa cada fracción referente a los 500 pasajeros.

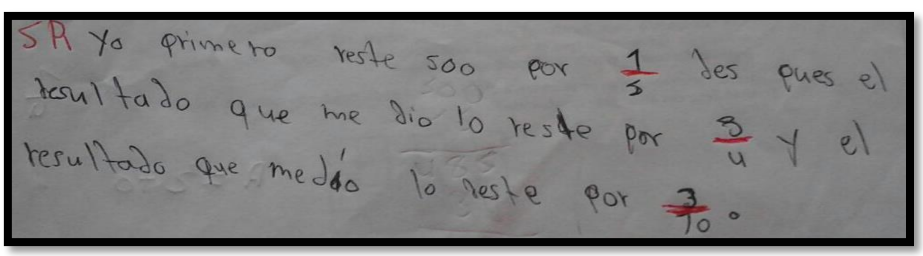
Estos fueron algunos de los procedimientos y respuestas de los estudiantes en relación al quinto problema del concurso interinstitucional:

Figura 39. Respuesta de E5 al problema No. 5, taller IV


yo sume los numeros de los otras paradas de buses y luego reste el número que me dio en la suma y el numero de Buses me dio: 7,41

Fuente: Los autores

Figura 40. Respuesta de E7 al problema No. 5, taller IV


5R Yo primero reste 500 por $\frac{1}{3}$ des pues el resultado que me dio lo reste por $\frac{3}{4}$ y el resultado que me dió lo reste por $\frac{3}{10}$.

Fuente: Los autores

Después de terminar la prueba, se observa que los estudiantes no lograron interiorizar cada uno de los pasos para la resolución de problemas según el método propuesto en los talleres anteriores. Cabe resaltar que se notaban ansiosos en cada uno de los pasos que debían desarrollar para dar respuesta a cada problema de la prueba.

A continuación la tabla de resultados del concurso interinstitucional.

Figura 41. Tabla de resultados taller III

	Problema 1	**Problema 2**	**Problema 3**	**Problema 4**	**Problema 5**
E1	0	0	0	0	0
E2	0	0	0	0	0
E3	0	1	1	0	0
E4	0	0	1	0	0
E5	0	0	0	0	0
E6	0	0	1	0	0
E7	0	0	0	0	0
E8	0	0	0	0	0
E9	0	1	0	0	0
E10	0	1	0	0	0
E11	0	0	0	0	0
E12	0	0	0	0	0
E13	0	0	0	0	0
E14	0	0	0	0	0
E15	0	0	0	1	0
E16	0	0	0	0	0
E17	0	0	0	0	0
E18	0	0	0	0	0
E19	0	0	0	0	0
E20	0	0	0	0	0
E21	0	0	0	0	0
E22	0	0	0	0	0
E23	0	0	0	0	0
E24	0	0	0	0	0
E25	0	0	0	0	0
E26	0	0	0	0	0
E27	0	0	0	0	0
E28	0	0	0	0	0
E29	0	0	0	0	0
E30	0	0	0	0	0
Respuesta: Correcta (1) Incorrecta (0)					

Fuente: Los autores

3.5.4. Análisis de resultados taller IV (Concurso interinstitucional).

De acuerdo a las observaciones realizadas en el aula durante el desarrollo del concurso interinstitucional, podemos concluir mediante una tabla en qué etapa de Polya en la resolución de problemas se encuentra cada estudiante.

Figura 42. Categorización de estudiantes según etapas de Polya

	Etapas en resolución de problemas según Polya			
Estudiante	**Familiarizarse con el problema**	**Idear un plan**	**Ejecutar el plan**	**Mirar hacia atrás**
E1		X		
E2	X			
E3			X	
E4			X	
E5		X		
E6			X	
E7		X		
E8	X			
E9			X	
E10			X	
E11	X			
E12		X		
E13	X			
E14		X		
E15			X	
E16	X			
E17	X			
E18	X			
E19	X			
E20		X		
E21		X		
E22		X		
E23			X	
E24			X	
E25	X			
E26		X		
E27	X			
E28	X			
E29			X	
E30			X	
TOTAL ESTUDIANTES	11	9	10	0

Fuente: Los autores

De acuerdo con la figura anterior acerca de la categorización de los estudiantes según las etapas en resolución de problemas de Polya, se observa que ninguno de los estudiantes hizo uso de la etapa *mirar hacia atrás*. El 37% se encuentran en la primera etapa que corresponde a *familiarizarse con el problema*, el 30% están en la etapa de *idear un plan* y un 33% de los estudiantes se encuentran en la etapa *ejecutar el plan*. El ideal era llegar a que los estudiantes hicieran uso de todas las etapas, es decir que interiorizaran y que el manejo de las mismas fueran espontaneas.

Esto nos muestra que el 37% de los estudiantes comprenden el problema, pero son incapaces de escalar a la segunda etapa; el 30% han comprendido el problema, han identificado datos e incógnitas e idean una(as) estrategia(as) de solución al problema, pero no tienen confianza si el plan ideado pueda llegar a dar solución a la pregunta del problema y el 33% de los estudiantes está familiarizado con el problema, idea un plan o una estrategia y llega a desarrollar o ejecutar el plan pero no se asegura si la solución es correcta o no ya que no se devuelve a revisar o leer de nuevo el problema para ver si la respuesta corresponde a la pregunta, es decir, los estudiantes creen que llegando a una respuesta, dicha respuesta es correcta y así han dado solución al problema.

4. IMPACTO INSTITUCIONAL DEL PROYECTO

Para evidenciar el impacto que tuvo el proyecto “Talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 5° de la Institución Educativa Los Centauros Sede Juan Pablo II de Villavicencio” en la institución fue necesario realizar una entrevista al docente titular y una encuesta a los estudiantes, para así darnos cuenta que el proyecto fue pertinente, necesario y que aportó en el desarrollo de habilidades en resolución de problemas de los estudiantes.

4.1. IMPACTO DE TALLERES EN CADA ESTUDIANTE

Para establecer las conclusiones del impacto institucional en los estudiantes del grado 5° de la institución educativa Los Centauros sede Juan Pablo II de Villavicencio, fue importante realizar una tabla para categorizar quienes resolvieron correctamente todo el taller y quienes no. De esta manera nombrar a cada estudiante su recorrido durante los 10 talleres implementados con sus respectivos análisis:

Figura 43. Tabla de resultados de los talleres correctos e incorrectos

	TALLERES									
Estudiante	**T1**	**T2**	**T3**	**T4**	**T5**	**T6**	**T7**	**T8**	**T9**	**T. FINAL**
E1	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
E2	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**
E3	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
E4	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**
E5	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
E6	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
E7	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
E8	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**
E9	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
E10	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**
E11	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
E12	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**
E13	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**
E14	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**
E15	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**
E16	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
E17	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**
E18	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
E19	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**
E20	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**
E21	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**
E22	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**
E23	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**
E24	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**
E25	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**
E26	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**
E27	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**
E28	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**
E29	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
E30	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**
Número total de correctas	**19**	**18**	**20**	**21**	**17**	**15**	**17**	**17**	**16**	**6**
Taller con respuestas: • Correctas(1) • Incorrectas(0)										

Fuente: Los autores

4.1.1. Análisis de resultados.

De acuerdo con los datos obtenidos en la figura 40 de talleres con respuestas correctas e incorrectas, se evidencio que los estudiantes no tuvieron un avance significativo en la resolución de problemas tipo olimpiadas. Ya que realizando una comparación del primer taller con respecto al taller final (prueba interinstitucional) observamos que el 63% de los estudiantes desarrollaron correctamente el primer taller y un 37% solucionaron incorrectamente, pero en el taller final solo el 20% dieron soluciones correctas y un 80% no llegaron a las respuestas correspondientes, y así sucesivamente con los otros talleres. El taller con mayores aciertos o con respuestas correctas fue el cuarto, ya que un 70% de los estudiantes desarrollaron correctamente el taller. Esto debió a que el taller contenía problemas matemáticos llevados al contexto y cotidianidad de los estudiantes y los otros talleres estaban relacionados a la aplicación de conceptos matemáticos que ya debían de manejar pero que por razones particulares los estudiantes no habían desarrollado esa temática específica y explicar el concepto a la ligera antes de desarrollar el taller correspondiente fue una causa por lo que la mayoría de los estudiantes llegaron a respuestas incorrectas.

Y además, con respecto a las etapas de la resolución de problemas, la mayoría de los estudiantes no hacían uso de la etapa *mirar hacia atrás*; por lo tanto no aseguraban si la solución a la que llegaron correspondía o no a la pregunta del problema.

4.2. ENTREVISTA AL DOCENTE TITULAR

La entrevista al docente titular GOERING CHARAT, docente del Grado 5° de la Institución Educativa Colegio Los Centauros Sede Juan Pablo II, fue diseñada con el objetivo de analizar si el trabajo realizado en los talleres para *“El desarrollo de habilidades en la resolución de problemas matemáticos”* aportaron a la evolución de los estudiantes y permitieron mejorar el proceso de enseñanza- aprendizaje como metodología para el desarrollo de las clases. La estructura de la entrevista se encuentra en anexo 5, las respuestas fueron las siguientes:

1. ***¿Cree usted necesario realizar talleres para el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas matemáticos?***

Respuesta: Si claro, esto permite que el estudiante adquiera conceptos y principios básicos, mediante actividades lúdicas, ejercicios de observación, inducción, análisis y abstracción en cada uno de los talleres, potenciando así sus procesos mentales para que resuelva situaciones de su cotidianidad.

2. ***¿Qué cambios ha visto usted en sus estudiantes durante el tiempo en que se ha venido desarrollando los talleres en el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas tipo olimpiadas?***

Respuesta: Los cambios han sido realmente buenos, se observa el interés y el compromiso en el desarrollo de los talleres.

3. ***¿Ha observado usted algún cambio en los resultados de los estudiantes en las pruebas internas y externas de matemáticas de la institución?***

Respuesta: Si, Los estudiantes permanecen más atentos en clase, Se observa más autocontrol y resuelven mejor los problemas en general, el entrenamiento ha sido satisfactorio.

4. ***¿Cree usted necesario hacer algún cambio a los talleres o a la metodología propuesta?***

Respuesta: Considero que las actividades fueron pertinentes y poco a poco innovar utilizando las tics, aunque el colegio no tiene las herramientas suficientes para hacerlo.

5. ***¿Cree usted necesario que este tipo de actividades se extiendan en todas las IE del departamento y Colombia?***

Respuesta: Totalmente necesario para hacer de las matemáticas un medio que le permita al estudiante resolver problemas de su cotidianidad.

4.2.1. Análisis de la entrevista.

La opinión del docente titular del Grado 5º de la institución educativa Colegio los Centauros Sede Juan Pablo II, nos permitió evidenciar que los estudiantes obtuvieron una mejoría en los procesos mentales, el análisis y la abstracción. Otro aspecto fundamental es el interés por incorporar habilidades que le permitan razonar, convirtiéndose en un reto para los estudiantes lo que codujo a la motivación y el amor hacia esta área.

Son gratificantes las respuestas del docente frente a la entrevista desarrollada, porque el esfuerzo y la dedicación durante cada una de las sesiones son valorados y sobre todo de gran aporte para que los estudiantes comprendan la importancia de la parte teórica con la práctica teniendo en cuenta los 4 estados de Polya en resolución de problemas.

4.3. ENCUESTA A ESTUDIANTES

El diseño de la entrevista dirigida hacia los estudiantes se enfocó en determinar tres puntos: *evolución en el rendimiento académico*, *desarrollo de las habilidades en resolución de problemas* y *el proceso de evaluación a los practicantes*. Todo esto se desarrolló durante el proceso de ejecución del proyecto de proyección social.

Para las respuestas de los estudiantes se estableció un nivel de categorización con el fin de delimitar las respuestas y establecer conclusiones concretas.

4.3.1. Análisis de la encuesta a estudiantes.

Para el análisis de esta encuesta fue pertinente analizar cada pregunta ya que cada una tenía un propósito diferente.

Análisis de la pregunta 1:

¿Cómo considera que ha sido su evolución académica en matemáticas desde que se dio inicio al proyecto de proyección social?

La mayoría de los estudiantes encuestados consideran que su evolución académica en matemáticas ha sido sobresaliente, ya que afirma que les ha facilitado entender y solucionar problemas, y los otros consideran que no han notado el cambio académicamente ya que sus notas en matemáticas son las mismas, pero si que han aprendido algo nuevo sobre resolución de problemas; por que para ellos resolver un problema era hacer una suma o una multiplicación.

Análisis de la pregunta 2:

¿Cómo considera que ha sido su evolución en resolución de problemas tipo olimpiadas?

En esta pregunta la mayoría afirmaron que no habían tenido claro sobre resolución de problemas, ya que ellos consideraban que resolver problemas era sumar, restar, multiplicar o dividir (ejercicios); y de acuerdo con los talleres desarrollados aprendieron que las operaciones son una herramienta para resolver problemas no un fin, además resolver problemas requiere pensar y plantear estrategias.

Con lo anterior concluimos que la aplicación de los talleres con los estudiantes tuvo una muy buena evolución, ya que para cualquier problema, los estudiantes deberán dedicarle tiempo y pensar mucho antes de lanzarse a dar respuesta a un problema.

Análisis de la pregunta 3:

¿Cómo considera que fue la actuación de los practicantes frente al desarrollo de los talleres sobre resolución de problemas?

Esta pregunta se realizó con el fin de que los estudiantes evaluaran a los practicantes el proceso que desarrollaron durante la aplicación de los diferentes talleres de resolución de problemas.

Los estudiantes consideraron que los practicantes fueron necesarios e importantes durante el desarrollo de los talleres, ya que según ellos el apoyo y la orientación les facilitaron de alguna manera pensar en diferentes estrategias para dar solución a los problemas, aprendieron a resolver otro tipo de problemas que no tenían conocimiento.

5. CONCLUSIONES

- Al observar estudiantes resolviendo problemas fue frecuente constatar que la mayoría no dedican el tiempo necesario para preparar un plan de resolución, pues no dejan aflorar aquellas ideas que pueden tener alguna relación con el problema, para luego elegir aquella o aquellas que parezcan que pueden llevar a obtener la solución; por el contrario, se lanzan directamente a desarrollar el primer plan que se les ocurre. También descuidan la fase de revisión y, una vez que han llegado a un resultado, consideran que ha terminado y no se detienen a corregir o mejorar el proceso y a reflexionar para aprender del mismo.

- La motivación y el interés por el desarrollo de los talleres fue una pieza importante en el proceso de adquisición de habilidades frente a la resolución de problemas.

- Con las etapas para la resolución de problemas se desarrolla en los estudiantes un aprendizaje reflexivo, es decir crear hábitos en los cuales para cada situación el estudiante debe pensar y reflexionar.

- El proyecto: Talleres para desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4°, 5°, 6°, 7° y 8° de las instituciones educativas de Villavicencio permitió en los estudiantes la posibilidad de aprender las matemáticas de otra manera y acercarse a las nuevas exigencias sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

- Desarrollar habilidades en resolución de problemas no es una tarea fácil, no porque sea algo nuevo en nuestro sistema educativo, sino porque la mayoría de los docentes no tienen claro el concepto como tal sobre resolución de problemas y consideran que dejando una serie de ejercicios (“problemas”) con procedimientos mecánicos, algorítmicos ya han desarrollado resolución de problemas.

- Las actividades preferiblemente deben ser grupales en un primer momento, pero luego debe disminuir la cantidad de estudiantes, de lo contrario no permite una participación igualitaria entre los estudiantes.

- En la resolución de problemas el eje central es la dificultad en la comprensión lectora, es fundamental orientar al estudiante sin pretender facilitarle todo, por lo que se genera un mínimo esfuerzo y por ende su aprendizaje.

- Como futuros Licenciados en Matemáticas y Física es esencial el proceso de resolución de problemas dentro del aula de clase para el mejoramiento del raciocinio y la comprensión ante situaciones de la vida diaria.

6. RECOMENDACIONES

- Es necesario que los docentes de matemáticas involucren las diferentes etapas sobre resolución de problemas en el proceso y enseñanza de las matemáticas propuestas por Polya.

- Se hace necesario que la enseñanza de las matemáticas desde el nivel básico los estudiantes aprendan a leer y comprender un texto, ya que en la resolución de problemas es muy importante.

- Se recomienda que los problemas matemáticos que se desarrollen estén contextualizados y se encuentren al nivel de los estudiantes, y se enfatiza que los problemas deben exigir al estudiante pensar mucho y a reflexionar, es decir que desarrolle habilidades.

- Es importante que el docente utilice ciertos elementos como: el desarrollo de habilidades, destrezas y agilidad mental dentro del aula de clase, para motivar los procesos de enseñanza- aprendizaje.

- Es fundamental insistir en la necesidad de contar con cierto dominio en temas que con seguridad encontrara más adelante en su vida profesional.

BIBLIOGRAFÍA

- Abella, G. *Un recorrido por la geometría.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 1994.
- Aravena, M., Kimelman, E., Micheli, B., Torrealba, R., & Zuñiga, J. *Investigación Educativa I.* Chile. Recuperado el 9 de octubre de 2013, Arce, J., Castrillón, G., & Soto, C. *Geometría 7.* Cali: Arias Poveda Editores. 1990.
- Astolfi, J. *Conceptos clave en la didáctica de las disciplina.* Sevilla: Diada Editora. Colección Investigación y Enseñanza. 2001.
- Bagazgoitia, G. *La resolución de problemas en las matemáticas del nuevo bachillerato.* Euskal herriko. 1977.
- Bell, A. *Diseño de enseñanza diagnóstica en matemáticas.1986.*
- Brueckner, L. B. *Diagnóstico y tratamiento de las dificultades en el aprendizaje.* Madrid: Rialp. 1984.
- Bruño, G. M. *Geometría. Curso superior.* Medellín: Bedout. 1965.
- Callejo, M. y. Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana., X*(2). 2003.
- D'Amore, B., Fandiño, M., Marazzani, I., & Sbaragli, S. *La didáctica y la dificultad en Matemática.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio. 2011.
- Falk, M. *La enseñanza a través de problemas.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 1980.
- Falk, M. Olimpiadas de Matemáticas: retos, logros (y frustraciones). *Boletín de la Asociación Matemática Vanezolana, VIII*(1), 21. 2001.
- Falk, M. *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y soluciones. Nivel Intermedio. 2002.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 2006.
- Falk, M. *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y soluciones. Nivel Superior. 2002.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 2006.

- Falk, M. *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y soluciones. Nivel Intermedio.2005.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 2006.

- Falk, M. *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y soluciones. Primer Nivel. 2002.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 2006.

- Jaime, F., & Pérez, J. *Olimpiadas C0lombianas de Matemáticas para primaria 2000 – 2004.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 2004.

- Mancera, E. *Saber matemáticas es saber resolver problemas.* México: Grupo Editorial Iberoamérica. 2000.

- Ortiz, M. *La investigación en Educación Matemática en Colombia, 1991 – 1999.*

- Pochulu, M. D. Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1 – 14. 2005.

- Rizo C., C. *La heurística y la didáctica.* Texto inedito. 2009.

- Torres F., P. *La instrucción heurística de la matemática escolar.* La Habana: ISP Enrique José Varona. Documento en soporte digital. 2000.

- Universidad Antonio Nariño. (s.f.). *www.uan.edu.co.* Recuperado el 15 de 08 de 2013.

- Valderrama, J. *Problemas de Olimpiadas, Nivel Superior, 1985.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 1986.

- Valderrama, J.*Problemas de Olimpiadas. Primer Nivel.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 1986.

- Vitutor. *Ejercicios y problemas resueltos de áreas y volúmenes*. Recuperado el 05 de Abil de 2013.

ANEXOS

Anexo 1

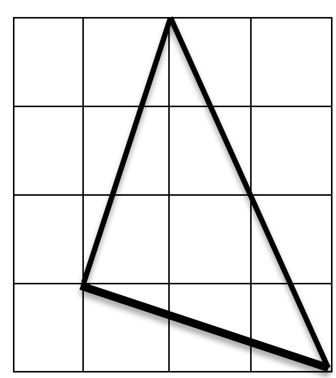
UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD CIENCIAS BASICAS E INGENIERIA
PROGRAMA DE LIC. EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

TALLERES DE DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN PROBLEMAS

Primaria

1. *Carlos mira en una tarde, tres programas seguidos de televisión. El primer programa empieza a las 2:00 pm y el tercero finaliza a las 3:40 pm. Si cada programa dura el mismo tiempo y entre programas solo se presenta un comercial que dura 5 minutos ¿Cuánto tiempo dura cada programa?*
2. *María colección canicas y cada día compra 6 canicas para su colección. Si al cabo de dos días tiene 60 canicas ¿Cuántas tendrá dentro de una semana?*
3. *3 paquetes de papas cuestan lo mismo que 6 bombombunes. Si los 6 bombombunes cuestan lo mismo que 12 chicles. ¿Cuántos chicles cuestan lo mismo que un paquete de papas?*
4. *Tomando como unidad de superficie un cuadrado, calcula el área del triángulo*



Anexo 2

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERIA
PROGRAMA DE LIC. EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

TALLERES DE DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN PROBLEMAS

Primaria

1. *En la cafetería de la escuela empacan 66 galletas de 6 u 8 unidades de tal manera que no sobra ninguno. ¿Cuál es el número máximo de paquetes de 8 unidades?*
2. *En el departamento de producción de una empresa trabajan 4 mujeres y 6 hombres. La edad promedio de las mujeres es de 30 años y la de los hombres es 40. ¿Cuál es la edad promedio de los trabajadores del departamento de producción?*
3. *Una bibliotecaria trabaja 10 horas, de 8am a 6pm. Si en las horas pares entrega 20 libros y en las horas impares 10 libros, pero cada 15 minutos le devuelven 1 libro. ¿Cuántos libros entrega y cuántos libros le devuelven en sus 10 horas de trabajo?*

Anexo 3

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERIA
PROGRAMA DE LIC. EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

TALLERES DE DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN PROBLEMAS

Primaria

1. *Cuál es la fracción que representa la parte sombreada del trapecio?*

2. *Si* $m\nabla n = \frac{m-n}{m+n}$*, entonces (12* ∇ *4) que resultado tendrá?*

3. *Un campesino compra 60 bultos de concentrado para alimentar el total de las gallinas que cría en la finca. Si cada día el gasto de concentrado en* $\frac{4}{3}$ *bultos, entonces ¿Para cuantos días le alcanza el concentrado que compro?*

Anexo 4

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

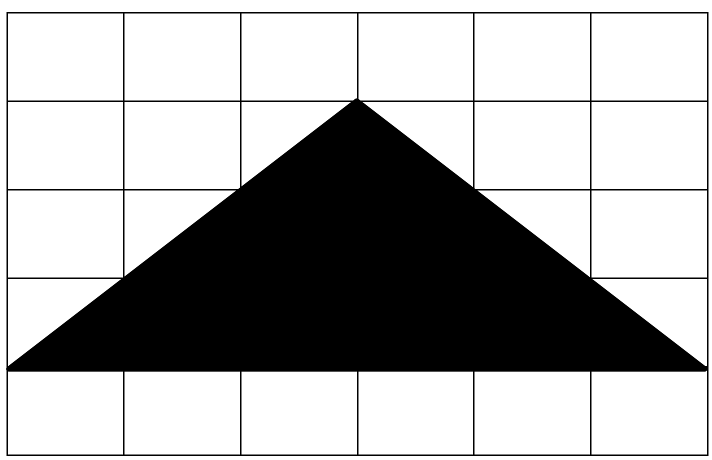
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD CIENCIAS BASICAS E INGENIERIA
PROGRAMA DE LIC. EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

CONCURSO INTERINSTITUCIONAL PROYECTO TALLERES DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
INSTITUCIONES EDUCATIVAS PARTICIPANTES: FELICIDAD BARRIOS HERNÁNDEZ, COLEGIO LOS CENTAUROS SEDE JUAN PABLO II, ANTHONY A. PHIPPS Y COLEGIO COFREM.

Instrucciones: *la prueba tiene un tiempo máximo de una hora y media, respuesta sin procedimiento no será válida, no se permite el prestamos de ningún implemento durante la prueba, el profesor no responderá preguntas por que la comprensión de los problemas es parte de la prueba.*

1. *Los candidatos para formar el nuevo consejo estudiantil del colegio son: Sofía, José, Felipe Y Viviana. Se requiere que el consejo este compuesto por un personero y un secretario. ¿De cuantas formas se puede conformar este consejo?*

2. *En la cuadricula que se muestra a continuación cada cuadrado tiene un área de 9 cm^2 ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?*



3. *Se tiene cuatro números naturales A, B, C y D. Encuentre el orden de estos números de manera descendente (de mayor a menor), observando la siguiente tabla que muestra si es verdadero o falso que un número sea mayor a otro.*

>	***A***	***B***	***C***	***D***
A	-	*F*	*F*	*F*
B	*V*	-	*F*	*F*
C	*V*	*V*	-	*F*
D	*V*	*V*	*V*	-

4. *El filósofo griego llamado Sócrates nació en el año 470 a.c. y murió en el año 399 a.c. mientras que el filósofo Platón murió en el año 347 a.c. ¿Durante cuantos años estuvieron vivos al tiempo ambos filósofos si Platón vivió 9 años más que Sócrates?*

5. *Un bus con 500 pasajeros, hace su primera parada y se bajan* $^{1}/_{5}$ *de los pasajeros, sigue su trayecto y hace su segunda parada donde se bajan* $^{3}/_{4}$ *de las personas que quedaban, en la tercera parada se bajan* $^{3}/_{10}$ *de los restantes. ¿Cuántas personas llegaron a la última parada, siendo la cuarta la última parada?*

Anexo 5

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
LICENCIATURA EN MATEMATICAS Y FÍSICA
COLEGIO LOS CENTAUROS SEDE JUAN PABLO II

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

ENTREVISTA A DOCENTE TITULAR

1. *¿Cree usted necesario realizar talleres para el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas matemáticos?*
2. *¿Qué cambios ha visto usted en sus estudiantes durante el tiempo en que se ha venido desarrollando los talleres en el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas tipo olimpiadas?*
3. *¿Ha observado usted algún cambio en los resultados de los estudiantes en las pruebas internas y externas de matemáticas de la institución?*
4. *¿Cree usted necesario hacer algún cambio a los talleres o a la metodología propuesta?*
5. *¿Cree usted necesario que este tipo de actividades se extiendan en todas las IE del departamento y Colombia?*

Anexo 6

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACION
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
COLEGIO LOS CENTAUROS SEDE JUAN PABLO II

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

ENCUESTA A ESTUDIANTES

1. *¿Cómo considera que ha sido su evolución académica en matemáticas desde que se dio inicio al proyecto de proyección social?*

   ----

2. *¿Cómo considera que ha sido su evolución en resolución de problemas tipo olimpiadas?*

   ----

3. *¿Cómo considera que fue la actuación de los practicantes frente al desarrollo de los talleres sobre resolución de problemas?*

RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO "RAE"

A. TIPO DE DOCUMENTO/ OPCIÓN DE GRADO	EPS
B. ACCESO AL DOCUMENTO	Biblioteca Universidad de los Llanos.
1. TÍTULO DEL DOCUMENTO	Talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 5° de la institución educativa los centauros sede juan pablo II de Villavicencio.
2. NOMBRE Y APELLIDOS DE AUTOR (ES)	Baquero Puentes, Yuri Paola Restrepo Andrade, Tirzo de Jesús
3. AÑO DE LA PUBLICACIÓN	Villavicencio, Universidad de los Llanos 2015.
4. UNIDAD PATROCINANTE	Universidad de los Llanos, Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física
5. PALABRAS CLAVES	Resolución de Problemas, Heurística, Talleres, Plan, estrategia, olimpiada, investigación cualitativa. Aritmética, Geometría y Algebra.
6. DESCRIPCIÓN	El presente trabajo de grado se desarrolló dentro de la Institución Educativa Colegio Los Centauros Sede

	Juan Pablo II de Villavicencio, Colombia. Para la realización de esta investigación se seleccionó como muestra a los estudiantes del grado 5° de dicha institución. Esto con la finalidad de responder al interrogante: **¿Cómo desarrollar las habilidades para la resolución de problemas en estudiantes de grado 5° de la Institución Educativa Los Centauros Sede Juan Pablo II de Villavicencio?** definiendo como principal objetivo: Diseñar e implementar talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas, para estudiantes de grado 5º de la institución educativa los Centauros Sede Juan Pablo II.
7. FUENTES	• Abella, G. *Un recorrido por la geometría.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 1994. • Aravena, M., Kimelman, E., Micheli, B., Torrealba, R., & Zuñiga, J. *Investigación Educativa I.* Chile. Recuperado el 9 de octubre de 2013, de Arce, J., Castrillón, G., & Soto, C. *Geometría 7.* Cali: Arias Poveda Editores. 1990. • Astolfi, J. *Conceptos clave en la didáctica de las disciplina.* Sevilla: Diada Editora. Colección Investigación y Enseñanza. 2001. • Bagazgoitia, G. *La resolución de problemas en las matemáticas del nuevo bachillerato.* Euskal herriko. 1977. • Bell, A. *Diseño de enseñanza diagnóstica en matemáticas.1986.* • Brueckner, L. B. *Diagnóstico y tratamiento de las dificultades en el aprendizaje.* Madrid: Rialp. 1984. • Bruño, G. M. *Geometría. Curso superior.* Medellín: Bedout. 1965. • Callejo, M. y. Origen y formación de creencias

	sobre la resolución de problemas. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana., X*(2). 2003. • D'Amore, B., Fandiño, M., Marazzani, I., & Sbaragli, S. *La didáctica y la dificultad en Matemática.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio. 2011. • Falk, M. *La enseñanza a través de problemas.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño. 1980. • Falk, M. Olimpiadas de Matemáticas: retos, logros (y frustraciones). *Boletín de la Asociación Matemática Vanezolana, VIII*(1), 21. 2001.
8. CONTENIDOS	Surge de la necesidad de que los estudiantes desarrollen y adquieran habilidades para la resolución de problemas matemáticos teniendo en cuenta las etapas propuesta por Polya, las cuales son: • Familiarizarse con el problema • Idear un plan o estrategia • Ejecutar el plan • Mirar hacia atrás Donde cada etapa se desarrolló durante todo el proceso a través de talleres diseñados por los integrantes del proyecto de proyección social. Además los problemas debían estar en el contexto, interesantes, atractivos y sobre todo que fueran retadores y no rutinarios, que ayudaran al estudiante a pensar, razonar y reflexionar matemáticamente. Enfocar al estudiante en resolución de problemas, no ejercicios, siempre teniendo en mente las habilidades que deben adquirir para enfrentarse a las pruebas SABER 5° y las pruebas internacionales PISA fue siempre el objetivo principal del proyecto.
9. METODOLOGÍA	La metodología del proyecto se basó en la investigación cualitativa y acción-participativa, ya que

	es una investigación escolar que requiere involucrarse directamente con el contexto, siendo así una participación activa durante el proceso. También se desarrolló teniendo en cuenta las siguientes fases: • **Revisión teórica**. • **Diseño de talleres**. • **Aplicación de los talleres.** • **Análisis de resultados.** Donde en el diseño de los talleres se tuvo en cuenta que los problemas correspondan al nivel que se plantean en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas de grado 5° del Ministerio de Educación Nacional. Y que en cada taller debían hacer uso de las etapas propuestas por Polya en la resolución de problemas.
10. CONCLUSIONES	• Al observar estudiantes resolviendo problemas fue frecuente constatar que la mayoría no dedican el tiempo necesario para preparar un plan de resolución, pues no dejan aflorar aquellas ideas que pueden tener alguna relación con el problema, para luego elegir aquella o aquellas que parezcan que pueden llevar a obtener la solución; por el contrario, se lanzan directamente a desarrollar el primer plan que se les ocurre. También descuidan la fase de revisión y, una vez que han llegado a un resultado, consideran que ha terminado y no se detienen a corregir o mejorar el proceso y a reflexionar para aprender del mismo.

	• La motivación y el interés por el desarrollo de los talleres fue una pieza importante en el proceso de adquisición de habilidades frente a la resolución de problemas. • Con las etapas para la resolución de problemas se desarrolla en los estudiantes un aprendizaje reflexivo, es decir crear hábitos en los cuales para cada situación el estudiante debe pensar y reflexionar. • El proyecto: Talleres para desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4°, 5°, 6°, 7° y 8° de las instituciones educativas de Villavicencio permitió en los estudiantes la posibilidad de aprender las matemáticas de otra manera y acercarse a las nuevas exigencias sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. • Desarrollar habilidades en resolución de problemas no es una tarea fácil, no porque sea algo nuevo en nuestro sistema educativo, sino porque la mayoría de los docentes no tienen claro el concepto como tal sobre resolución de problemas y consideran que dejando una serie de ejercicios (“problemas”) con procedimientos mecánicos, algorítmicos ya han desarrollado resolución de problemas.

	• Las actividades preferiblemente deben ser grupales en un primer momento, pero luego debe disminuir la cantidad de estudiantes, de lo contrario no permite una participación igualitaria entre los estudiantes. • En la resolución de problemas el eje central es la dificultad en la comprensión lectora, es fundamental orientar al estudiante sin pretender facilitarle todo, por lo que se genera un mínimo esfuerzo y por ende su aprendizaje. • Como futuros licenciados en matemáticas y física es esencial el proceso de resolución de problemas dentro del aula de clase para el mejoramiento del raciocinio y la comprensión ante situaciones de la vida diaria.
11. FECHA DE ELABORACIÓN	2 de Junio de 2015