

**CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES CON REGLA Y COMPÁS
PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES
DE GRADO SÉPTIMO**

CAMILO ANDRÉS PEÑUELA CHIPATECUA

**UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015**

CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES CON REGLA Y COMPÁS
PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES
DE GRADO SÉPTIMO

CAMILO ANDRÉS PEÑUELA CHIPATECUA
COD: 141002220

DIRECTORA DE PROYECTO
Ivonne Amparo Londoño Agudelo
Magister en docencia en las matemáticas

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015

AUTORIZACIÓN

Yo, **CAMILO ANDRES PEÑUELA CHIPATECUA**, mayor de edad de Villavicencio-Meta, identificado con la cedula de ciudadanía número 1.121.874.553 de Villavicencio, actuando en nombres propios en calidad de autor como estudiantes participantes en investigación (E.P.I).

Denominado: CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES CON REGLA Y COMPÁS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO. Hacemos entrega del ejemplar en formato digital o electrónico (CD-ROM) y autorizamos a la universidad de los Llanos, para que en los términos establecidos en la ley 13 de 1982, ley 44 de 1993. Decisión Andina 351 de 1993. Derecho 460 de formas, los derechos patrimoniales de reproducción “alquiler, préstamo, público e importaciones” que me corresponde como creador de la obra objeto del presente documento. **PARAGRAFO:** la presente autorización se hace extensiva, no solo a las facultades y derechos de uso sobre la obra en formato o soporte material, etc., y en general para cualquier conocido por conocer.

Los AUTOR – ESTUDIANTE, manifiestan que la obra objeto de la presente autorización, es original es de la exclusiva autoría y detecta la autoridad sobre la misma.

CAMILO ANDRES PEÑUELA CHIPATECUA
C.C. 1.121.874.553

AUTORIDADES ACADÉMICAS

OSCAR DOMÍNGUEZ GONZALEZ
Rector

WILTON ORACIO CALDERÓN CAMACHO
Vicerrector Académico

DEIVER GIOVANNY QUINTERO REYES
Secretario General

MANUEL EDUARDO HOZMAN MORA
Decano Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación

CLAUDIO VINICIO VÉLEZ SUÁREZ
Director Escuela de Pedagogía y Bellas Artes

FREDY LEONARDO DUBEIBE MARIN
Director Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física

NOTA DE ACEPTACIÓN

**Dirección centro de investigación
Faculta de Ciencias Humanas y de la Educación**

FREDY LEONARDO DUBEIBE MARIN
Director Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física

IVONNE AMPARO LONDOÑO
Directora

ALEXANDRA SUÁREZ
Jurado

ARTURO ALEXANDER CASTRO
Jurado

Villavicencio, Noviembre de 2015

AGRADECIMIENTOS

El autor expresan sus agradecimientos a:

Primero, dar gracias a Dios, por estar con conmigo en cada paso que dé, para fortalecer mi corazón e iluminar mi mente y por haber puesto en mi camino aquellas personas que han sido un soporte y compañía durante todo el periodo de estudio.

Agradezco hoy y siempre a mi familia por el esfuerzo realizado, por su amor y apoyo incondicional, durante la formación tanto personal como profesional.

A nuestros docentes que nos ayudaron a realizar este trabajo, por brindarnos su guía, colaboración, sabiduría, orientación y paciencia en el desarrollo de este trabajo investigativo, como lo fue la docente y directora de trabajo de grado Ivonne Londoño y a la licenciada María Cristina Acosta por su colaboración y sugerencias para el fortalecimiento de él.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	14
1. MARCO REFERENCIA	17
1.1 LA ESTRATEGIA COMO HERRAMIENTA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS	17
1.2 ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA.....	17
1.3 PRINCIPALES ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA.....	19
1.3.1 Objetivos e intensiones.....	21
1.3.2 Ilustraciones.....	22
1.4 FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO.....	23
1.5 IMPORTANCIA DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS.	23
1.6 LA FORMACIÓN DEL MÉTODO GENERAL PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICAS.	25
1.7 RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO.....	26
1.8 ¿POR QUÉ LA GEOMETRÍA?	29
1.9 ¿POR QUÉ LOS DIBUJOS?.....	29
2. ¿POR QUÉ CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPÁS?.....	30
2.1 EUCLIDES (SIGLO III A. DE J. C.).....	32
2.2 DEFINICIONES FUNDAMENTALES DE LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA.....	33
2.3 DEFINICIÓN PUNTO	33
2.4 POSTULADO DE LA RECTA	34
2.5 EL POSTULADO DEL PLANO	35
2.6 BISECTRIZ DE UN ÁNGULO.....	38
2.7 MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO	39
2.8 ALGUNAS CONSTRUCCIONES	40
2.9 POR UN PUNTO DADO, CONSTRUIR UNA PERPENDICULAR A UNA RECTA DADA.....	40

3. LEVANTAR UN PERPENDICULAR A UNA RECTA DADA L, EN UN PUNTO DADO M SOBRE LA MISMA.....	41
3.1 TRAZAR UNA PARALELA A UNA RECTA L DADA Y QUE PASE POR UN PUNTO M.....	42
3.1 CONSTRUIR UN ÁNGULO CONGRUENTE	43
3.2 CONSTRUIR LA BISECTRIZ DE UN ÁNGULO DADO	44
3.3 CONSTRUIR LA MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO DADO.....	45
3.4 POLÍGONOS	45
3.5 POLÍGONO REGULAR	47
2. METODOLOGÍA.....	48
2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	48
2.2 POBLACIÓN.....	48
2.3 MUESTRA.....	48
2.4 INSTRUMENTOS	49
2.5 FASES.....	49
2.5.1 Revisión de marco referencia:	49
2.5.2 Diagnóstica:	50
2.5.3 Diseño:.....	50
2.5.4 Ejecución:.....	50
2.5.5 Análisis de resultados:	50
3. ANALISIS DE RESULTADOS	51
3.1 FASE DE REVISIÓN DEL MARCO REFERENCIAL.....	51
3.2 FASE DIAGNOSTICA PRE TEST	52
3.3 FASE DE DISEÑO (ACTIVIDADES)	60
3.4 FASE DE EJECUCIÓN.....	62
3.5 FASE DE RESULTADOS.....	64
3.5.1. Actividad n° 1.....	64
3.5.2 Análisis general (actividad n°1)	70
3.6 ACTIVIDAD N° 2.....	71
3.6.1 Análisis general (actividad n°2)	80
3.7. ACTIVIDAD N° 3.....	80
3.7.1 Análisis general (actividad n°3)	85

3.8 ACTIVIDAD N°4.....	85
3.8.1 Análisis general (actividad n°4)	88
3.9 ANÁLISIS DEL POST-TEST.....	88
4. CONCLUSIONES.....	92
5. RECOMENDACIONES.....	94
BIBLIOGRAFIA.....	95
ANEXOS.....	99
RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIDAZO RAE.....	123

LISTAS DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Enseñar estrategias de aprendizaje.....	18
Tabla 2. Estrategias de enseñanza.....	19
Tabla 3. Definiciones fundamentales.....	36
Tabla 4. Nivel de desempeño prueba pre-test (actividad 1).....	53
Tabla 5. Nivel de desempeño del pre-test. (actividad 2).....	57
Tabla 6. Impacto de validación de actividades.....	62
Tabla 7. Sistema de evaluación de valores asignados por la institución educativa.....	64
Tabla 8. Nivel de desempeño actividad n° 1.....	65
Tabla 9. Nivel de desempeño actividad n° 2.....	71
Tabla 10. Nivel de desempeño actividad n°3.....	80
Tabla 11. Nivel de desempeño actividad n° 4.....	85

LISTAS DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Representación grafica de punto	34
Figura 2. Representación grafica de recta	35
Figura 3. Representación gráfica del plano	36
Figura 4. Bisectriz de un ángulo.....	39
Figura 5. Mediatriz de un segmento.....	40
Figura 6. Construcción de una perpendicular a una recta dada	41
Figura 7. Construcción; levantar una perpendicular a una recta dada.....	42
Figura 8. Construcción; trazar una paralela a una recta l dada	43
Figura 9. Construir un ángulo congruente con uno dado	44
Figura 10. Construir una bisectriz de un ángulo dado.....	44
Figura 11. Construir una mediatriz de un segmento dado.	45
Figura 12. Representación gráfica de un polígono de ocho lados (octágono)	46
Figura 13. Polígono abcde convexo.....	46
Figura 14. Polígono no convexo.	47
Figura 15. Respuesta de un estudiante al ítem de la primera parte del pre-test. (desempeño bajo).	53
Figura 16. Respuesta de un estudiante al ítem de la primera parte del pre-test. (desempeño básico).....	55
Figura 17. Respuesta de un estudiante al ítem de la primera parte del pre-test. (desempeño alto).	56
Figura 18. Respuesta de un estudiante al ítem de la segunda parte del pre-test. (desempeño bajo).	57
Figura 19. Respuesta de un estudiante al ítem de la segunda parte del pre-test. (desempeño básico).	58

Figura 20. Respuesta de un estudiante al ítem de la segunda parte del pre-test. (desempeño alto).	59
Figura 21. Ronstrucción de un estudiante a la actividad n°1 (desempeños bajo).	66
Figura 22. Construcción de un estudiante a la actividad n°1 (desempeños básico).	68
Figura 23. Construcción de un estudiante a la actividad n°1 (desempeños alto).	69
Figura 24. Construcción de un estudiante a la actividad n°2 (desempeños bajo).	72
Figura 25. Construcción de un estudiante a la actividad n°2 (desempeños bajo).	74
Figura 26. Construcción de un estudiante a la actividad n°2 (desempeños básicos).	75
Figura 27. Construcción de un estudiante a la actividad n°2 (desempeños básicos).	76
Figura 28. Construcción de un estudiante a la actividad n°2 (desempeños alto).	78
Figura 29. Construcción de un estudiante a la actividad n°2 (desempeños alto).	79
Figura 30. Construcción de un estudiante a la actividad n°3 (desempeños alto).	81
Figura 31. Construcción de un estudiante a la actividad n°3 (desempeños alto).	83
Figura 32. Construcción de un estudiante a la actividad n°3 (desempeños superior).	84
Figura 33. Construcción de un estudiante a la actividad n°4 (desempeños alto).	86
Figura 34. Construcción de un estudiante a la actividad n°4 (desempeños alto).	87
Figura 35. Respuesta de los estudiantes en la primera parte del post-test.	89
Figura 36. Respuesta de los estudiantes en la segunda parte del post-test.	90

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. PRE TEST	99
ANEXO B. ACTIVIDAD N^a1	101
ANEXO C. ACTIVIDAD N^a2	106
ANEXO D. ACTIVIDADES N^a3	110
ANEXO E. ACTIVIDAD N^a4	114
ANEXO F. POST-TEST	117
ANEXO G. REGISTRO FOTOGRÁFICO	119

INTRODUCCIÓN

Este proyecto “**Construcción de polígonos regulares con regla y compás para desarrollar el pensamiento geométrico en estudiantes de grado séptimo**”. Se procuró a responder a la pregunta ¿Cómo incide la construcción de polígonos regulares con regla y compás en la formación del pensamiento geométrico en los estudiantes de grado séptimo?; en busca de mostrar algunos aspectos interesantes acerca de las construcciones con regla y compás que han llamado la atención de los geómetras a lo largo de la historia.

Para el desarrollo del proyecto se utilizó la siguiente estrategia: diseño y aplicación de actividades didácticas para la construcción de polígonos regulares con regla y compas, con el objeto de desarrollar el pensamiento geométrico en estudiantes de grado séptimo de educación básica secundaria del Colegio Alafàs del Norte Concesión I.E. Rodolfo Llinàs constituyéndose en insumo del macro proyecto “**Unidades didácticas para el desarrollo de pensamiento geométrico en estudiantes de educación básica secundaria**”, del grupo de investigación en didáctica de la matemática GIDIMAT. Y centrando su interés en mejorar las deficiencias encontradas a partir de las exigencias planteadas por los lineamientos curriculares expuestos por el Ministerio de Educación Nacional.

La geometría euclidiana es un componente matemático que ocupa un lugar privilegiado en los currículos escolares por su aporte a la formación de los individuos, no solo se considera como una herramienta necesaria para describir el espacio circundante, comprenderlo e interactuar en él, sino como, una disciplina científica “*Mammana y Villani*”. *Pero en el actual sistema educativo colombiano tiende a una enseñanza rápida, privilegiando la cantidad de contenidos, sin dar oportunidad a los docentes de un análisis detallado del tema a enseñar, olvidando algunos aspectos importantes como la reflexión que todos los docentes deben*

*realizar en torno a los procesos de enseñanza aprendizaje, aspectos históricos que dieron origen a diferentes problemas matemáticos, sus representaciones y aplicaciones*¹. Los cuales se constituyen en aspectos fundamentales para el desarrollo del pensamiento geométrico.

El presente documento se estructuró a partir de las siguientes tareas de investigación: 1. estructuración del problema de investigación a partir del macro proyecto; 2. en el capítulo 1 se presenta la revisión del marco de referencia, el cual se organizó, desde el punto de vista geométrico haciendo una revisión de los axiomas, definiciones y conceptos fundamentales que requiere dominar el estudiante para ejercitarse en la construcción de figuras con regla y compas. del mismo modo se hizo la documentación desde la perspectiva pedagógica, de los lineamientos curriculares y del enfoque curricular soporte para el diseño de la estrategia. 3. en el capítulo 2 se presenta la metodología de la investigación la población objeto de estudio, los instrumentos utilizados para la recolección de la información y las fases de la investigación. 4. En el capítulo 3 se presenta el análisis de resultados el cual está estructurado en la revisión del marco referencia, el diagnóstico; resultado de la aplicación de una prueba pre test y el análisis respectivo de los resultados, el diseño de actividades didácticas para la construcción de polígonos regulares con regla y compas, el cuadro de impacto tomando como referente los resultados obtenidos en cada una de las actividades aplicadas a los estudiantes de grado séptimo y por último se hace referencia al análisis de resultados de cada una de las actividades clasificadas según los niveles de desempeño implementado en la Institución Educativa.

Finalmente en los capítulos 4 y 5 se estructuran las conclusiones y recomendaciones, teniendo presente en primera instancia el logro de los objetivos de investigación aplicada en los estudiantes de grado séptimo.

¹ ARBOLEDA, L. La historia y enseñanza de las matemáticas. (1984)

El método general hace referencia a la investigación acción-participativa; los instrumentos de recolección de la información utilizados como: diario de campo, registro fotográfico y actividades desarrolladas; se desarrolla teniendo en cuenta las siguientes fases: (1) Fase de Revisión del marco de referencia, (2) Fase diagnóstica, (3) Fase de diseño (4) ejecución, (5) Fase de análisis de resultados. Se presenta a continuación los resultados más relevantes al validar de cada una de las actividades y finalmente se presenta unas conclusiones y recomendaciones resultado de la investigación realizada en los estudiantes de grado séptimo.

1. MARCO REFERENCIA

Los procesos de enseñanza aprendizaje se constituyen en un trabajo continuo donde el estudiante y el docente deben hacer parte de la construcción del conocimiento. De ahí la importancia de hacer una revisión teórica que sirva de referente en el diseño de las actividades didácticas que redunden en la calidad del aprendizaje. A continuación se presenten algunas definiciones importantes que sirven de soporte a la propuesta desarrollada.

1.1 LA ESTRATEGIA COMO HERRAMIENTA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

1.2 ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA

La labor del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje comprende el guiar, orientar, facilitar y mediar los aprendizajes significativos en sus alumnos enfatizando el “aprender a aprender” para que aprendan en forma autónoma independientemente de las situaciones de enseñanza. De esta manera, el docente debe adoptar estrategias diversas según sus necesidades e intenciones deseadas que le permita atender los diferentes estilos y ritmos de aprendizaje de sus alumnos.²

Actuar estratégicamente ante una actividad de enseñanza aprendizaje supone ser capaz de tomar decisiones (conscientes) para regular las condiciones que delimitan la actividad en cuestión y así lograr el objetivo perseguido. En este sentido, enseñar estrategias implica enseñar al alumno a decidir conscientemente los actos que realiza, enseñarle a modificar conscientemente su actuación cuando se orienta hacia el objetivo buscando y enseñarle a evaluar conscientemente el proceso de aprendizaje o de resolución seguido.

² DIAZ, F y ROJAS, F. La labor del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. (1998),

Pero si queremos optimizar la enseñanza de estrategias de aprendizaje, los profesores también deben actuar estratégicamente cuando se aprende y sobre todo, cuando se enseña nuestra materia y ello debe reformularse en técnicas de control consciente y ser capaces de ejercer sobre nuestros procesos cognitivos de decisión.

En la tabla 1. Encontrará en forma sintetizada, una conceptualización de la enseñanza de estrategias de aprendizaje.

Tabla 1. Enseñar Estrategias de Aprendizaje

ESTUDIANTES	DOCENTES
Enseñarles a reflexionar sobre su propia manera de aprender, ayudándoles a analizar las operaciones y decisiones mentales que realizan, con el fin de mejorar los procesos cognitivos que ponen en acción.	Reflexionar sobre nuestra propia manera de planificar, presentar y evaluar los distintos contenidos de área o sub-área que enseñamos.
Enseñarles a conocerse mejor a identificar sus dificultades, habilidades y preferencias en el momento de aprender y ayudarles a construir su “propia identidad cognitiva”.	Reconstruir conscientemente nuestros significados como “enseñantes” con respecto a que es lo que debe o no enseñarse; supone un reconocimiento de nuestras habilidades y carencias como profesores que nos impulsa a emprender cambios que mejoren nuestra actuación profesional.
Enseñarles que no deben estudiar para aprobar sino para aprender, que lo que se aprende es fruto de un esfuerzo de comprensión y resulta más duradero y funcional.	Aprender a enseñar mejor esforzándonos en comprender los motivos que nos impulsan a tomar decisiones mientras realizamos una sesión de clase.

1.3 PRINCIPALES ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

Presentaremos algunas de las estrategias de enseñanza que el docente puede emplear con la intención de facilitar el aprendizaje significativo de los alumnos. Las estrategias seleccionadas han demostrado, en diversas investigaciones (véase Díaz Barriga y Lule; Mayer; West, Farmer y Wolff. Su efectividad al ser introducidas como apoyos en textos académicos así como en la dinámica de la enseñanza (exposición, negociación, discusión, etc.) ocurrida en la clase.

En el tabla 2. Encontrará en forma sintetizada, una breve definición y conceptualización de dichas estrategias de enseñanza.

Tabla 2. Estrategias de enseñanza.

Objetivos	Enunciado que establece condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación del aprendizaje del alumno. Generación de expectativas apropiadas en los alumnos.
Resumen	Síntesis y abstracción de la información relevante de un discurso oral o escrito. Enfatiza conceptos clave, principios, términos y argumento central.
Organizador previo	Información de tipo introductorio y contextual. Es elaborado con un nivel superior de abstracción, generalidad e inclusividad que la información que se aprenderá. Tiende un puente cognitivo entre la información nueva y la previa.
Ilustración	Representación visual de los

	conceptos, objetos o situaciones de una teoría o tema específico (fotografías, dibujos, esquemas, gráficas, dramatizaciones, etcétera).
Analogías	Proposición que indica que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo).
Preguntas intercaladas	Preguntas insertadas en la situación de enseñanza o en un texto. Mantienen la atención y favorecen la práctica, la retención y la obtención de información relevante.
Pistas tipográficas y discursivas	Señalamientos que se hacen en un texto o en la situación de enseñanza para enfatizar y/u organizar elementos relevantes del contenido por aprender.
Mapas conceptuales y redes semánticas	Representación gráfica de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones).
Usos de estructuras textuales	Organizaciones retóricas de un discurso oral o escrito, que influyen en su comprensión y recuerdo.

La investigación de estrategias de enseñanza ha abordado aspectos como los siguientes: diseño y empleo de objetivos e intenciones de enseñanza, preguntas insertadas, ilustraciones, modos de respuesta, organizadores anticipados, redes

semánticas, mapas conceptuales y esquemas de estructuración de textos, entre otros³

A su vez, la investigación en estrategias de aprendizaje se ha enfocado en el campo del denominado aprendizaje estratégico, a través del diseño de modelos de intervención cuyo propósito es dotar a los alumnos de estrategias efectivas para el aprendizaje escolar, así como para el mejoramiento en áreas y dominios determinados (comprensión de textos académicos, composición de textos, solución de problemas, etcétera). Así, se ha trabajado con estrategias como la imaginación, la elaboración verbal y conceptual, la elaboración de resúmenes autogenerados, la detección de conceptos clave e ideas tópico, y de manera reciente con estrategias meta cognitivas y auto-reguladoras que permiten al alumno reflexionar y regular su proceso de aprendizaje.

Dentro de las estrategias de enseñanza encontramos los objetivos y las intenciones y las ilustraciones las cuales definimos a continuación:

1.3.1 Objetivos e intenciones

Los objetivos o intenciones educativos son enunciados que describen con claridad las actividades de aprendizaje a propósito de determinados contenidos curriculares, así como los efectos esperados que se pretenden conseguir en el aprendizaje de los alumnos al finalizar una experiencia, sesión, episodio o ciclo escolar.

Como han señalado de manera acertada, cualquier situación educativa se caracteriza por tener una cierta intencionalidad. Esto quiere decir que en cualquier situación didáctica, uno o varios agentes educativos (profesores, textos, etc.) desarrollan una serie de acciones o prácticas encaminadas a influir o provocar un

³ DIAZ, F y ROJAS, F. La labor del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. (1998),

conjunto de aprendizajes en los alumnos, con una cierta dirección y con uno o más propósitos determinados. Un currículo o cualquier práctica educativa sin un cierto planteamiento explícito (o implícito, como en algunas prácticas educativas no escolarizadas) de sus objetivos o propósitos, quizá derivaría en cualquier otro tipo de interacción entre personas (charla, actividad más o menos socializadora etc.) que no busque dejar un aprendizaje intencional en los que las reciben.

1.3.2 Ilustraciones

Las ilustraciones (fotografías, esquemas, medios gráficos, etc.) constituyen una estrategia de enseñanza profusamente empleada. Estos recursos por sí mismos son interesantes, por lo que pueden llamar la atención o distraer. Su establecimiento ha sido siempre muy importante (en términos de lo que aportan al aprendizaje del alumno y lo frecuente de su empleo) en áreas como las ciencias naturales y tecnología, y se les ha considerado más bien opcionales en áreas como humanidades, literatura y ciencias sociales.

Las ilustraciones son más recomendables que las palabras para comunicar ideas de tipo concreto o de bajo nivel de abstracción, conceptos de tipo visual o espacial, eventos que ocurren de manera simultánea, y también para ilustrar procedimientos o instrucciones procedimentales.

Las funciones de las ilustraciones en un texto de enseñanza son: dirigir y mantener la atención de los alumnos, permitir la explicación en términos visuales de lo que sería difícil comunicar en forma puramente verbal, favorecer la retención de la información: se ha demostrado que los humanos recordamos con más facilidad imágenes que ideas verbales o impresas, permitir integrar, en un todo, información que de otra forma quedaría fragmentada y permitir clarificar y organizar la información, promover y mejorar el interés y la motivación.

Se ha dicho que las ilustraciones representan la realidad visual que nos rodea con varios grados de fidelidad

Los tipos de ilustraciones más usuales que podemos emplear en materiales impresos con fines educativos, se describen a continuación.

Tipo de ilustraciones en textos académicos	• Descriptiva
	• Expresiva
	• Construccional
	• Funcional
	• Lógico-matemática
	• Algorítmica
	• Arreglo de dato

La tipología está planteada en términos de la función o utilidad de enseñanza de una ilustración determinada. Obviamente, una misma ilustración puede caer no sólo en una, sino en varias de las clases mencionadas

1.4 FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO.

Desde la perspectiva del desarrollo del pensamiento geométrico es importante revisar algunos elementos teóricos que se han constituido en fundamento para el direccionamiento emanado por el ministerio de educación nacional, resultados que se deben ver evidenciados en los estudiantes. A continuación

1.5 IMPORTANCIA DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS.

Los lineamientos Curriculares proponen unos referentes muy amplios para organizar el currículo de matemáticas, y tienen en cuenta el desarrollo de unos procesos de aula que permiten el aprendizaje de las matemáticas en contextos

significativos para los estudiantes, y están muy relacionados con las competencias matemáticas en un sentido amplio. Dichas competencias se concretan de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático.

Al introducir el concepto de pensamiento matemático se trata de mostrar la importancia del desarrollo centrado en los procesos de conceptualización de los estudiantes, que los lleven a la construcción de un pensamiento ágil, flexible, con sentido y significado para su vida cotidiana, integrado en unidades complejas que le brinden autonomía intelectual y, sobre todo, que se logre la formación de un ciudadano con una cultura matemática que le permita mejorar su calidad de vida.

En ese orden de ideas, es importante considerar varios elementos innovadores dentro de la educación basada en competencias y que incluyen: la formación de actitudes, el propiciar una satisfacción y diversión por el planteamiento y resolución de actividades matemáticas, el promover la creatividad en el estudiante, no indicándole el procedimiento a seguir sino que genere sus propias estrategias de solución y que durante este proceso las conciba como un lenguaje que presenta una terminología, concepto y procedimientos que permiten analizar diversos acontecimientos del mundo real. Por consiguiente, como lo afirma Guzmán⁴, lo importante es que el niño realice una manipulación de los objetos matemáticos, desarrolle su creatividad, reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo, adquiera confianza en sí mismo, se divierta con su propia actividad mental, haga transferencias a otros problemas de la ciencia y de su vida cotidiana y por último, prepararlo para los nuevos retos de la ciencia y la tecnología.

De esta manera, el pensamiento espacial es una opción acertada para el fortalecimiento de las competencias matemáticas, ya que el manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su

⁴ GUZMAN, M. Enseñanza de las ciencias y la matemática (1936-2004)

inteligencia espacial. Se estima que la mayoría de las profesiones, tales como el dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías, la aviación y muchas disciplinas científicas como química, física, matemáticas requieren personas que tengan un alto desarrollo de inteligencia espacial.

1.6 LA FORMACIÓN DEL MÉTODO GENERAL PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICAS.

Los problemas sobre construcciones geométricas juegan un papel muy importante para la formación del pensamiento matemático en las escuelas, desde los tiempos antiguos, las construcciones geométricas generalizaban el desarrollo no solamente de la geometría misma, sino también, de otras áreas de las matemáticas. Incluso actualmente, los problemas sobre construcciones a través de regla y compás se consideran muy interesantes desde el punto de vista matemático y, ya que durante muchos años, construyen el material tradicional del curso escolar de geometría.

De acuerdo a su estructura y método para la resolución, estos problemas objetivamente deben de desarrollar en los estudiantes la capacidad para presentar claramente una u otra figura geométrica y, además, la habilidad para operar mentalmente con los elementos de esta figura. Los problemas sobre construcciones pueden garantizar en las escuelas la comprensión del origen de diferentes figuras geométricas, de las posibilidades para sus transformaciones; todo esto constituye una premisa muy importante para la formación del pensamiento espacial en los estudiantes, de sus habilidades investigativas y creativas y de la intuición geométrica.

El plan para la solución de cualquier problema sobre construcción, constituye la cadena de las construcciones básicas que conduce al objetivo; este plan se puede considerarse como el algoritmo y, consecuentemente, puede utilizarse también en grados escolares superiores como el material del contenido del curso de informática y de las técnicas de cálculo. Durante el proceso de resolución de

problemas sobre construcción, el maestro puede formar efectivamente en las escuelas, los elementos de la cultura algebraica exigiendo sistemáticamente la secuencia exacta de las construcciones básicas. Los problemas prácticos, acostumbran a las investigaciones independientes, lo cual es muy importante para la formación de las habilidades y hábitos de trabajo intelectual.

A través de problemas sobre construcción e, incluso, a través de otros más elementales la información teórica acerca de las figuras geométricas básicas, adquiere un carácter más profundo y más consciente debido a que, durante el proceso de solución de problemas de este tipo, el alumno crea el modelo concreto de las características y relaciones que se estudian y, trabaja con este modelo. Los problemas sobre construcciones, probablemente pueden ser relacionadas con ideas del curso escolar de la geometría, tales como, transformaciones, vectores y método de coordenadas.

1.7 RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO

La repercusión que sobre el aprendizaje, han tenido el enfoque constructivista de Von Glaserfeld y el enfoque sociocultural Vigotsky, legitiman y promueven los procesos de razonamiento en el sentido más amplio. Los aprendices, sus entendimientos y las interacciones con la comunidad de su clase, son centrales en la visión del proceso de enseñanza - aprendizaje. Como una consecuencia, los procesos de razonamiento son considerados como una variedad de acciones que toman los alumnos con el fin de comunicarse y explicar a otros, tanto como a ellos mismos, lo que ellos ven, lo que ellos descubren y lo que ellos piensan y concluyen⁵.

En general, se considera que las funciones principales del razonamiento son entender, explicar y convencer. Como profesor e investigador, Orly, citado por

⁵ GLASERFELD V. y VIGOTSKY. Introducción al constructivismo radical y la teoría sociocultural. (2001).

Hershkowitz⁶, dio a su clase de matemática la libertad de generar conjeturas experimentalmente. Cuando surgía un conflicto y la clase se disgregaba en dos o más grupos, debatiendo conjeturas distintas sobre la misma situación, los alumnos tenían la libertad de elegir de entre una variedad de argumentos para tratar de convencer a cada uno de los otros. Los argumentos eran juzgados por su poder de convicción. Esta aproximación pedagógica refleja un cambio en considerable progreso en las matemáticas como una totalidad hacia el razonamiento en geometría y, en particular, hacia la demostración.

Las principales tendencias novedosas del razonamiento en geometría están representadas por:

Duval⁷, el cual presenta un análisis cognitivo de los procesos de razonamiento geométrico y sus interacciones con otros procesos de pensamiento. La contribución de Duval es un análisis profundo e interesante que refiere al razonamiento como un proceso holístico en el cual la "demostración" es sólo una de sus tres funciones. Las otras dos son: la "extensión del conocimiento" y la "explicación". También analiza la interacción entre el proceso de razonamiento y otros dos procesos de pensamiento en geometría a saber, la visualización y la construcción.

Bartolini Bussi & Boero y Lehrer & Ronberg, citados por Hershkowitz⁸, según esta visión, el conocimiento geométrico puede y debe ser construido de una manera significativa en contextos que puedan servir como "campos de experiencia" o como "trampolines geométricos". El contexto deberá ser "realista" para los alumnos, donde realista es tomado en un sentido amplio. La actividad de aprendizaje en ambientes de geometría dinámica es una tendencia que demuestra la "democratización" del razonamiento en el aprendizaje de la geometría. Los

⁶ HERSHKOWITZ Rina. Acercamiento del razonamiento en geometría (2001) 67 p.

⁷ DUVAL. Raymond. La geometría desde un punto de vista cognitivo (2001)

⁸ HERSHKOWITZ Rina. Acercamiento del razonamiento en geometría (2001) 98 p.

alumnos son confrontados con situaciones en las que ellos observan y resuelven problemas en un contexto geométrico realista e investigan los invariantes de figuras geométricas y relaciones bajo cambios realistas.

En esta interacción con el contexto ellos matematizan; digamos que construyen acciones mentales superiores. La Matematización es vista como una actividad humana, como una clase de proceso de organización mediante los cuales elementos de un contexto son transformados en objetos geométricos y relaciones.

Jones, citado por Hershkowitz⁹ reta a la aproximación jerárquica, según la cual el razonamiento intuitivo precede necesariamente al razonamiento formal. Su ejemplo proporciona evidencia que muestra cómo los alumnos oscilan entre el razonamiento visual intuitivo y el razonamiento deductivo mientras resuelven problemas geométricos en un ambiente de aprendizaje basado en el uso de software dinámico.

De lo anteriormente descrito, se pueden apreciar las tres tendencias principales en el aprendizaje del razonamiento geométrico, a saber; la construcción de demostraciones, la geometría desde el contexto y la geometría visual.

En la presente investigación el razonamiento geométrico será entendido como el dominio de tres procesos bien diferenciados como lo son: el proceso de visualización, donde el alumno realiza representaciones espaciales para la ilustración de proposiciones, maneja objetos reales observados globalmente y como unidades, identifica, describe y crea figuras geométricas; la construcción, mediante el uso adecuado de instrumentos geométricos y de herramientas matemáticas para relacionar los resultados observados con los objetos matemáticos y el discursivo, que incluye un uso adecuado del lenguaje geométrico, que permita la extensión del conocimiento a otras áreas, la demostración y la explicación ordenada y lógica del conocimiento geométrico.

⁹ Ibid. Pag. 103

1.8 ¿POR QUÉ LA GEOMETRÍA?

La geometría se destaca por la relación de contenidos netamente conceptuales de la ciencia, con los aspectos más simples de la vida cotidiana. Desde nuestra infancia, para conocer el mundo que nos rodea, nos basamos en la forma de los objetos, en su ubicación, en sus movimientos y en cómo se relacionan entre sí, percibimos en todo momento su presencia y la consideramos como algo en común. Tan común que por lo general se la pasó por alto, se le sacó valor. Y esta desvalorización la condujo a su situación actual¹⁰.

“la geometría es una de las ramas de la matemática que a lo largo de las últimas décadas ha ido perdiendo su lugar en la enseñanza. Con el transcurso de los años fue olvidada, rezagada al final de los programas de nivel primario y medio, unas veces, incluso reducida a la mínima expresión y otras, ignorada: en el mejor de los casos, solo se trataban conceptos de geometría plana o se estudiaban las figuras y cuerpo geométricos como aplicaciones de cálculos aritméticos y ejercicios de reducción de unidades de magnitudes como longitud, superficie y volumen¹¹”

1.9 ¿POR QUÉ LOS DIBUJOS?

En este caso es necesario señalar que “el dibujo es la base de muchas actividades artísticas, industriales y científicas; es imprescindible en lo llamados oficios artísticos (joyería, repujado, publicidad, carpintería, etc.), es también un excelente auxiliar pedagógico para desarrollar en los escolares la capacidad de observación y la agilidad anímica y manual¹²”. Aquí se va como los dibujos permiten desarrollar la capacidad práctica, cuya ausencia o falta de desarrollo se aprecia nítidamente en la mayoría de los alumnos a la hora de ser precisos. Pero

¹⁰ ANAYA Nahuel. Construcciones geométricas con regla y compás (2008)

¹¹ Vilella, J.; Crespo Crespo, C.; Ponteville, .C (1999): Cuando la geometría es el tema de la reflexión de la matemática. Universidad Nacional de General San Martín.

¹² Diccionario enciclopédico Neofons; Sopena; España, (1999).

el verdadero error está en no buscar la mejoría o no creer necesitarla. Y el motivo de esto es que muchas veces se lo deja pasar, no se le da importancia. No se comprende que, si no se trabaja temprano, después ya no se podrá lograr su desenvolvimiento manual, su agilidad motora, se verá perjudicada porque nunca se la puso en práctica. Nunca le mostraron lo valioso que es, nunca se la exigieron.

Esta vinculación directa entre una imagen y la estética está presente en la esencia de nuestro trabajo, dado que para los antiguos griegos (las autoridades del tema) la geometría alcanzaba la categoría de un arte; era el arte de la mente. Su correcta utilización implica un despliegue de sencillez, claridad, orden, simetría y armonía; los cuales componen el concepto de belleza. Y de esto se vale el contenido de este trabajo.

“En génesis de toda imagen se encuentra el afán comunicativo que prevalece en el arte general. Realizar una imagen es hacer visible un conjunto de ideas, emociones y sensaciones con la finalidad de comunicarla (a otros, a uno mismo) mediante elementos visuales, seleccionados, combinados y organizados con determinado sentido estético” Sprovskin (1998).

Es así que el tema incentiva a desarrollar la capacidad estética en el alumno, la cual tiene el mismo valor que todas las otras (aunque por lo general se desprecie)¹³

2. ¿POR QUÉ CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPÁS?

A partir de varios trazos precisos se pretende combinar la mayor cantidad de conceptos geométricos y únicamente se permite utilizar dos instrumentos sencillos. Ahora solo basta recordar los conceptos que ya hemos presentado anterior mente y nos encontraremos con que los trazos son dibujos que promueven el desarrollo de las capacidades prácticas y estéticas; los conceptos geométricos implican tratamiento mentales necesarios para el crecimiento

¹³ ANAYA Nahuel. Construcciones geométricas con regla y compás (2008)

cognitivo; y los dos instrumentos mencionados posibilitan la integración. Nos referimos a que el manejo de la regla y el compás, más allá de ser algo práctico, también ayuda a mejorar las capacidades cognitivas y estética.

Su correcto manejo requiere reconocer y comprender parte de la geometría, y con ellos se crean manifestaciones dotadas de belleza. Pero lo fundamental es que las tres capacidades se trabajan al mismo tiempo, juntas. Así, el estudiante se encuentra a la tarea de visualizar los distintos pasos a realizar, comprende el motivo de cada línea, poner en práctica su precisión y el concepto que tiene ella, aprovechar al máximo los recursos que cuentan, tener claro el objetivo alcanzar, etc. Son solo algunos de los muchos desafíos que surgen de un solo ejercicio o de una construcción.

El papel que cumple las construcciones con regla y compás en la historia de la matemática. Fue utilizada con el fin de resolver ciertos problemas la que motivo toda una serie de adelantos y nuevas formas de pensar para el mundo científico. Sirvieron de cimiento para el pensamiento griego y para buena parte de la matemática que apareció después. Sus características y limitaciones particulares posibilitan el acceso a las secciones cónicas, el cálculo aproximado del número de oro y la sección áurea, las curvas trascendentes, el método de exhaustión que precedió del cálculo de límites, etc.; por mencionar solo algunos de sus aportes.

Por último, hay que mencionar que tanto la regla como el compás son muy sencillos de sustituir, favoreciendo en gran medida su versatilidad. Es así que, de no disponer de estos instrumentos (como sucede en muchas instituciones educativas y hogares), se puede emplear el borde de algún objeto, un trozo de madera o incluso un cordón tenso para trazar rectas; y con atar un extremo en un punto (centro) se consiguen trazar circunferencias. Esto también se ve potenciado porque las construcciones con regla y compás en la que se centra este trabajo no requiere transportados distancias (no hay que repetir medidas), lo cual es muy sencillo con una regla o un compás, pero muy difícil si no se cuenta con ellos.

2.1 EUCLIDES (SIGLO III A. DE J. C.)

Euclides es, probablemente, el escritor científico de más éxito que jamás vivió. Su famoso libro, los Elementos, era un tratado de geometría y de teoría de los números. Durante más de dos mil años, todo estudiante que aprendía geometría, lo hacía siguiendo el libro de Euclides. Y durante todo ese tiempo, los Elementos sirvieron de modelo para el razonamiento lógico.

Nadie sabe, hoy día, cuanta de la geometría de los Elementos fue desarrollada originalmente por Euclides. Una parte puede haberse basado en los libros anteriores, y se supone que algunas ideas más importantes de la obra se deben a Eudoxio, quien vivió más o menos en la misma época. En todo caso, de los libros que han llegado hasta nosotros, los Elementos es el primero que presenta la geometría de una manera organizada y lógica, comenzando con algunas suposiciones simples y desarrollando los teoremas mediante razonamiento deductivo.

Este ha sido el método fundamental de la matemática desde entonces. Es verdaderamente extraordinario que fuera descubierto tan temprano y utilizado tan bien. La lógica juega el mismo papel en las matemáticas que los experimentos en física. En la matemática y la física, puede ocurrírse nos una idea que creamos es correcta. En la física, vamos al laboratorio a ensayarla; en la matemática pensamos un poco más e intentamos obtener una demostración.

Aunque el método de Euclides perdurara, sus postulados y la teoría basada en ellos ya no se utilizan en forma corriente. Con el desarrollo del álgebra, el empleo de los números en los Elementos, ya que en su época de Euclides, el álgebra era prácticamente desconocida.¹⁴

¹⁴ MOISE, E y DOWNS, L. Geometría Moderna. Addison Wesley Iberoamérica (1964). Pag. 11.

2.2 DEFINICIONES FUNDAMENTALES DE LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

2.3 DEFINICIÓN PUNTO

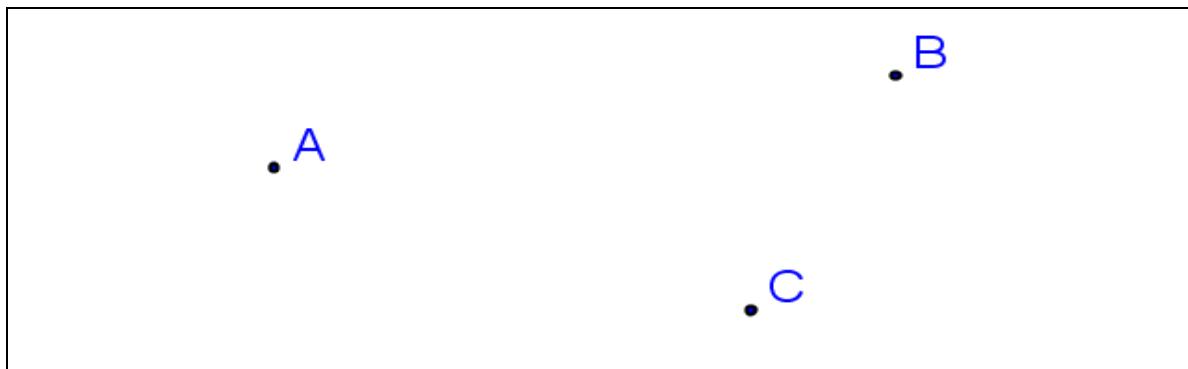
Consideremos, primero, la cuestión de los teoremas. Generalmente, cuando demostramos un teorema, lo hacemos señalando que se deduce lógicamente de otros ya demostrados. Pero no siempre pueden hacerse las demostraciones de esa manera. En particular, no es posible hacer así la primera demostración, porque, en este caso, no hay teoremas demostrados previamente. Pero tenemos que empezar en algún punto. Esto significa que debemos aceptar algunas afirmaciones sin demostrarlas. Estas afirmaciones no demostradas son los postulados.

El mismo principio se aplica a las definiciones. La mayoría de las veces, al ofrecer una definición de un nuevo término. Lo hacemos empleando otros términos ya definidos. Pero las definiciones no pueden siempre formularse de esa manera. En particular, la primera definición no puede enunciarse así, porque, en este caso, no hay términos definidos con anterioridad. Esto significa que debemos introducir algunos términos geométricos sin definirlos. Por consiguiente, emplearemos los más sencillos y fundamentales sin intentar definirlos. Estos términos no definidos será *punto, recta y plano*.

Los postulados, desde luego, no se fabrican a capricho. (Si así fuera, ninguna persona sensata les prestaría importancia.) Los postulados describen propiedades fundamentales del espacio. Análogamente, las ideas de punto, recta y plano están sugeridas por objetos reales. Si se hace una marca en una hoja de papel con la punta de un lápiz, se obtendrá una representación bastante fiel del punto. La representación será mejor, cuanto más afilado sea el lápiz. El dibujo siempre será aproximado, pues la marca tendrá algún área. Mientras que un punto carece de área. Pero si se piensa en marcas más y más pequeñas. Hechas por

lápices cada vez más afilados, se obtendrá una buena idea del término **punto** en la geometría.¹⁵

Figura 1. Representación gráfica de punto



Fuente: El autor

2.4 POSTULADO DE LA RECTA

Dados dos puntos distintos cualesquiera, hay exactamente una recta que los contienen. Ahora, queremos enunciar postulados que describan los planos y el espacio. El primer paso consiste en un postulado que garantiza la existencia en nuestra geometría de figuras del tipo representado al comienzo de esta sección.

- (a) Todo plano contiene al menos tres puntos que no están alineados.
- (b) El espacio contiene al menos cuatro puntos que no están en un plano.

Esto es simplemente otra manera de decir que los planos son amplios y que el espacio no es llano. Finalmente, observamos que el postulado de la recta da alguna información acerca de la intersección de rectas.

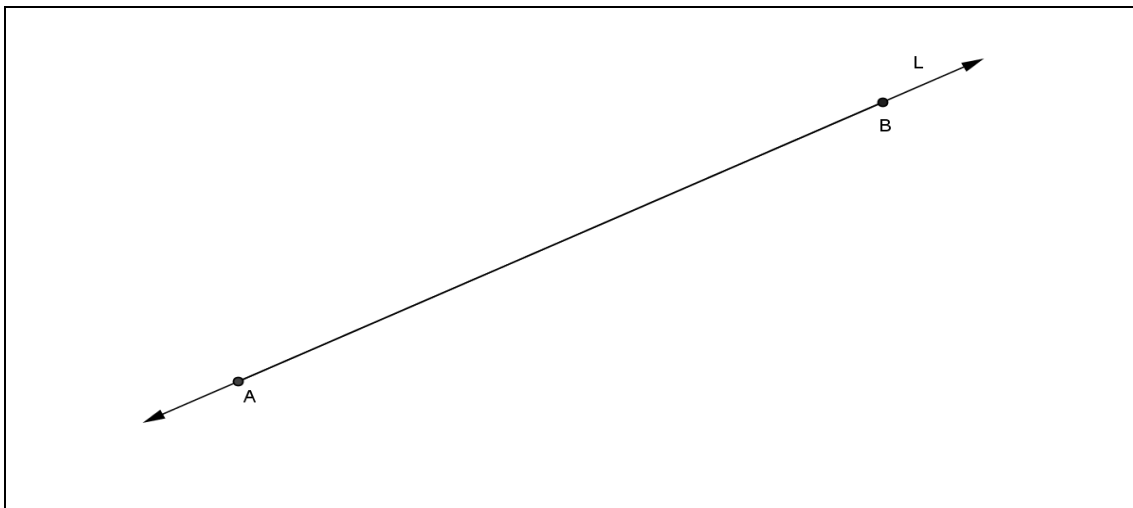
Si dos rectas se intersectan, su intersección contiene un punto solamente.

¹⁵ Ibid. Pag. 9.

Demostración: si dos rectas diferentes se intersecan en dos puntos diferentes P y Q, entonces habría dos rectas que contienen a los puntos P y Q. pero, el postulado de la recta nos dice que esto no puede suceder.

De ahora en adelante, siempre que hablemos de dos rectas, de dos planos, entenderemos que las rectas o los planos son distintos. Es decir, cuando hablemos de dos cosas, entenderemos siempre que son, en realidad. Dos cosas distintas. Pero, si decimos que P y Q son puntos, se admite la posibilidad de que $P = Q$.¹⁶

Figura 2. Representación gráfica de recta



Fuente: El autor

2.5 EL POSTULADO DEL PLANO

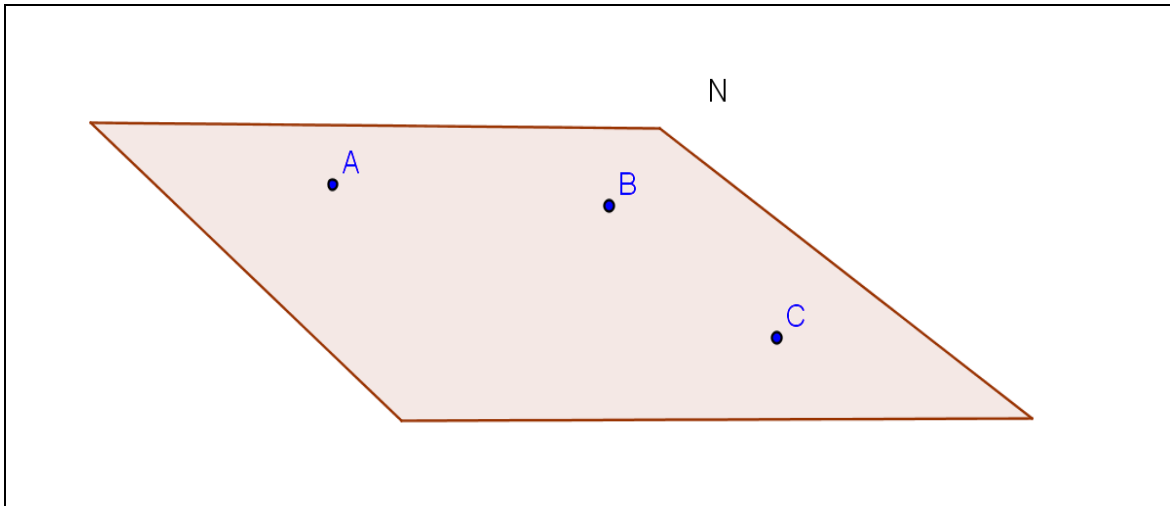
Tres puntos cualesquiera están al menos en un plano, y tres puntos cualesquiera no alineados determinan un plano.

Más brevemente, tres puntos cualesquiera son coplanarios y tres puntos cualesquiera no alineados determinan un plano.¹⁷

¹⁶ Ibid. Pag. 57

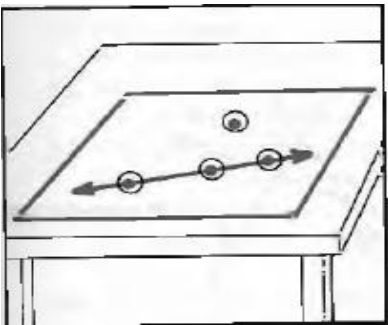
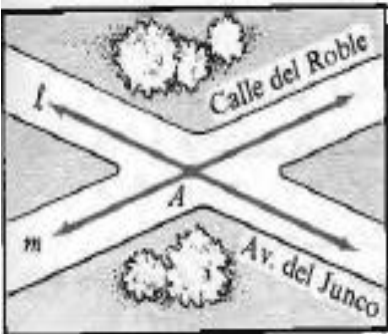
¹⁷ Ibid., pag. 61

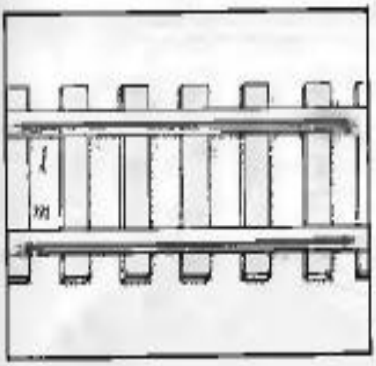
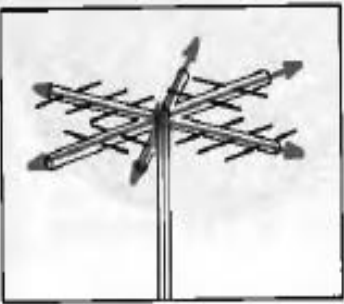

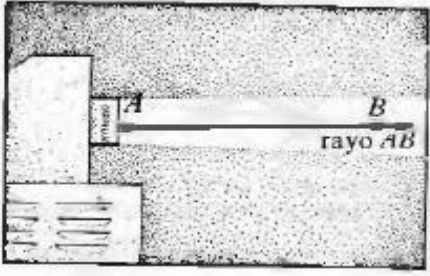
Figura 3. Representación gráfica del plano



Fuente: El autor

Tabla 3. Definiciones Fundamentales

Modelo Físico, Figura	Descripción Simbólica	Definición
	<p>A, B y C son colineales. A, D y C son no colineales. A, B, C y D están en el mismo plano; con puntos</p> <p>Coplanares. Los puntos que, como conjunto, no están en el mismo plano, son no coplanares.</p>	<p>3 más puntos de un conjunto son colineales si están alineados si y solo si hay una recta que los contiene a todos</p> <p>4 o más puntos de un conjunto son coplanares si y solo si hay un plano que los contiene a todos</p>
	<p>Las rectas l y m se intersectan en el punto A</p>	<p>Las rectas intersecantes son dos rectas con un punto en común.</p>

	<p>Las rectas l y m no tienen un punto en común l es paralela a m. Se escribe $l \parallel m$</p>	<p>Las rectas paralelas son rectas que están en el mismo plano y no se intersecan.</p>
	<p>Las rectas p, q y r tienen exactamente un punto en común. Son rectas concurrentes.</p>	<p>Las rectas concurrentes son tres o más rectas coplanares que tiene un punto en común.</p>
	<p>A y B son los extremos. Se escribe \overline{AB}</p>	<p>Un segmento, \overline{AB}, es el conjunto de los puntos A y B y de todos los puntos que están entre A y B.</p>
	<p>A es el extremo. Se escribe \overrightarrow{AB}</p>	<p>Un rayo, \overrightarrow{AB}, es un subconjunto de una recta que contiene un punto A dado y todos los puntos que están en el mismo lado de A, como B.</p>
	<p>B es el vértice, \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{BC} son lados. El interior de $\sphericalangle ABC$ es la intersección de los puntos del lado A</p>	<p>Un ángulo es la unión de dos rayos no colineales tienen el mismo extremo.</p>

	de \overline{BC} con los del lado C de \overline{AB} .	
	Es un punto C entre A y B, de manera que $AC \cong CB$	Es el punto que divide un segmento en dos segmentos iguales.

Fuente: Fuente: Geometría con aplicación y solución de problemas; Clemens/O'Daferfer/Cooney; (1989).

2.6 BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

Sea XOY un ángulo en el plano. La bisectriz del ángulo es una semirrecta que tiene origen el vértice O y divide al ángulo en dos ángulos congruentes $\sphericalangle XOZ$ y $\sphericalangle ZOY$.

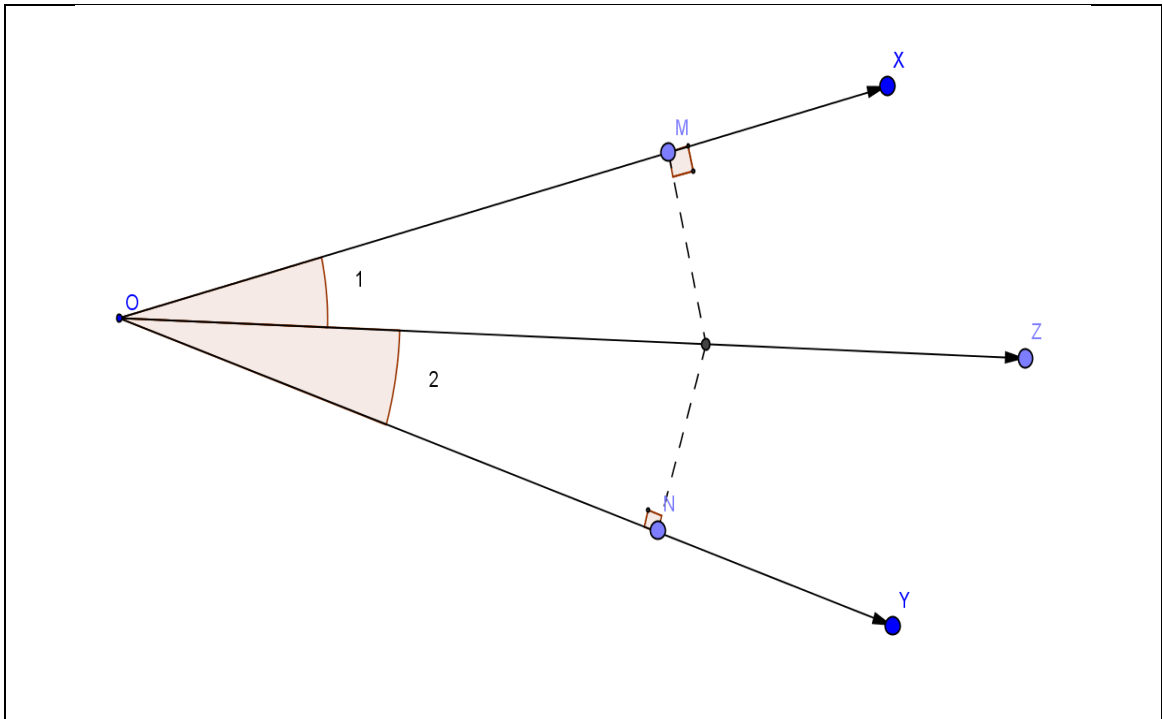
Sea L un punto de la semirrecta OZ . Bajemos perpendiculares desde L hasta OX y OY .

Los triángulos OML y OLN son congruentes porque tienen dos ángulos respectivamente congruentes y el lado en común igual \overline{OL} comunes y $\sphericalangle 2 \cong \sphericalangle 1$ y $\sphericalangle ONL \cong \sphericalangle OML$ rectos.

Si los triángulos son congruentes, entonces $\overline{ML} \cong \overline{LN}$. Por tanto, la mediana de \overline{ML} es igual a la medida de \overline{LN} , $\overline{ML} = \overline{NL}$.

Todo punto M de la bisectriz, goza de esta última propiedad por tanto: *“la bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a igual distancia de los lados del ángulo”*¹⁸.

Figura 4. Bisectriz de un ángulo



Fuente: El autor

En símbolo: bisectriz = $(L : LM = LN)$

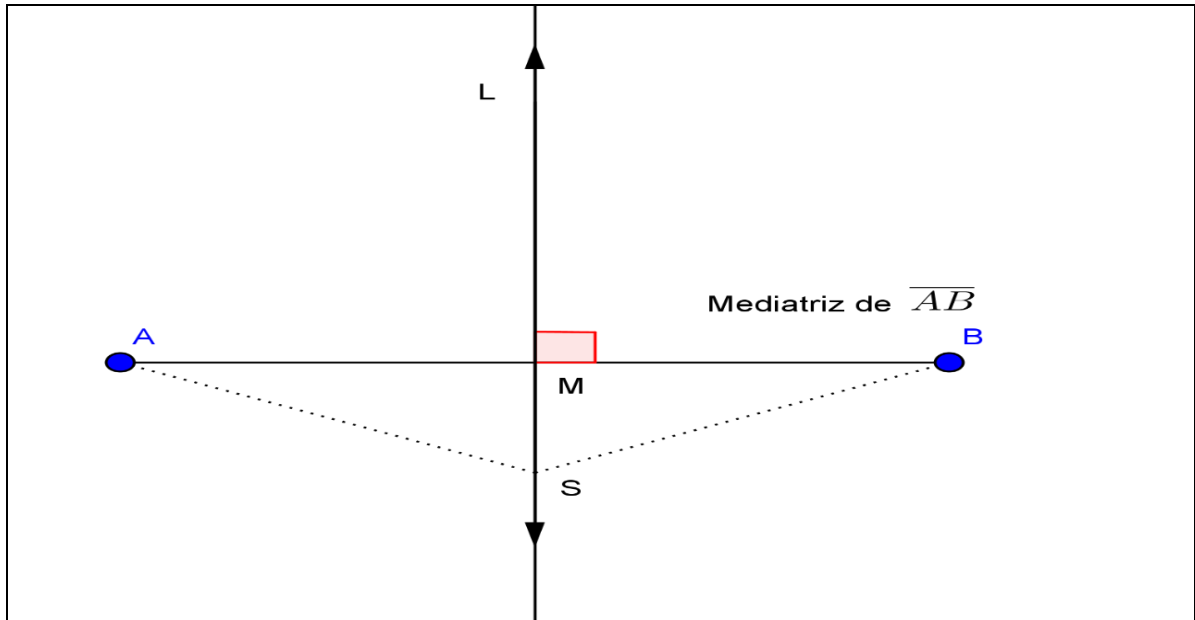
2.7 MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO

Dado un segmento \overline{AB} , la recta perpendicular a \overline{AB} , en su punto medio M, es la mediatriz del segmento.

En la figura, la recta L es la mediatriz de AB.

¹⁸ Londoño N y Bedoya H. Serie Matemática Progresiva 3. Editorial Norma S.A. (1984). Pag. 230

Figura 5. Mediatriz de un segmento



Fuente: El autor

Sea S un punto cualquiera de L ; tracemos los segmentos \overline{SA} y \overline{SB} . Los triángulos SAM y SMB son congruentes.

Luego, $AS = SB$ (medida de $\overline{AS} =$ medida de \overline{SB}).

Esta propiedad caracteriza a la mediatriz del segmento \overline{AB} , entonces: *"la mediatriz del segmento \overline{AB} es el lugar geométrico de los puntos del plano que están a la misma distancia de los extremos del mismo"¹⁹*

En símbolo: mediatriz ($S: SA = SB$).

2.8 ALGUNAS CONSTRUCCIONES

2.9 POR UN PUNTO DADO, CONSTRUIR UNA PERPENDICULAR A UNA RECTA DADA

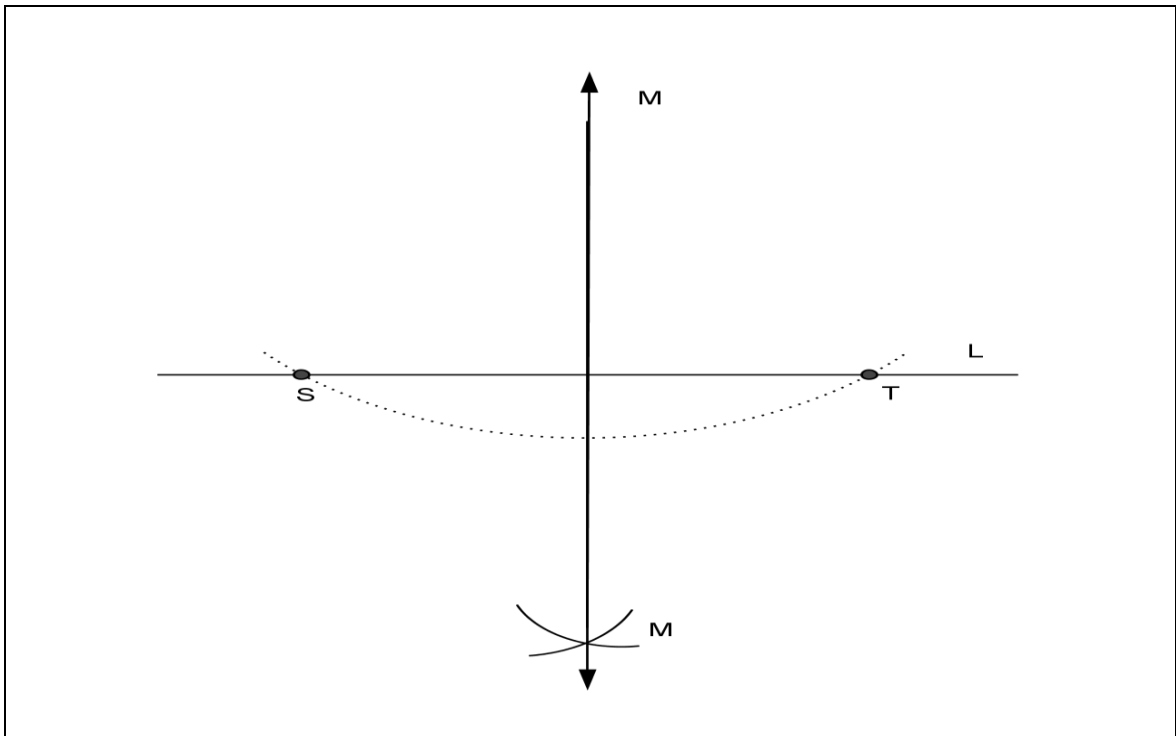
Con centro en M y una abertura del compás mayor que la distancia a la recta L , se traza un arco de circunferencia que corte la recta en los puntos S y T .

¹⁹ Ibidem. Pag. 230

Con centro en S y T y con abertura mayor que la mitad de la distancia entre S y T, se traza dos arcos para determinar el punto M'.

La recta que contiene a M y M' es la perpendicular pedida.²⁰

Figura 6. Construcción de una perpendicular a una recta dada



Fuente: El autor

3. LEVANTAR UN PERPENDICULAR A UNA RECTA DADA L, EN UN PUNTO DADO M SOBRE LA MISMA

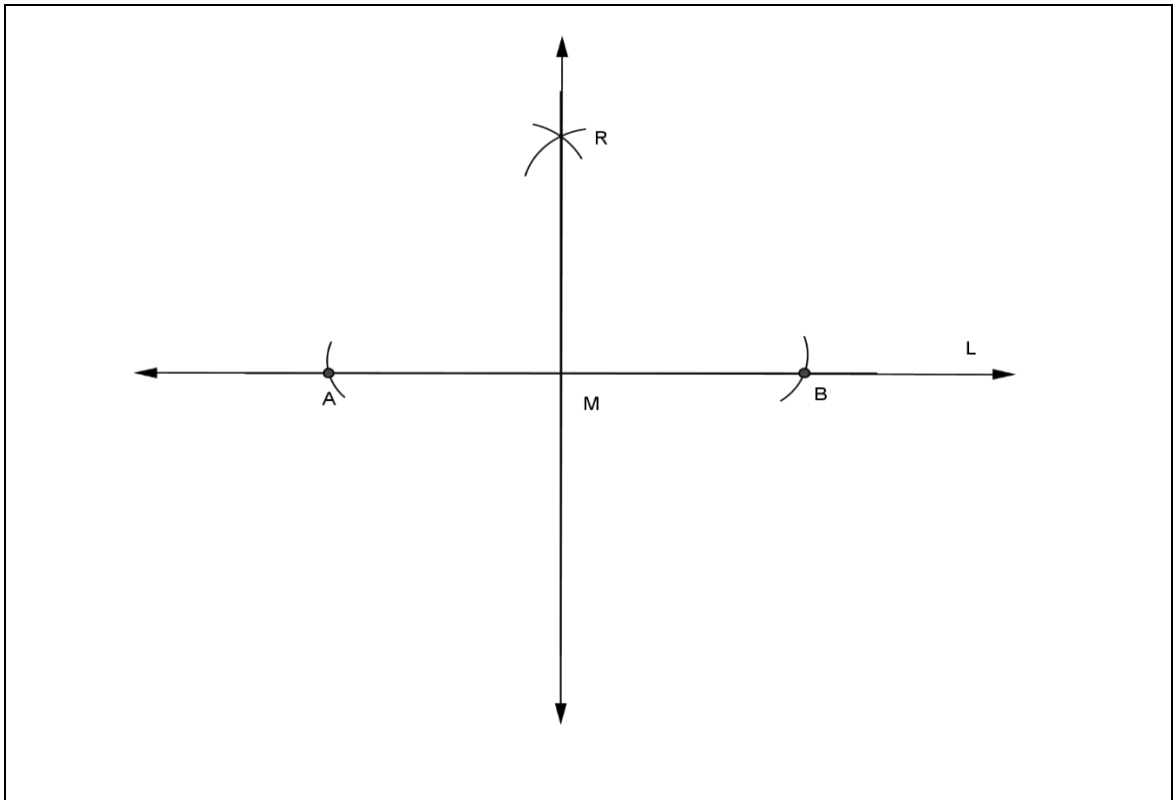
Con centro en M y una abertura de compás arbitraria, se trazan dos arcos que cortan a L en A y B.

Con centro en A y B y abertura de compás mayor que la mitad de la distancia de A a B, se trazan arcos que se corten en R. La recta que contiene los puntos R y M es la perpendicular pedida.²¹

²⁰ Ibid. Pag. 232

²¹ Ibid. Pag. 233

Figura 7. Construcción; levantar una perpendicular a una recta dada



Fuente: El autor

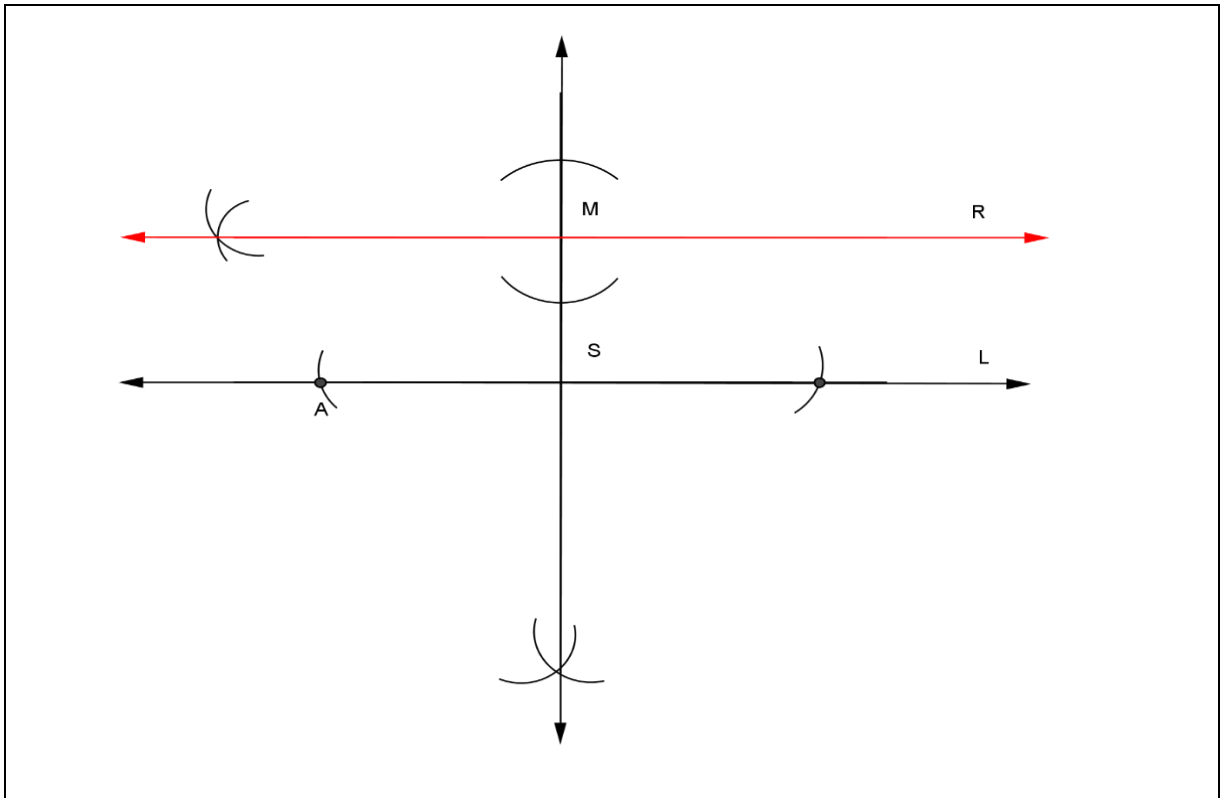
3.1 TRAZAR UNA PARALELA A UNA RECTA L DADA Y QUE PASE POR UN PUNTO M.

Se traza una perpendicular a L, según la construcción dada en la figura 6. Sea S dicha perpendicular.

Por M se levanta una perpendicular a la recta S, según la construcción dada en la figura 7. La recta (R) así obtenida, es la paralela pedida.²²

²² Ibidem. Pag. 233

Figura 8. Construcción; Trazar una paralela a una recta L dada



Fuente: El autor

3.1 CONSTRUIR UN ÁNGULO CONGRUENTE

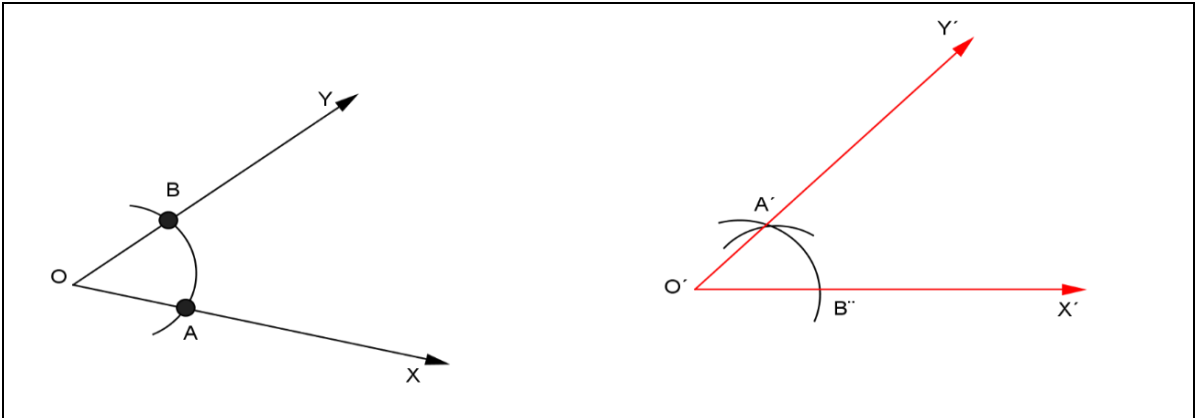
Sea XOY el ángulo dado. Con centro en O y abertura de compás arbitrarias, se traza un arco que corte a \overrightarrow{OX} y a \overrightarrow{OY} en A y B respectivamente.

Trazamos semirrectas O'X'; con centro en O' y abertura de compás igual a la que utilizamos para trazar el arco, se traza un arco que corte a O'X' en A'.

Con centro en A' y abertura de compás igual a la distancia AB se traza un arco que corte al anterior en B'. Se une O' con B'. Este es el segundo lado del ángulo pedido.²³

²³ Ibid. Pag. 234

Figura 9. Construir un ángulo congruente con uno dado



Fuente: El autor

3.2 CONSTRUIR LA BISECTRIZ DE UN ÁNGULO DADO

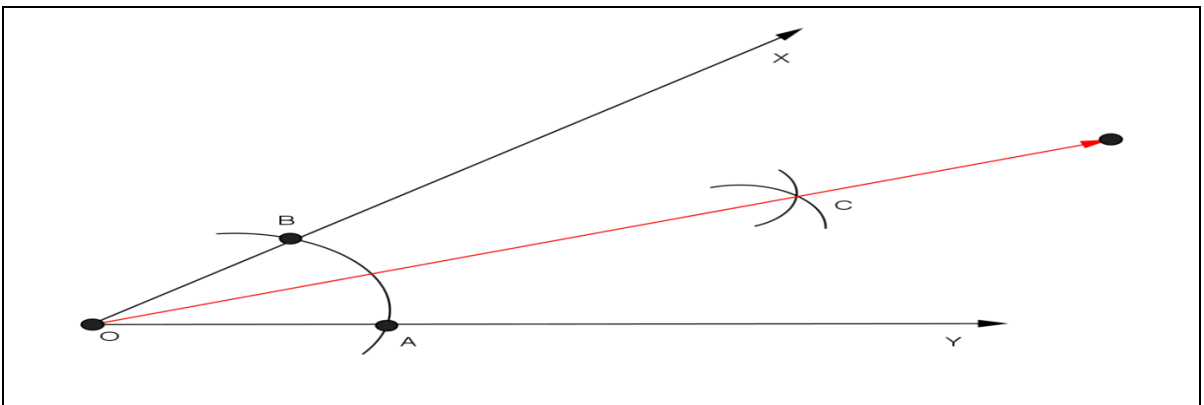
Sea XOY el ángulo dado (figura 10)

Con centro en O y abertura de compás arbitraria, se traza un arco que corte los lados del ángulo en A y B.

Con centro en A y B y abertura mayor que la mitad de la distancia de A a B, se traza arcos que se cortan en C.

La recta que une O con C es la bisectriz.²⁴

Figura 10. Construir una bisectriz de un ángulo dado.



Fuente: El autor

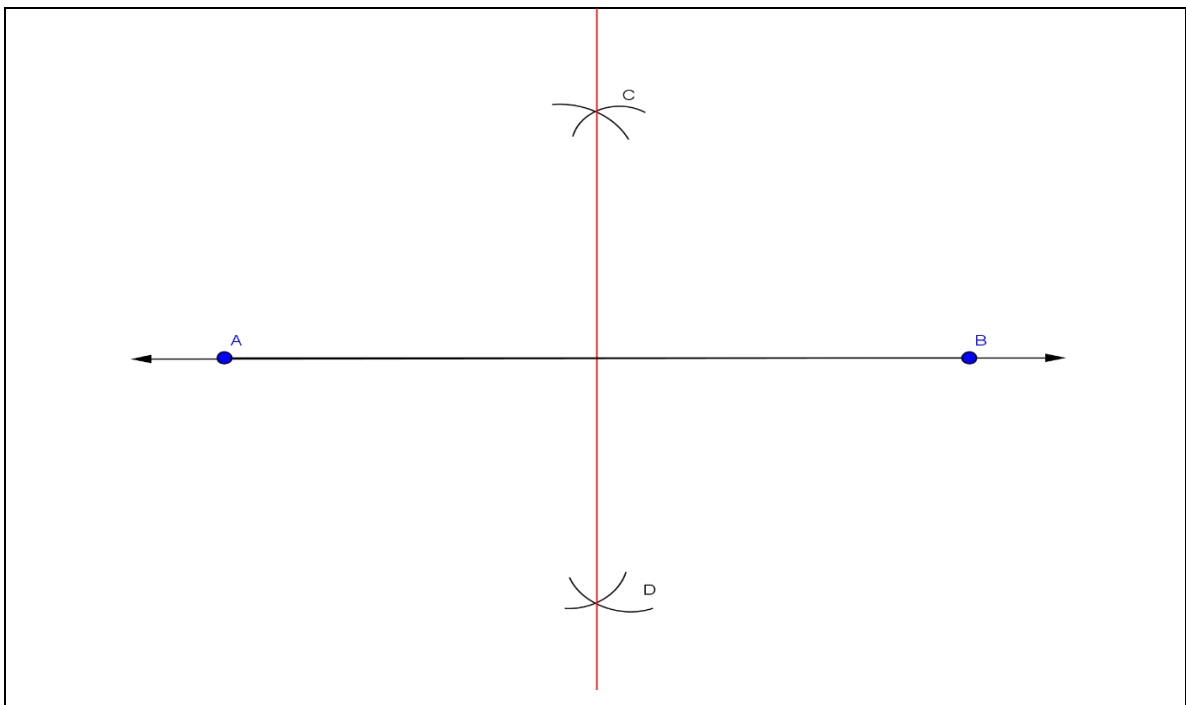
²⁴ Ibid. Pag. 235

3.3 CONSTRUIR LA MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO DADO

Sea \overline{AB} el segmento dado.

Con centro en A y B y abertura mayor que la mitad de la distancia de A a B, se traza arcos que corten en C y D. La recta que contiene a C y D es la mediatriz.

Figura 11. Construir una mediatriz de un segmento dado.



Fuente: El autor

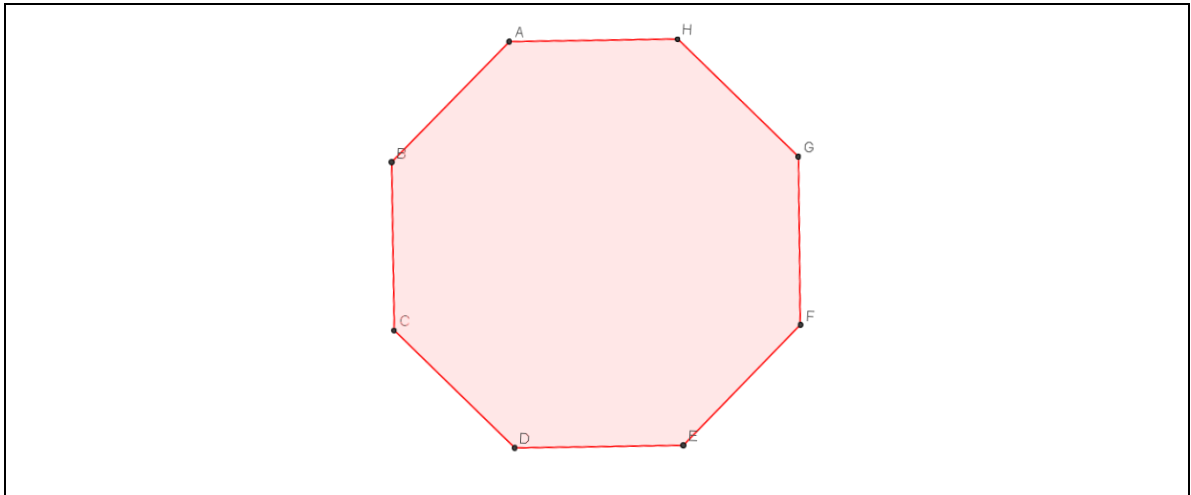
3.4 POLÍGONOS

Las figuras geométricas formadas por líneas rectas son muy comunes en nuestro mundo. Tales figuras reciben el nombre de polígonos.

Un polígono es la unión de segmentos que se juntan solo en sus extremos, de tal manera que (1) como máximo, dos segmentos se encuentran en un punto, y (2) cada segmento toca exactamente a otros dos.

Este polígono tiene ocho lados. Los puntos **A, B, C, D, E, F, G, H** son vértices. A cada segmento de un polígono se le llama lado. Se escribe polígono **ABCDEFGH**.

Figura 12. Representación gráfica de un polígono de ocho lados (octágono)

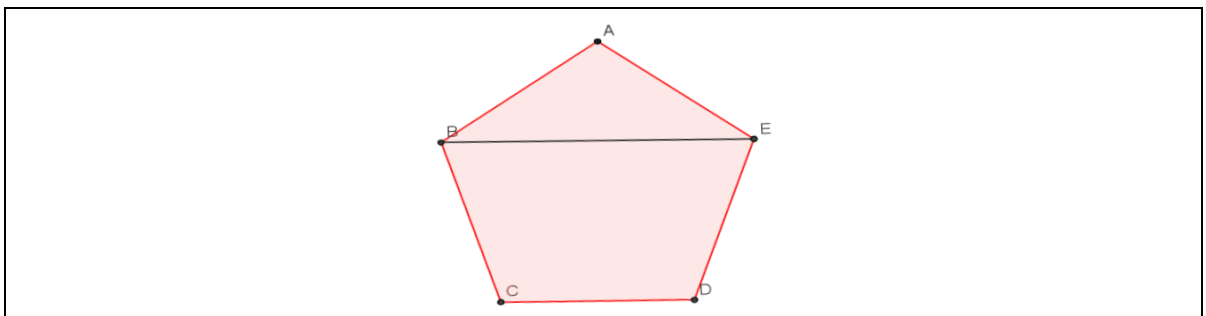


Fuente: El autor

Los polígonos reciben un nombre particular de acuerdo al número de lados que tengan. Por ejemplo: triángulo, 3 lados; cuadrilátero, 4 lados; pentágono, 5 lados; hexágono, 6 lados; heptágono, 7 lados; octágono, 8 lados. Un polígono con n lados podría llamarse n-gono.

Las definiciones siguientes proporcionan más información sobre polígono.

Figura 13. Polígono ABCDE convexo

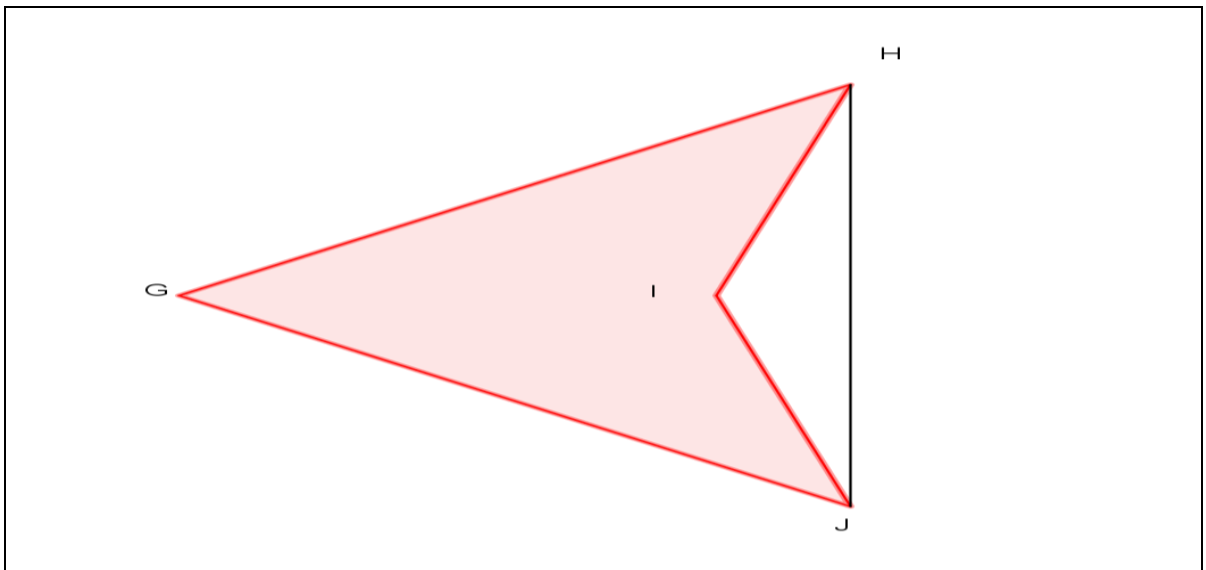


Fuente: El autor

Cada diagonal de este polígono, como \overline{BE} , está en el interior del polígono ABCDE es un polígono convexo.

Un polígono es convexo si todas sus diagonales están en el interior del polígono.

Figura 14. Polígono no convexo.



Fuente: El autor

Por lo menos una de las diagonales de este polígono no está en su interior GHIJ no es un polígono convexo.

3.5 POLÍGONO REGULAR

Algunos polígonos tienen características que los convierten en *polígonos regulares*. Todos los lados son de igual longitud. Todos los ángulos miden lo mismo. *Un polígono regular es aquel cuyo lados son congruentes entre sí, y todos sus ángulos también son congruentes entre sí.*

2. METODOLOGÍA

2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

Investigación aplicada, con metodología investigación Acción participativa, es una estrategia que ha proporcionado la comprensión de lo que ha ocurrido en el aula, mostrando la interrelación entre: profesor, investigador, alumno y contenido matemáticos, que se utiliza con frecuencia en investigaciones. Se considera que la educación es un ejercicio unificado, en el cual el profesor es el mejor juez del desarrollo de la clase y de la experiencia educativa total, y un potente método de unión entre la teoría y la practica educativa; según Kemmis y McTaggart “es una forma de indagación introspectiva colectiva emprendida por participantes en situaciones sociales con objeto de mejorar la realidad y la justicia de sus prácticas sociales o educativas, así como la comprensión de estas prácticas y de las situaciones en que estas tienen lugar²⁵”.

2.2 POBLACIÓN

La población son 572 estudiantes de bachillerato en la jornada única de la Institución Alafás del Norte Concesión Institución Educativa Rodolfo Llinás, ubicada en el barrio la Reliquia unión 13 de Mayo. Que se encuentran dentro de un estrato socio económico 1 (bajo y medio) donde son familias desplazadas y/o vulnerables²⁶.

2.3 MUESTRA

Está conformada por 30 estudiantes del grado séptimo de la jornada única, cuyas edades oscilan entre los 12-15 años de edad.

²⁵ KEMMIS, S y MCTAGGART, R The Action Research Planner, Victoria, 3° ed, Australia, Deakin University (1998).

²⁶ INFORMACIÓN POBLACIONAL; Institución Educativa Colegio Rodolfo Llinás; Villavicencio/Meta; (2015)

2.4 INSTRUMENTOS

Cuestionario: En esta investigación se realizó un pre test en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa, donde se conocieron las dificultades y fortalezas conceptuales relaciones con los elementos básicos de la geometría para la construcción con regla y compás de polígonos regulares.

Diario de campo: Durante el proceso de la investigación se hizo un monitoreo permanente del proceso de observación, donde se tomó nota de los aspectos importantes en los estudiantes y se registraron los eventos que sucedieron en el aula clase relevantes y no relevantes susceptibles de ser interpretados, para organizar, analizar e interpretar la información recolectada.

Fichas de seguimiento y de impacto: Es un proceso que posibilita el conocimiento de los efectos del proyecto, relacionado con las metas propuestas y los recursos asignados. La evaluación es el proceso mediante el cual se determina hasta qué punto se alcanzaron las metas propuestas, se considera las intenciones del proyecto, las metas y objetivo de comportamientos y los procedimientos que es necesario poner en práctica para realizarlos con éxito.

Se realizó una ficha de seguimiento y de impacto de cada actividad aplicada a los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa donde se escribieron las fortalezas, debilidades y aspectos a mejorar de la secuencia didáctica para la construcción de polígonos regulares con regla y compás

2.5 FASES

2.5.1 Revisión de marco referencia: Se hizo una construcción del marco referencial a partir de los diferentes autores que han aportado desde sus diferentes enfoques a desarrollar un pensamiento geométrico a los estudiantes a partir de las construcciones con regla y compás.

2.5.2 Diagnóstica: se identificaron las ideas previas y pre-conceptos frente a las construcciones geométricas que se encuentre en el cuestionario que se aplicaron a los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa, Para la construcción de polígonos regulares con regla y compás.

2.5.3 Diseño: se elaboró los instrumentos para recolectar la información y además las actividades didácticas según los resultados obtenidos en la fase diagnóstica que se aplicaron en los estudiantes de la Institución Educativa. Se contó con la supervisión de los docentes para validar y se realizaron cambios a la estrategia didáctica, para la construcción de polígonos regulares con regla y compás.

2.5.4 Ejecución: Se aplicó las actividades didácticas, haciendo observaciones permanentemente en el desempeño de los estudiantes, desde lo conceptual, procedimental y actitudinal. En las construcciones de polígonos regulares con regla y compás.

2.5.5 Análisis de resultados: se sistematizó los resultados obtenidos en la investigación, se analizó y elaboró el informe final con sus conclusiones y recomendaciones.

3. ANALISIS DE RESULTADOS

Teniendo en cuenta las fases de la metodología se desarrolló la investigación: Fase (1) Fase de revisión del marco referencial, (2) Fase diagnóstica, (3) Fase de diseño (4) ejecución, (5) Fase de análisis de resultados. Del proyecto *“Construcción de polígonos regulares con regla y compás para desarrollar el pensamiento geométrico en estudiantes de grado séptimo”* posteriormente se realizaron los ajustes para elaborar de manera correcta las actividades que se encuentran en los anexos del (2 a 5).

Para desarrollar la investigación, se estructuraron los contenidos temáticos partiendo de la malla curricular establecida por la Institución Educativa; con el fin de tener una secuencia ordenada y coherente en la construcción de polígonos regulares con regla y compás; para su realización el trabajo se soportó en los lineamientos curriculares propuestos por el MEN. Con el propósito de fortalecer en los estudiantes un desarrollo geométrico a través de construcciones, teniendo en cuenta los pensamientos geométricos y los registros de las construcciones con regla y compás.

De acuerdo con lo anterior, las fases que se plantearon para el desarrollo del proyecto de investigación se consideran así:

3.1 FASE DE REVISIÓN DEL MARCO REFERENCIAL.

Se realizó la revisión bibliográfica para identificar los aspectos teóricos relacionados con la investigación; para esto, se seleccionaron los principales referentes teóricos entre los cuales se mencionan los siguientes: lineamientos curriculares del MEN. (Construcciones geométricas y pensamiento geométrico); La historia y enseñanza de las matemáticas. Arboleda; Acercamiento del

razonamiento en geometría Hershkowitz; Geometría con aplicación y solución de problemas. Clemens/O'Dafefer/Cooney; ¿Por qué la geometría? Alcina C, Fortuny J.M, Pérez; Didáctica de la geometría Euclidiana Franco, Construcción con regla y compás, Pan C; Geometría Moderna Moise; La formación del método general para la solución de problemas con construcciones geométricas Volodarskaya I.A y Nnikitiul T.K; y por último la Geometría Moderna. Moise. Downs

3.2 FASE DIAGNOSTICA PRE TEST

El Pre-test fue aplicada a veinte estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa; en la propuesta del proyecto quedó establecido que se aplicaría la conducta de entrada a 30 estudiantes; pero, por razones de acceso y permanencia de los estudiantes, fue necesario modificar el número de la muestra quedando un total de veinte estudiantes; se escogieron los estudiantes que asistieron a la ejecución de todas las actividades de la secuencia didáctica realizada.

El Pre-test se aplica, para identificar las fortalezas y debilidades en los conceptos previos de polígonos regulares; la cual fue desarrollada por todos los estudiantes, pero para objeto de análisis se seleccionaron a veinte

Para el Pre-test se formularon dos actividades: en la primera, se buscó que el estudiante identificara la representación gráfica y simbólica de algunos conceptos como: punto, recta, plano, semirecta segmento y ángulo; en la segunda, se indagó sobre el dominio de los elementos básicos de un polígono (lado, vértice y ángulo interior) y su ubicación en la imagen que se muestra (Anexo 1).

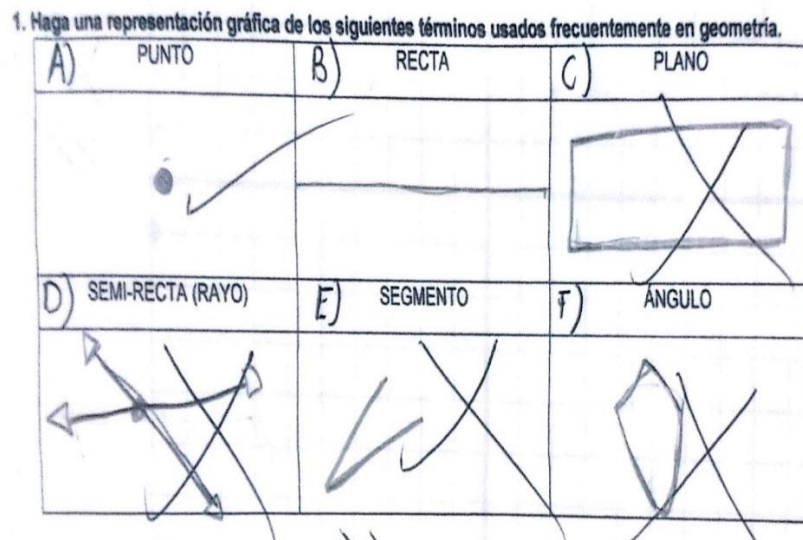
A continuación se muestra los resultados del Pre-test de los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa. En la tabla número 4, se muestra los niveles de desempeño que presento cada estudiantes al realizar la conducta de entrada, analizando y organizando la información de la siguiente manera:

Tabla 4. Nivel de desempeño prueba Pre-test (Actividad 1)

Pre-test	
NIVEL	ESTUDIANTES
BAJO	14
BASICO	5
ALTO	1
SUPERIOR	

A la primera actividad respondieron lo siguiente:

Figura 15. Respuesta de un estudiante al ítem de la primera parte del Pre-Test. (Desempeño bajo).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

En la primera parte de la conducta de entrada, 14 estudiantes se encuentran en el nivel de desempeño bajo, como se muestra en la Tabla 2. Presentan dificultades en varios aspectos; en realizar representaciones geométricas de los elementos básicos tales como punto, recta, plano, semirrecta, segmento y ángulo. En primer lugar porque confunden el concepto de recta con el concepto de segmento (ver figura B), igualmente el concepto de segmento con el de ángulo o simplemente

dibujan dos líneas con un punto en común y por último el concepto de ángulo, dibujando un cuadrilátero o uniendo cuatro líneas en una sección de espacio como se muestra en la figura F.

Otra de las dificultades se presentó en la simbolización de cada concepto básico, lo cual se puede identificar como se muestra en la Figura 1. Por ejemplo cuando representaron la semirrecta no realizaron ningún tipo de simbolizaron como; un rayo o segmento \overrightarrow{AB} , siendo un subconjunto de recta que contiene un punto A dado y todos los puntos que están en el mismo lado de A, como B. En la representación del segmento no simbolizan que un \overline{AB} es el conjuntos de los puntos A y B de todos los puntos que están entre A y B. sino; representaron dos líneas con un punto en común, identificando totalmente el error en no reconocer e identificar algunos concepto básicos de geometría con sus representación gráfica y simbolización.

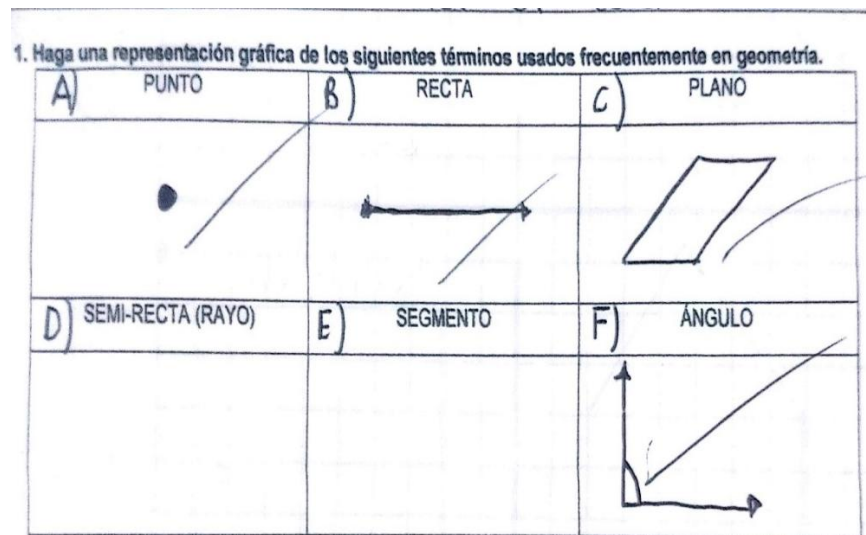
Finamente existen falencias de los estudiantes las cuales están dirigidas especialmente a la representación y simbolización de los conceptos geométricos no definido como el punto, recta y plano; dibujando la recta como una línea en cualquier posición en el espacio. En términos generales, se puede concluir que los conocimientos adquiridos por los estudiantes durante su proceso de aprendizaje en geometría son débiles y con bastantes vacíos.

“entre la gran cantidad de dificultades que se presentaron en los estudiantes en la comprensión de conceptos en un contexto geométrico, existen aquellas que son debidas a la comprensión del lenguaje matemático mismo, que implica el reconocimiento de términos específicos del área y la elaboración conceptual adecuada de los mismos, aquellas son debidas al uso distinto tipo de notación que de por sí, agregan un factor más, el uso de símbolos, que al no tratarse de un lenguaje natural provoca también dificultades²⁷” Según José Rey (2003).

²⁷ REY J. Las dificultades conceptuales generales por los propósitos geométricos; Instituto Superior Leonardo da Vinci. (2003).

Se observó que 14 de los 20 estudiantes que representaron erróneamente los elementos geométricos básicos, solo 5 estudiantes alcanzaron a representar un desempeño básico y solo 1 estudiante alcanzo un nivel desempeño alto en la primera actividad de la conducta de entrada.

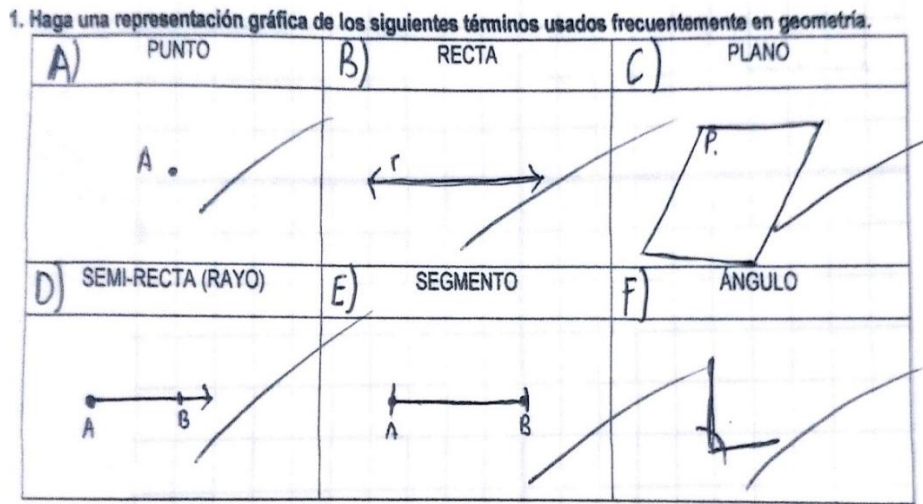
Figura 16. Respuesta de un estudiante al ítem de la primera parte del Pre-Test. (Desempeño básico).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

Se logró evidenciar que 5 estudiantes se encuentran en un desempeño básico, respecto a la actividad 1. Realizaron la representación gráfica correcta de algunos elementos básicos de la geometría, como fue; el punto, la recta, el plano y el ángulo. Pero presentan dificultades en la representación simbólica de dichos elementos, por ejemplo en la imagen A. Dibujan un punto en el espacio pero no lo simbolizan con una letra mayúscula; Aclarando que la representación de un punto no tiene dimensiones, sino es algo superficial que se dibuja en un espacio. Igualmente sucede con la recta, el plano y el ángulo. Dos de los elementos, como; la semirrecta y el segmento los estudiantes no reflejan conocimiento para dibujar a partir del conceptos estos elementos y establecer su respectiva simbolización.

Figura 17. Respuesta de un estudiante al ítem de la primera parte del Pre-Test. (Desempeño alto).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

En la figura 2. Se reflejó que un estudiante logró un desempeño alto en el Pre-Test, se logra observar que realizó correctamente la representación gráfica con su respectiva simbolización de los conceptos geométricos no definidos como es el punto, recta y plano establecidos en la conducta. Dibujó un punto cualquiera en el espacio y lo simbolizó con una letra mayúscula del abecedario, igualmente dibuja la recta como una sucesión de puntos y la simbolizó con una letra minúscula; la única dificultad que se observa en el estudiante es que no maneja ninguna herramienta para representar los conceptos básicos de la geometría, como es este caso sería el manejo de la regla o escuadra.

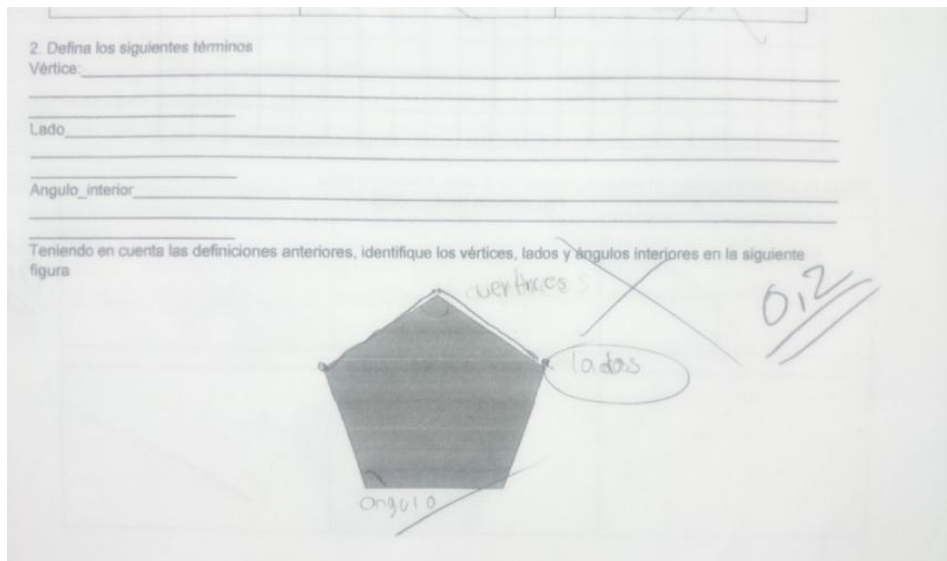
La segunda parte del Pre-Test se enfocó en la definición y ubicación de los elementos básicos que conforman un polígono (pentágono), que se muestra en la pregunta número 2. Los estudiantes deben definir con sus propias palabras y ubicar de manera correcta los elementos básicos de un polígono (pentágono), a partir de sus preconceptos adquiridos durante sus procesos de aprendizaje en los años anteriores en geometría.

Tabla 5. Nivel de desempeño del Pre-Test. (Actividad 2)

Pre-Test	
NIVEL	ESTUDIANTES
BAJO	10
BASICO	6
ALTO	4
SUPERIOR	0

A continuación se muestra los resultados de la segunda actividad del Pre-Test de los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa. En la tabla número 3, se muestra los niveles de desempeño que presento cada estudiantes al desarrollarla, analizando y organizando la información de la siguiente manera:

Figura 18. Respuesta de un estudiante al ítem de la segunda parte del Pre-Test. (Desempeño bajo).

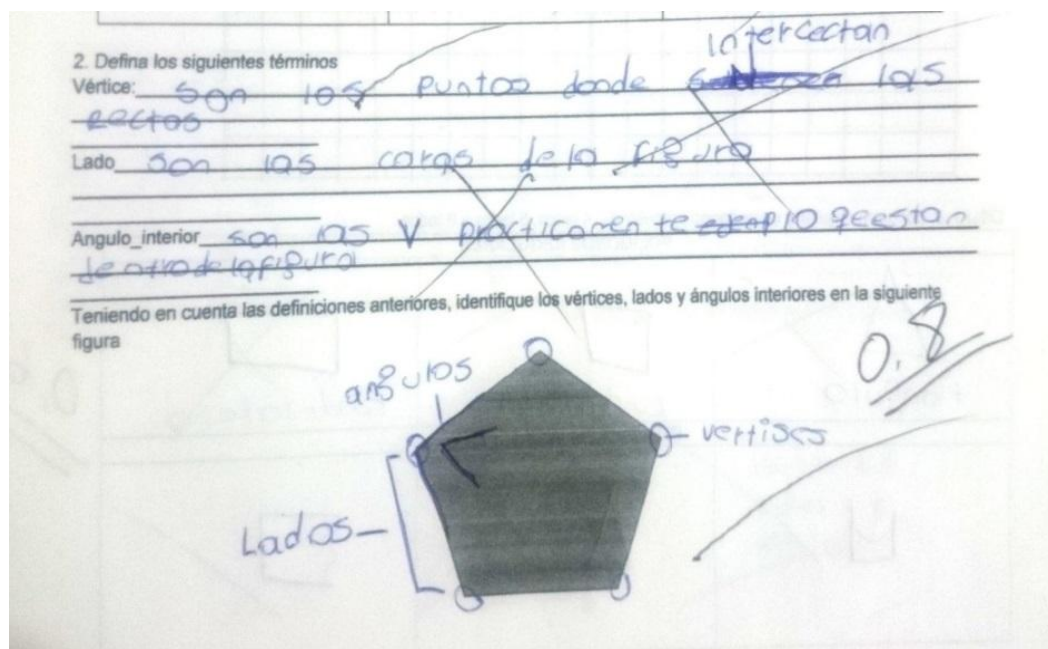


Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

Analizando las respuestas se evidencio que 10 estudiantes en la segunda pregunta se les dificulto en definir los elementos básicos de un polígono regular, porque no comprendieron el concepto de vértice, lado y ángulo interior, teniendo vacíos en la conceptualización para logra definirlos correctamente; otra de las

dificultades en los estudiantes es no reconocer los elementos nombrados anteriormente ubicándolos erróneamente en el polígono como muestra en la figura 19. Por ejemplo: ubicando el lado en el vértice y el vértice en el lado del pentágono. Las definiciones tendrían que hacer referencia a lo siguiente; el vértice son los puntos en los que se unen los lados del polígono, el lado son cada uno de los segmentos que limitan el polígono y el ángulo es una porción comprendida entre dos lados y un vértice común del polígono.

Figura 19. Respuesta de un estudiante al ítem de la segunda parte del Pre-Test. (Desempeño básico).

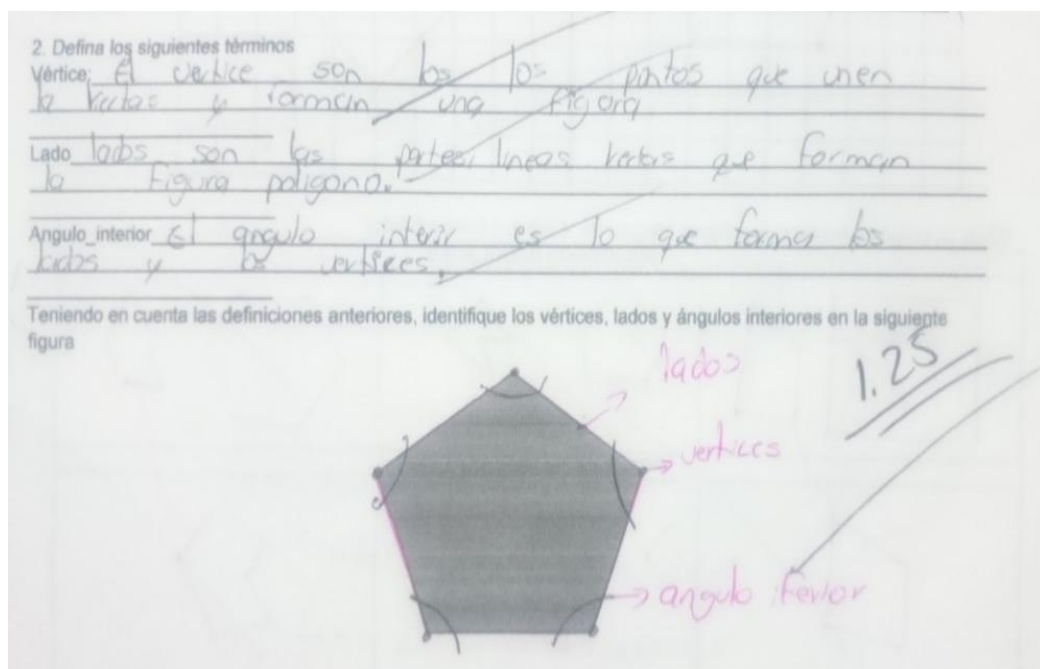


Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

En la segunda parte del Pre-test 6 estudiantes se encontraron en un desempeño básico, según como lo muestra la Figura 20. Se evidencio que los estudiantes a partir de sus conocimientos previos definieron los elementos básicos de un polígono regular, pero erróneamente, definiéndolas de la siguiente manera; el vértice son como lados que conforman el polígono; definieron el lado como la estructura para crear un polígono y el ángulo interior son las figuras en forma en V,

prácticamente las que están dentro de la figura. Otra de las dificultades que se observo es la mala ortografía que los estudiantes tienen al momento de escribir las definiciones como vértices, lo escriben con (s). Como aparece en la imagen del pentágono cuando ubican los elementos; también olvidando los signos de puntuación (comas y tildes). A la par no tuvieron dificultades de identificar y ubicarlos correctamente los elementos básicos como; el vértice, lado y ángulo interior en la imagen como se muestra en la Figura 20. Del pentágono.

Figura 20. Respuesta de un estudiante al ítem de la segunda parte del Pre-Test. (Desempeño alto).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

Se pudo evidenciar que 5 de los estudiantes que realizaron el Pre-Test, intentaron definir los conceptos de vértice, lado y ángulo interior de una manera simple, pero con varias inconsistencias y errores de ortografía; como se muestra en la Figura 21, escriben las siguientes definiciones; los vértices son los puntos que unen los lados y forman la figura, los lados son las parte. Líneas o rectas que forman la figura y el ángulo interior, es lo que forman los lados y los vértices. Teniendo en

cuenta sus conocimientos previos adquiridos durante su proceso de aprendizaje. Las definiciones que realizaron los estudiantes tienen similitud a las definiciones verdaderas como: el vértice como los puntos que unen dos rectas y forman la figura, los lados son las líneas posteriores que forman la figura del polígono y el ángulo interior es lo que forman los lados y los vértices. La segunda pregunta de la actividad, los estudiantes tuvieron la capacidad de ubicar correctamente de los tres elementos nombrados anteriormente en un polígono regular de cinco lados, pero no fueron más allá de lo que se les estaba preguntando; como por ejemplo, cuantos lados, vértices y ángulos interiores tiene el polígono y si los lados y ángulos tienen la misma medida.

En términos generales los estudiantes no presentan dominio de los conceptos básicos de la geometría como pre-requisito para construir polígonos con regla y compas, observando que entre compañeros se preguntaba, que es un vértice, lado y ángulo interior y que en donde iban ubicados en la figura, sin embargo se notó el esfuerzo por lograr aceptar la prueba, motivados por una nota representativa en la asignatura.

3.3 FASE DE DISEÑO (ACTIVIDADES)

La situación que se presentó fue la construcción de polígonos regulares con regla y el compás, partiendo de unos conceptos básicos de geometría como punto, recta, plano, semirrecta, segmento y ángulo.

Atendiendo a los lineamientos curriculares que expone a la necesidad del fomento de procesos tales como: razonamiento, comunicación, construcción y resolución de problemas, para desarrollar un pensamiento geométrico a los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa. Se plantearon actividades enfocadas a las construcciones con regla y compás de polígonos regulares, tomadas y acopladas de libros y trabajos relacionados a la investigación planteada como:

“Geometría con aplicaciones y solución de problemas” Clemens/O’Daffer, “Estudio de la congruencia de figuras planas”. I. Bermúdez, “construcciones geométricas con regla y compás” N. Ayala.

Se diseñaron cuatro actividades con el fin de ir superando obstáculos o dificultades en los conceptos geométricos, en la representación simbólica, la identificación y construcción de polígonos regulares. Partiendo de la primera actividad que consistió en la socialización de algunos conceptos geométricos con su respectiva simbolización y representación; además las construcciones como: construir un segmento y un ángulo congruente, bisecar un segmento y un ángulo; en la segunda actividad se plantearon tres construcciones como: un ángulo recto, recta perpendicular y paralela a un punto dado, como base para construir un triángulo equilátero y el cuadrado como los primeros polígonos regulares y a partir de las construcciones conocer algunas características elementales como el vértice, ángulo, lados y diagonales.

En la actividad tres, se planteó la construcción de los polígonos regulares de 5, 6 y 8 lados, siguiendo unas instrucciones específicas dadas y teniendo en cuenta otras indicaciones por parte del docente y la actividad cuatro consistió en la construcción de polígonos regulares o estrellas regulares como aplicación; a partir de una circunferencia, dado el radio y aplicando las instrucciones adecuadas; por último se trazó con la regla segmentos no consecutivos en los polígonos ya nombrados anteriormente.

A continuación se relacionan las actividades didácticas que se diseñaron soportadas en construcciones geométricas que faciliten la comprensión de conceptos, la representación simbólica y las construcciones con regla compás de los polígonos regulares más utilizados, desarrollando un pensamiento geométrico en los estudiantes de grado séptimo; cada una de las estrategias está con sus respectivo objetivo, conceptos involucrados y metodología a desarrollar.

3.4 FASE DE EJECUCIÓN

Se realizó la validación de cada una de las actividades a los estudiantes de grado séptimo. En esta fase, se validaron cuatro actividades de las cuales presentaron el siguiente impacto (Tabla 3).

Tabla 6. Impacto de validación de actividades.

Objetivo de la actividad	Aspectos positivos	Aspectos negativos	Observaciones (que se debe mejorar)
Construir con regla y compás algunos elementos básicos geométricos	La mayoría de los estudiantes presentaron la actividad completa y con entusiasmo.	Hubo dificultades para trazar las circunferencias y rectas, porque la mayoría de los estudiantes no sabían utilizar la regla y el compás Los estudiantes tuvieron dificultades en la representación simbólica de algunos elementos básicos de la geometría como: punto, recta, semirrecta y segmento.	Generar una actividad para conocer las herramientas básicas de la geometría y el uso para realizar las construcciones. Dar a conocer por medio de una socialización con los estudiantes, las representaciones simbólicas más utilizadas en geometría
Identificar los elementos de los polígonos regulares de tres y cuatro lados, por medio de las construcciones con regla y compás	Los estudiantes tuvieron manejo adecuado de las herramientas para construir polígonos regulares con regla y compás. Representaron simbólicamente los puntos que generaban en la intersección de dos circunferencias para ir construyendo los polígonos de tres y cuatro lados.	Algunos estudiantes no siguieron las instrucciones que se establecieron en la actividad para realizar las construcciones con regla y compás. Hubo confusión al diferenciar las características entre un polígono regular e irregular. Teniendo en cuenta la cantidad de lados, vértices y ángulos.	Motivar más al estudiante para que no decaiga cuando se encuentre con alguna dificultad, para realizar las construcciones de polígonos regulares con regla y compás.

<p>Identificar las características y los elementos de los polígonos regulares de 5, 6, 8, y 12 a partir de las construcciones con regla y compás.</p>	<p>A los estudiantes se les facilitó usar adecuadamente la regla y el compás para realizar las construcciones de los polígonos regulares.</p> <p>La mayoría de los estudiantes representaron simbólicamente los puntos, rectas, segmentos, que se generaban en las construcciones de polígonos regulares.</p> <p>Los estudiantes identificaron las características y sus elementos de los polígonos regulares por medio de las construcciones geométricas con regla y compás.</p>	<p>Algunos estudiantes se les dificultó construir con regla y compás el polígono de 5 lados, debido a la complejidad de dividir la circunferencia en cinco partes iguales y a la falta de interpretación de las instrucciones que se indicaron para la construcción.</p>	<p>Realizar de manera más simple las instrucciones para las construcciones con regla y compás de polígonos regulares de 5 lados.</p>
<p>Construir con regla y compás estrellas regulares a partir de una circunferencia, teniendo en cuenta todos los conocimientos adquiridos durante las actividades realizadas anteriormente.</p>	<p>Los estudiantes construyeron con gran facilidad los polígonos regulares de 5, 6, 8, 12 lados trazando cuerdas consecutivas o no consecutivas para crear las estrellas.</p> <p>Todos los estudiantes representaron simbólicamente los puntos que se formaban al intersectarse las circunferencias o arcos que se trazaban con el compás con sus respectivas letras mayúsculas</p>	<p>Algunos estudiantes tuvieron dificultades en la construcción de las estrellas, al trazar las cuerdas no consecutivas.</p>	<p>Se debe buscar más estrategias de enseñanza más didácticas para fortalecer en los estudiantes un pensamiento geométrico.</p>

Fuente de estudio, Villavicencio, Agosto 2015

Clasificación por niveles de desempeño

Tabla 7. Sistema de evaluación de valores asignados por la Institución Educativa.

NIVLES DE DESEMPEÑO	
BAJO	1.0 a 3.4
BASICO	3.5 a 4.0
ALTO	4.1 a 4.5
SUPERIOR	4.6 a 5.0

A continuación se describen los resultados de validación de las diferentes actividades desarrolladas por los estudiantes de grado séptimo. Teniendo como referencia la tabla 6. Sistema de evaluación de valores asignados por la Institución Educativa.

3.5 FASE DE RESULTADOS

Se realizara un análisis descriptivo de cada una de las actividades, según los niveles de desempeño de la Institución Educativa. Sacando los aspectos positivos y negativos de los estudiantes que participaron en las construcciones de polígonos regulares con regla y compás.

3.5.1. Actividad n° 1

El propósito se esta actividad, fue socializar con los estudiantes las definiciones con su respectiva figura, nombre y símbolo de los elementos básicos de la geometría como punto, recta, plano, segmento y semirrecta. A través del dibujo como medio de representación gráfica; “el dibujo es la base de muchas actividades artísticas, industriales y científicas; es también un excelente auxiliar pedagógico para desarrollar en los estudiantes la capacidad de observación y

agilidad anímica y manual²⁸ Neofons (1999) Al finalizar la socialización los estudiantes se dirigieron a desarrollar la actividad n°1 planteada.

Se observó en la actividad la forma de como los estudiantes manejan la regla y el compás en las construcciones básicas que se plantearon y por medio de ellas, interpretaran el concepto con su respectiva representación simbólica. A partir de conocimientos previos; para cada construcción, el estudiante tuvo un tiempo estimado de 2 horas, apoyado por el docente. En cuanto a la actividad aplicada, se puede decir que lo planteado en esta; se cumplió en su totalidad según lo programado y en el orden estipulado, tratando siempre que lo preparado se trabajara a cabalidad en el transcurso del desarrollo de las construcciones. Los estudiantes estuvieron atentos a las indicaciones realizadas por el docente cumpliendo con la secuencia establecida y concentrados en el desarrollo de cada una de las construcciones de la actividad.

Tabla 8. Nivel de desempeño actividad n° 1.

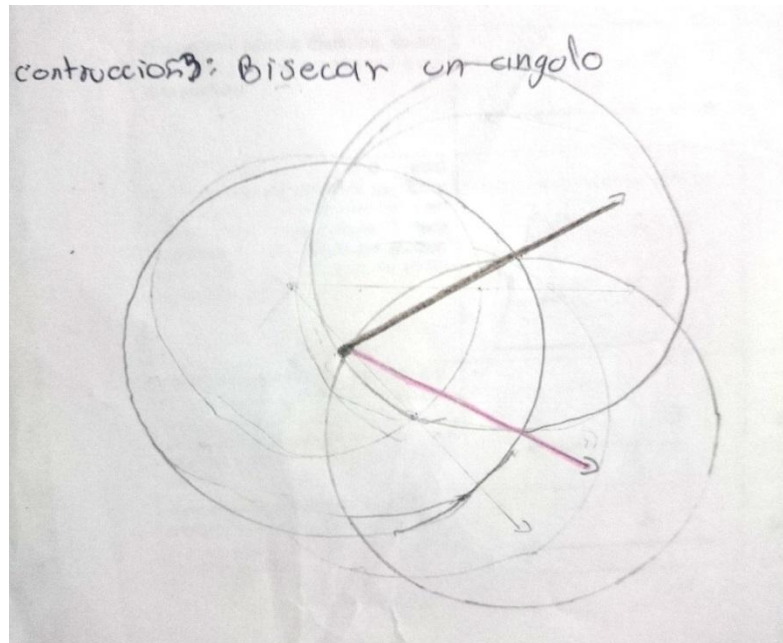
Actividad n°1	
NIVEL	ESTUDIANTES
BAJO	10
BASICO	9
ALTO	1
SUPERIOR	0

En el desarrollo de esta actividad, se encontraron dificultades que tienen los estudiantes al momento de utilizar la regla y el compás para las construcciones de un segmento congruente, un ángulo congruente, bisecar un segmento y bisecar un ángulo. Como se muestra en la Figura 20; se les dificultó trazar arcos, circunferencias y determinar los puntos generados en las intersecciones de cada una de ellas “nos referimos a que el manejo de la regla y el compás, más allá de

²⁸ Diccionario enciclopédico Neofons (1999).

ser algo práctico, también ayuda a mejorar las capacidades cognitivas y estéticas. Su correcto manejo requiere conocer y comprender parte de la geometría²⁹. Además no lograron entender el concepto de congruencia a partir de las construcciones realizadas, así como definir y simbolizarlas de manera correcta.

Figura 21. Construcción de un estudiante a la Actividad n°1 (desempeños bajo).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

Observando la construcción que muestra la figura 20. “A partir de varios trazos precisos se pretende combinar la mayor cantidad de conceptos geométricos y únicamente se permite utilizar dos sencillos instrumentos; que implica tratamientos mentales necesarios para el crecimiento cognitivo³⁰” Los estudiantes trazaron las circunferencias de una forma poco estética, porque no tenían conocimiento previos en el manejo de la regla y el compás, el cual obstaculizando en varias ocasiones el procesos para seguir desarrollando la actividad, además la actividad se realizó de manera rápida y sin interés por parte de los estudiantes, por

²⁹ ANAYA Nahuel. Construcciones geométricas con regla y compás (2008)

³⁰ ANAYA Nahuel. Construcciones geométricas con regla y compás (2008)

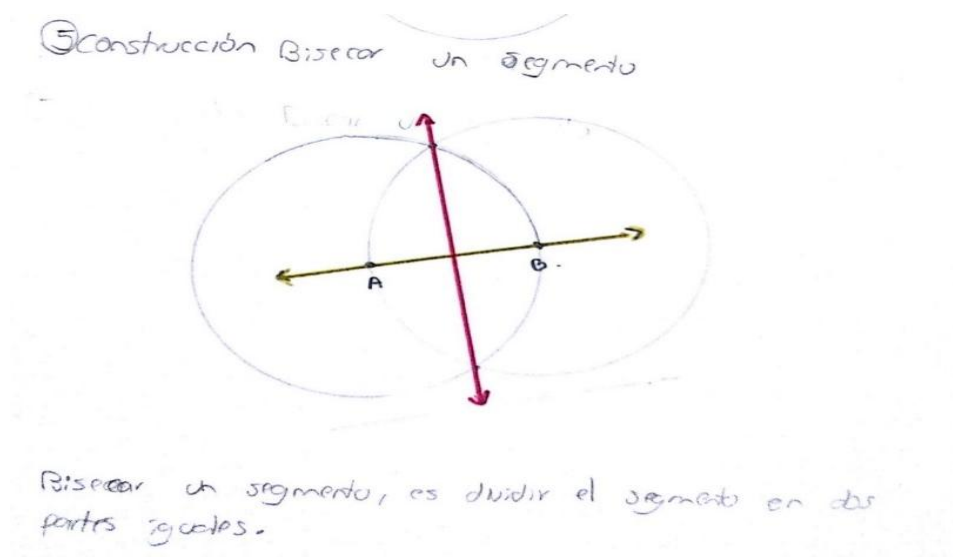
aprender de manera diferente la geometría Euclidiana; otra de las dificultades fue el momento de seguir las instrucciones de manera ordenada, solo leían; pero no seguían la secuencia de cada paso para construir figuras geométricas planteadas.

Otras de las dificultades que influyo en desarrollar las construcciones de manera ordenada y estéricamente bien, fue que; los estudiantes no le dieron importancia a las instrucciones del docente en el momento de aclarar las dudas o debilidades que surgieron durante la actividad.

Por último se evidencio que los estudiantes generaban las circunferencias de una manera poco estética; su representación simbólica en la construcción para bisecar un segmento congruente es nula, trazando circunferencias que se intersectaron de pero no de una forma simétrica; entonces, se convirtió en un obstáculo al momento de trazar la recta que debían pasar por dichos puntos para bisecar el segmento dado.

Se evidenció en la primera actividad que 10 de los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa, se encuentran en un desempeño bajo, debido a las diferentes dificultades en el momento de realizar las construcciones con regla y compás. En el acompañamiento con los estudiantes para ir desarrollando la actividad se observó que; la primera dificultad es en el manejo de las herramientas básicas para realizar las construcciones; algunos de los estudiantes no habían utilizado un regla y un compás en geometría durante sus procesos de aprendizaje, adquiriendo conocimientos de manera tradicional. En el desarrollo de la actividad se obstaculizó en diferentes ocasiones, porque era necesario explicar cómo tenían que manejar el compás, dónde debían ubicarlo para realizar las circunferencias o arcos y así construir los segmentos, ángulos, bisecar un segmento o un ángulo.

Figura 22. Construcción de un estudiante a la Actividad n°1 (desempeños básico).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

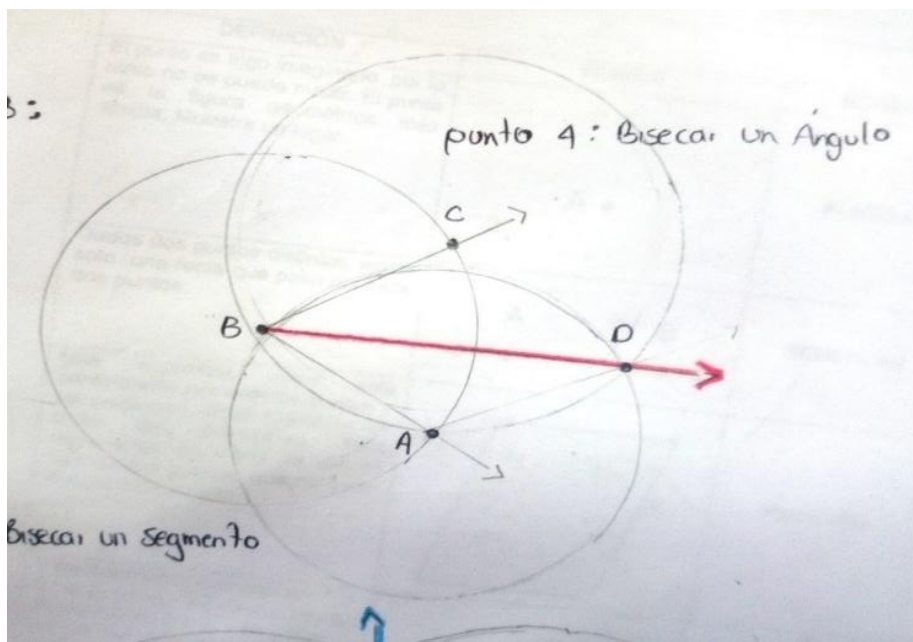
Se evidencio que 9 estudiantes de grado séptimo se encuentran en desempeño básico según el desarrollo de las construcciones geométricas con regla y compás, se puede observar que tenían mejor manejo con las herramientas para construir. Al realizar las circunferencias o arcos según las instrucciones que se les daba; lo hicieron de forma ordenada. Teniendo en cuenta lo anterior, una de las dificultades que tuvieron aún los estudiantes fue en la simbolización de los puntos dados y generados a partir de las intersecciones que se realizaron con los arcos y circunferencias como se muestra en la figura 22.

Estas dificultades se presentaron con frecuencia en la construcción de bisecar un ángulo; ya que, por motivos de no seguir las instrucciones adecuadamente y por falta de interés con la actividad y la distracción de algunos estudiantes, no simbolizaban los puntos que generaban y al no hacerlo, no entendieron de que punto a qué punto se debía trazar el segmento que bisecaba el ángulo en dos partes iguales. En las demás construcciones los estudiantes no tuvieron dificultades; se evidencia que tuvieron mejor manejo del compás al momento de

realizar las circunferencias o arcos, identificando los puntos generados y simbolizando de manera correcta, con su respectiva letra mayúscula. Por último los estudiantes unieron los puntos, realizando trazos o líneas con la regla para finalizar las construcciones que se propuso en la actividad

Los estudiantes al terminar cada construcción, llegaban a sus propias conclusiones según las instrucciones que se les daban en la actividad y así mismo escribían la definición de cada concepto teniendo dificultad en la organización de sus ideas; de igual manera con sus propias palabras definieron de la siguiente manera; un ángulo congruente “es cuando tiene la misma medida y forma; bisecar un segmento es “dividir el segmento en dos partes iguales” como se muestra en la figura 22.

Figura 23. Construcción de un estudiante a la Actividad n°1 (desempeños alto).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

En la actividad n°1 se logró evidenciar que solo un estudiantes de grado séptimo realizo las construcciones de manera correcta, teniendo conocimiento en el

manejo de la regla y el compás para construir segmentos congruentes, ángulos congruentes, bisecar ángulos y bisecar segmentos, siguiendo las instrucciones de manera ordenada como se indicaba en la actividad. En la construcción se observó que el estudiante simboliza de manera adecuada con letras mayúsculas los puntos de las intersecciones al trazar circunferencias que realizaron con el compás de manera correcta, lo cual permitió que al unir los puntos se formaban segmentos y ángulos congruentes perfectos.

De igual manera se evidencia en la demás construcciones que el estudiante tiene conocimiento en el manejo de la regla y el compás, en conocimientos previos de geometría con su respectiva representación gráfica y el interés por escuchar las orientaciones del docente y desarrollarlas de manera adecuada con el fin de fortalecer sus conocimientos adquiridos durante sus procesos de aprendizaje.

3.5.2 Análisis general (actividad n°1)

La actividad en aspectos generales se desarrolló en su totalidad; se evidencio que la mayoría de los estudiantes tuvieron dificultades en el manejo de los instrumentos para realizar las construcciones geométricas; otra perspectiva diferente:

“el papel que cumple los trabajos con regla y compás en la historia de la matemática. Fue su utilización con el fin de resolver ciertos problemas la que motivo toda una serie de adelantos y nuevas formas de pensar para el mundo científico. Sirvieron, de cimiento para el pensamiento griego y una buena parte de la matemática que apareció después³¹”.

Los estudiantes no asimilaron la actividad como una nueva forma de aprender geometría, sino la vieron como una actividad rutinaria de la clase, el cual se puede ver reflejado en los resultados tabla 7.

³¹ ANAYA Nahuel. Construcciones geométricas con regla y compás (2008)

3.6 ACTIVIDAD N° 2

El propósito de esta actividad, fue socializar con los estudiantes las construcciones que se van a realizar, como; ángulo recto, rectas perpendiculares, rectas paralelas, triángulo equilátero conociendo un lado y un cuadrado conociendo un lado. Al finalizar la socialización los estudiantes se dirigieron a desarrollar la actividad n°2 planteada.

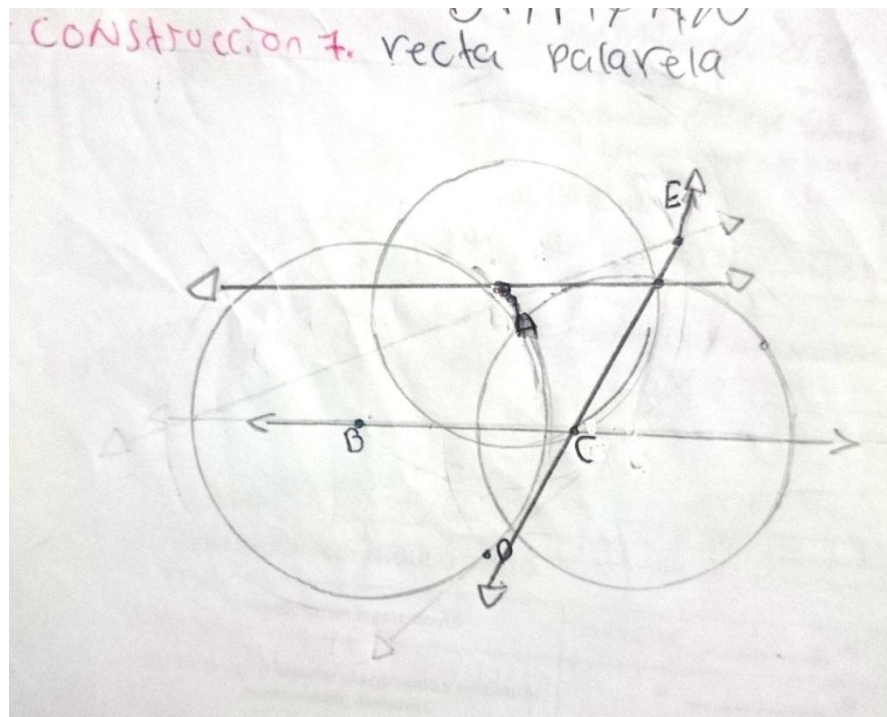
Tabla 9. Nivel de desempeño actividad n° 2

Actividad n°2	
NIVEL	ESTUDIANTES
BAJO	5
BASICO	6
ALTO	9
SUPERIOR	0

Teniendo en cuenta los niveles de desempeño de la institución educativa, se logró evidenciar que a comparación con la actividad n°1, se obtuvieron mejores resultados en las construcciones geométricas y de polígonos regulares con regla y compás.

En la segunda actividad se evidencio que 5 estudiantes siguen con dificultades en el manejo de la regla y el compás para trazar circunferencias; de centro y radio dados, es decir que nos da la posibilidad de representar puntos que está a una distancia constante de cierto punto dado, agregando a falta de la representación simbólica de cada uno de los puntos que se generan en la intersección de las circunferencias o de los arcos para trazar una recta que pase por dichos puntos; como se muestran en la figura 24. En la construcción recta paralela; partiendo de la recta r y de un punto A exterior a ella.

Figura 24. Construcción de un estudiante a la Actividad n°2 (desempeños bajo).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

En la figura 23. Se observó que los estudiantes no interpretaron de manera adecuada las instrucciones para realizar la construcción: cuando ubicaron el compás en centro B, trazaron una circunferencia de radio AB y trazaron otra circunferencia de radio AC. El punto de intersección de las dos circunferencias no lo representó con sus respectivas letras mayúsculas lo cual no sabían desde que punto debían trazar la recta que pasa por el punto C.

“cuando tomamos una regla, estamos frente a un objeto que tiene la forma graduada, así que lo que podemos hacer con ella, al deslizar el lápiz por sus bordes, sería dibujar representaciones de rectas y también representaciones de pares de rectas paralelas a la distancia del ancho de la regla, y además, podemos usarla para medir longitudes³²”

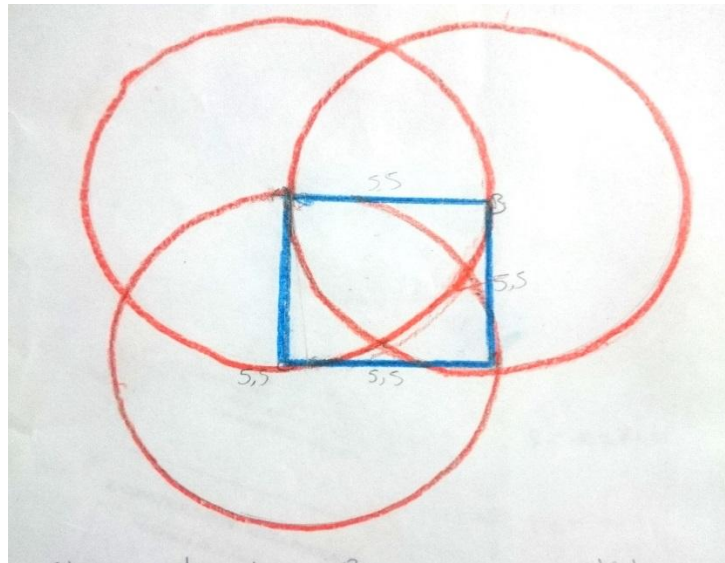
³² Luisa Rodríguez. Construcciones, ¿solamente con regla y compás? Consejo de formación en educación- sociedad de educación matemática uruguay (2011)

Al momento de utilizar la regla para trazar la recta que pasa por los puntos llamados D y C como se mostró en las indicaciones de la actividad, genero otro punto en la circunferencia de radio AC, logrando evidenciar que al trazar la recta paralela con la recta dada, no cumplía con la definición que “dos rectas paralelas no se cortan en el espacio por más que se prolonguen.

Algunos estudiantes presentaron dificultades en el manejo de la regla y el compás para realizar las construcciones de la segunda actividad, se evidencio confusiones en la representación simbólica de los puntos y las rectas que se generaron y sus definiciones. Se socializo con los estudiantes la importancia del manejo de los instrumentos; “no hay duda que el compás nos da la posibilidad de representar circunferencias, de centros y radios dados, es decir nos la posibilidad de representar puntos que están a una distancia constante de cierto punto dado³³” Al orientarlos sobre el tema, permitiendo que cada estudiante asimilara y desarrollara la actividad; para cada actividad el estudiante tuvo un tiempo estimado de dos horas, apoyados por el docente, en el desarrollo de cada construcción.

³³ Luisa Rodríguez. Construcciones, ¿solamente con regla y compás? Consejo de formación en educación- sociedad de educación matemática uruguay (2011)

Figura 25. Construcción de un estudiante a la Actividad n°2 (desempeños bajo).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

En los polígonos regulares de tres y cuatro lados como se muestra la figura 25, que hace referencia a un triángulo equilátero y al cuadrado por su definición de polígono “es la superficie plana encerrada dentro de un contorno formando por segmentos rectos unidos de sus extremos y cada uno de sus segmentos se denominan lado³⁴” Los estudiantes tuvieron dificultades en: primero, seguir las instrucciones como la construcción lo indicaba; segundo, la representación simbólica de los puntos; tercero, en la unión de los puntos para trazar los segmentos para representar los lados del polígono; cuarto, en la identificación de los elementos como: vértice lado y ángulo interior y quinto; en la definición del concepto de polígono regular y sus elementos a partir de las construcciones realizadas en la actividad.

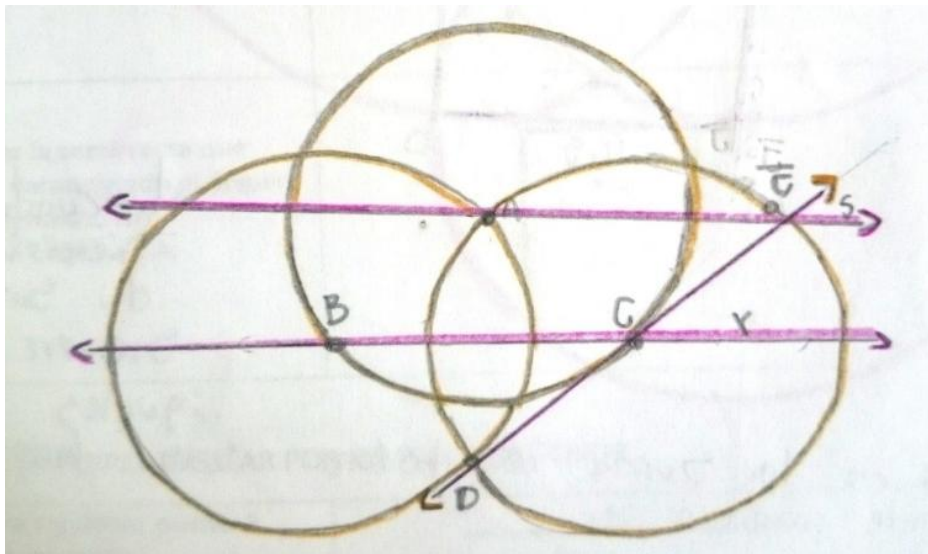
Se observó la forma como los estudiantes manejan la regla y el compás con mayor facilidad que en la actividad n°1, en las construcciones que se plantearon, se obtuvieron buenos resultados en la simbolización de los puntos que se

³⁴ CLEMENS/O'DAFEFER/COONEY. Geometría con aplicación y solución de problemas. Addison Wesley Longman. (1989). Pag. 32

generaron al trazar las circunferencias y sus intersecciones entre ellas. Otro de las características que se evidencio fue la construcción de rectas a partir de los puntos que se generaban al trazar las circunferencias con el compás. A partir de conocimientos previos; para cada construcción.

Se encontraron dificultades que tienen los estudiantes en temas como: no comprenden las definiciones de ángulo recto, recta perpendicular y recta paralela, a partir de las construcciones realizadas en la actividad, no tienen conocimiento del concepto de polígono regular y no define e identifica los elementos como el vértice, lado y Angulo interior y por último se les realizaron unas preguntas respecto a la construcción del polígono regular de 4 lados (cuadrado) como: ¿Cómo se calcula el perímetro? ¿Cómo se calcula el área? ¿Cuántas diagonales se pueden trazar? ¿Cómo definiría el cuadrado? Para aclarar estas preguntas se dio la explicación sobre la definición y sus ecuaciones para encontrar el perímetro y área.

Figura 26. . Construcción de un estudiante a la Actividad n°2 (desempeños básicos).

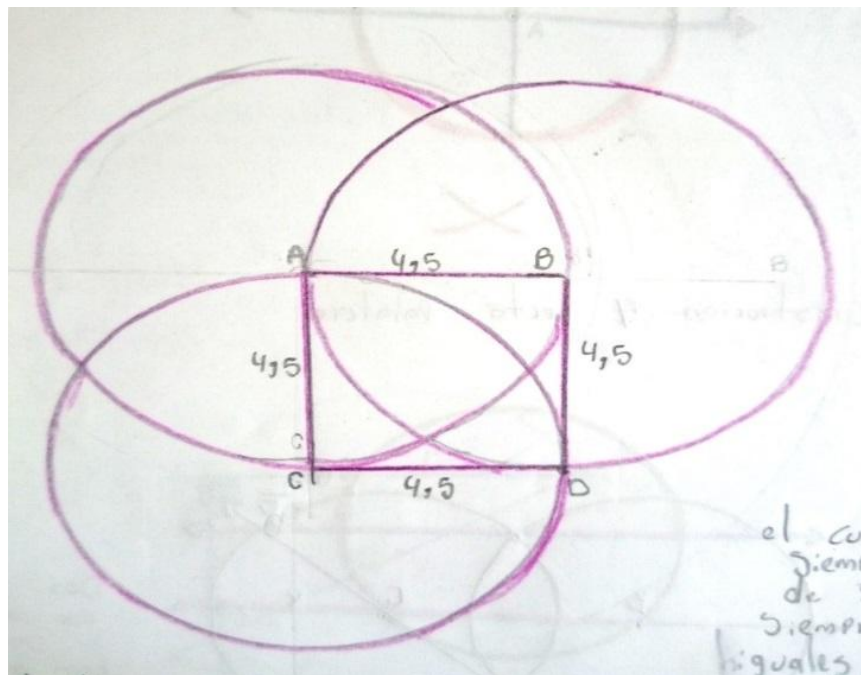


Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

Se evidencio en la segunda actividad que 6 estudiantes presentaron más dificultades en la figura 25, al momento de trazar las dos circunferencias de manera que se intersectara simétricamente según el segmento dado, encontrando el puntos llamado D con el propósito de trazar una recta desde el punto D prolongándola para que intersectara a la circunferencia de radio AC, así mismo encontrado un nuevo punto llamado E, pero al trazar la recta no intersecto la circunferencia en el punto exacto para que fuera paralela a la recta dada,

Se observo en los estudiantes que apropiaron algunos conocimientos adquiridos en actividad 1, como; representar simbólicamente los puntos con letras mayuscular, trazar circunferencia esteticamente mejor a las anteriores, seguir paso a paso las instrucciones indicadas y por ultimo escuchar y comprender las observaciones por parte del docente en busca de ir mejorando las construcciones con regla y compás.

Figura 27. Construcción de un estudiante a la Actividad n°2 (desempeños básicos).

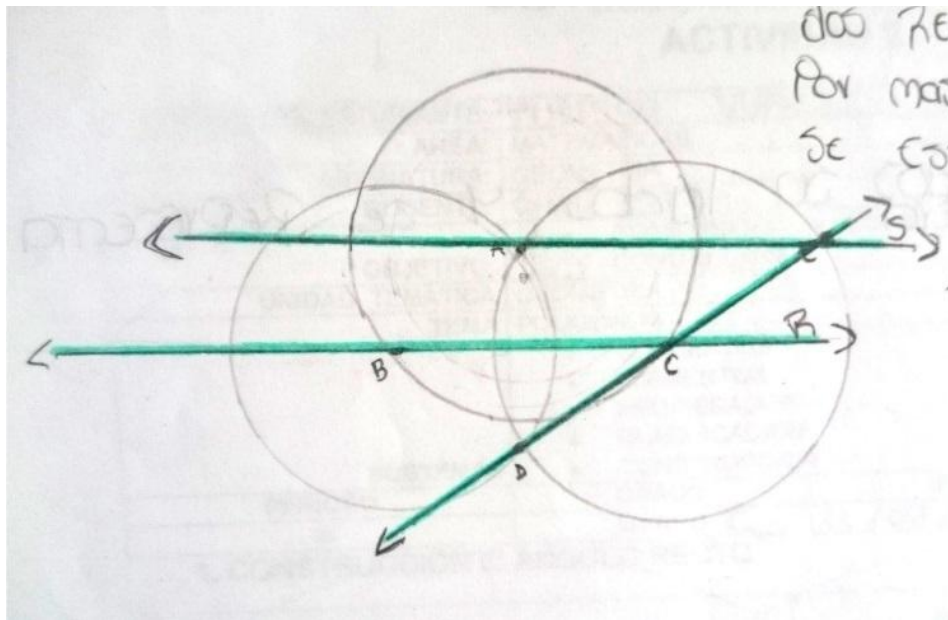


Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

Los estudiantes no tuvieron tantas dificultades para seguir las instrucciones en las construcciones de una recta perpendicular y de polígonos regulares de 3 y 4 lados, se evidenció que los estudiantes les faltan en algunas ocasiones representar simbólicamente algunos puntos, segmentos y rectas para realizar las construcciones que queden estéticamente bien. Y por último identificaron a partir de sus conocimientos previos y con la orientación del docente para fortalecer conceptos geométricos, identificaron a partir de sus propias construcciones los elementos de los polígonos regulares como: lado, vértice y ángulo interior; pero no definieron con sus propias palabras.

Después de las construcciones se trabajó con los estudiantes algunas características particulares de los polígonos de tres y cuatro lados, realizando tipos de preguntas como ¿Qué tipo de triángulo hace parte el polígono de tres lados?, ellos a partir de sus construcciones, tomaron la regla y midieron cada uno de sus lados y sacaron su propia conclusión “todos sus lados son iguales, por tanto hace referencia a un triángulo equilátero”. Igualmente se hizo el mismo procedimiento con el polígono de cuatro lados, el cual determinaron a partir de las medidas de sus lados que la construcción hace referencia a una figura geométrica básica. Permitiendo concluir que tienen conocimientos claros.

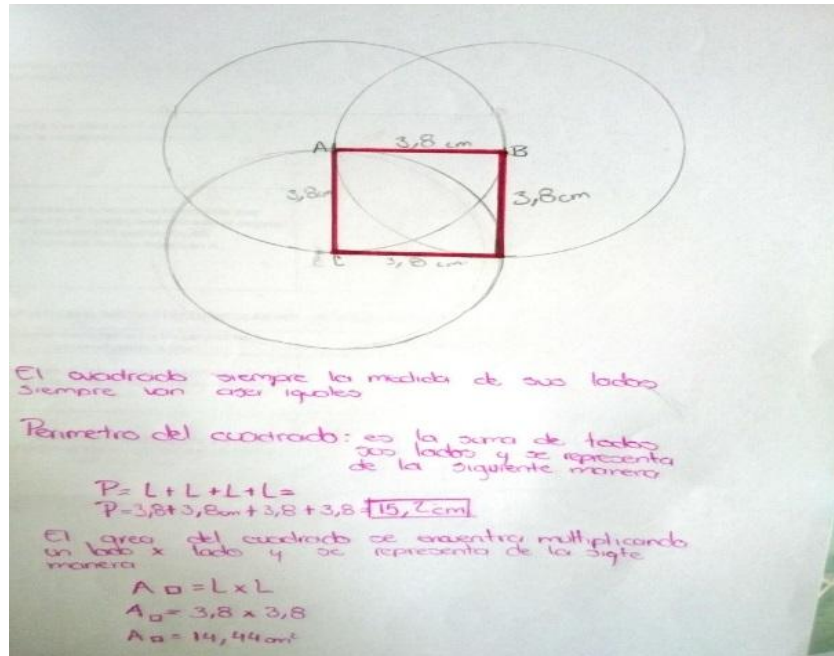
Figura 28. Construcción de un estudiante a la Actividad n°2 (desempeños alto).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

En la construcción de dos rectas paralelas nueve estudiantes se encuentran en desempeño alto, debido a sus conocimientos, interés y participación de la actividad, en la figura 28, se puede evidenciar que trazaron circunferencias exactas, simbolizaron los puntos que se generaban con su respectiva letra mayúscula, unen los puntos para representar las rectas de manera correcta y definen el concepto de rectas paralelas a partir de su propia construcción con regla y compás. Los estudiantes demostraron que es importante seguir las orientaciones por parte del docente al momento de leer y comprender las instrucciones de la actividad para obtener buenos resultados.

Figura 29. Construcción de un estudiante a la Actividad n°2 (desempeños alto).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

En cuanto a la segunda actividad aplicada, el desarrollo fue muy similar, al igual que la actitud y la receptividad de los estudiantes, los objetivos de las actividades se cumplieron según lo planeado, procurando que los estudiantes tuvieran claro las instrucciones, además se mantuvo el orden programado en la estrategia, situación que sirvió para demostrarles a los estudiantes que eran los docentes quienes orientaban la actividad, pero que eran ellos quienes la desarrollaban. En la clase fue exitosa, ya que se pudieron socializar con mucho criterio y conocimiento cada una de las construcciones y además se cumplió con los parámetros establecidos, donde se pudo evidenciar con los resultados obtenidos y con los aportes y comentarios hecho por los estudiantes como se muestran las construcciones que hacen referencia a un desempeño alto.

3.6.1 Análisis general (actividad n°2)

Para esta oportunidad los estudiantes en su gran mayoría mostraron interés; preguntaban más acerca de los temas. Algunos realizaron diferentes preguntas como por ejemplo: ¿si la única manera para obtener polígonos regulares es a partir de la construcción con regla y compás o si hay otra forma de construirlos? ¿Qué otros polígonos se iban a construir en las siguientes actividades? Aunque solo manifestaron sus inquietudes, los demás compañeros entendieron que; así, como en la primera actividad, en esta segunda era importante comenzar con las construcciones básicas, y a que concepto de polígono regular estábamos apuntando.

3.7. ACTIVIDAD N° 3

En esta actividad se dio inicio a la clase con su respectiva explicación, de lo que es un polígono regular y sus elementos, los conceptos de vértice, lado, ángulos interiores a partir de las construcciones del pentágono, hexágono, octágono y dodecágono, permitiendo dar a los estudiantes una mejor claridad de los conceptos generando en ellos un pensamiento geométrico.

Tabla 10. Nivel de desempeño actividad n°3.

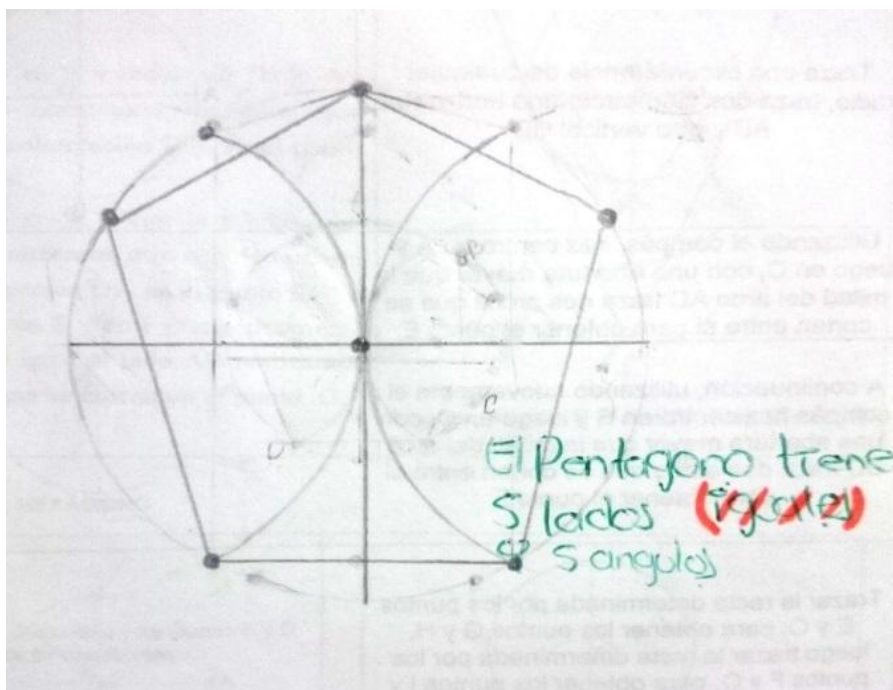
Actividad n°3	
NIVEL	ESTUDIANTES
BAJO	0
BASICO	4
ALTO	9
SUPERIOR	7

En la actividad n°3, se logra evidenciar que los estudiantes mejoraron en el manejo de la regla y el compás, en la simbolización de punto, recta y segmento; en realizar las construcciones de manera ordenada y estéticamente bien. El cual

se fleja resultados satisfactorios en el desarrollo de la secuencia didáctica, se puede evidenciar que 4 estudiantes se encuentran en desempeño básico, 9 estudiantes en alto, 7 estudiantes en superior y ningún estudiante en bajo; como: lo muestra la tabla 10.

En la actividad se plantearon tres construcciones con sus respectivas instrucciones para realizarlas con regla y compás y un reto tu mente, que se propuso para que los estudiantes a partir de sus conocimientos adquiridos fueran capaz de construir un dodecágono, polígono regular de 12 lados.

Figura 30. Construcción de un estudiante a la Actividad n°3 (desempeños alto).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

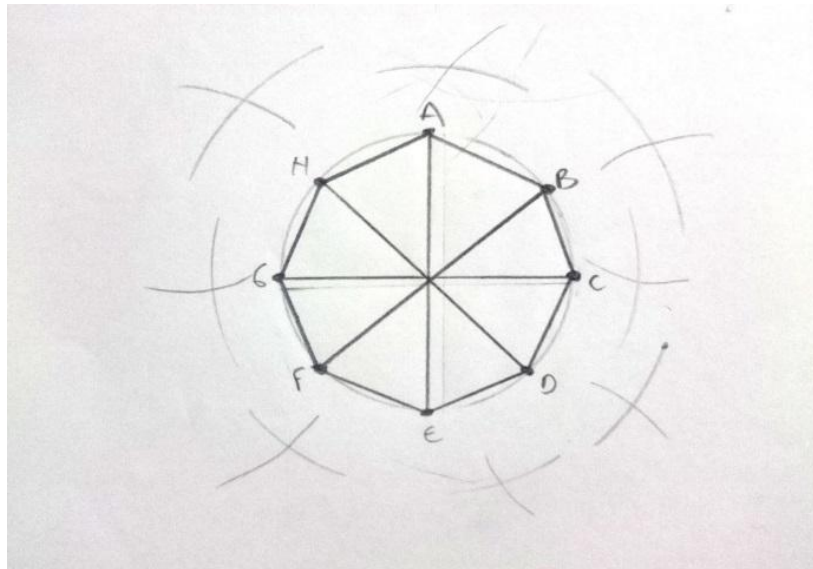
Para el desarrollo de esta actividad se presentaron dificultades en la construcción del pentágono en la instrucción 4 de la actividad 3. Que dice, "trazar una mediatriz del segmento dado, con centro en B y radio AB (lado del pentágono) realizamos un arco que corta a la prolongación DB, en el punto E". para aclarar

estas preguntas se da la explicación sobre los conceptos de mediatriz, prolongación y trazar arcos a partir de un centro y radio lo cual lleva aún mejor manejo de las herramientas para construir polígonos regulares y a la interpretación de las instrucciones con sus respectivos conceptos geométricos.

Algunos estudiantes lograron construir dos polígonos de los cuatro que tocaba realizar en la actividad, construyeron de manera correcta el hexágono y el octágono a comparación de pentágono donde tuvieron mayor dificultad en seguir las instrucciones debido a la falta de conocimiento de algunos conceptos como: mediatriz y prolongación de un segmento; como se muestra en la construcción de la figura 29, que al unir los puntos de los segmentos del polígono y al medir con la regla no tenían la misma longitud, el cual no cumplía con una de las propiedades del polígono regular “que todos los lado deber ser iguales”. Al parecer la forma como se planteó las instrucciones no fueron muy claras para los estudiantes.

En la actividad los estudiantes representaron simbólicamente los puntos o en este caso los vértices de los polígonos que construían con regla y compás con su respectiva letra mayúscula, se evidencio que realizaron de una manera más estética las circunferencias y arcos el cual se puede ver reflejado en la construcción 14 de la actividad 3, el octágono de manera perfecta, con la misma longitud de todos sus segmentos del polígono regular, pero les falto identificar sus elementos básicos como lados y ángulos interiores y definirlos a partir de sus propios conocimientos adquiridos durante las dos actividades ya realizadas.

Figura 31. Construcción de un estudiante a la Actividad n°3 (desempeños alto).



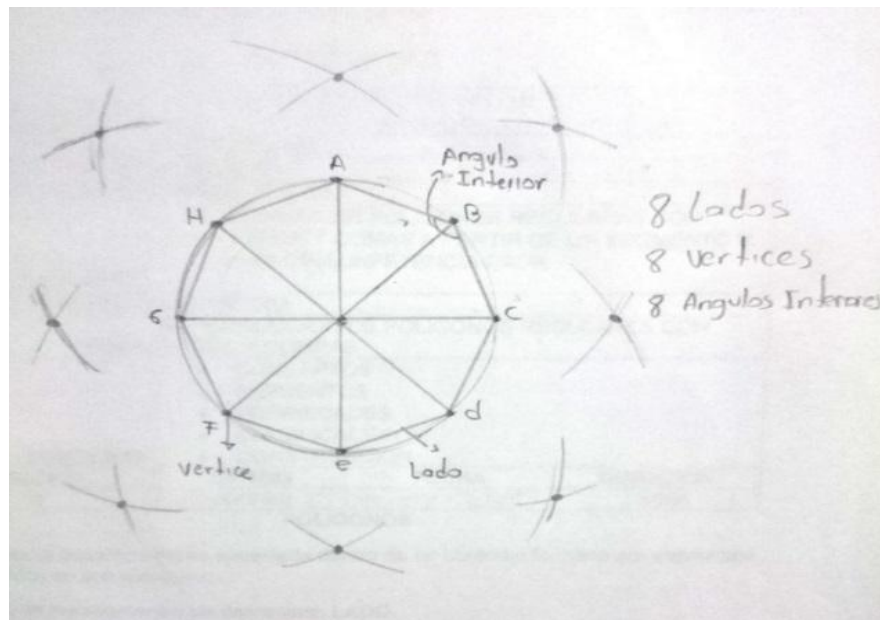
Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

La tercera actividad fue muy satisfactoria para los estudiantes, se evidencio que aprendieron a construir de manera correcta y estéticamente como se muestra en las construcciones de la figura 30, realizaron arcos, circunferencias y segmentos de una forma perfecta, con su representación simbólica de todos los puntos, además construyeron el polígono regular de 12 lados (dodecágono), a partir de sus propios conocimientos, teniendo en cuenta que los segmentos debían tener la misma longitud, de igual manera se realizó acompañamiento y explicación al grupo por parte del docente para complementar.

Cabe aclarar que los estudiantes también tuvieron dificultades en la construcción el polígono regular de 5 lados por la falta de conocimientos de algunos conceptos en geometría ya nombrados anterior mente, obstaculizando el procesos siguiente para realizar la construcción de manera correcta, estas observaciones se tendrán en cuenta para la siguiente actividad en pro del mejoramiento de las construcciones de polígonos regulares con regla y compás, con el fin que los estudiantes logren realizar sus construcciones, comprendan a partir de ellas la

esencia del concepto de los polígonos regulares sus característica y elementos que lo conforman.

Figura 32. Construcción de un estudiante a la Actividad n°3 (desempeños superior).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

Se evidencio que 7 estudiantes del grado séptimo no tuvieron ninguna dificultad en los siguientes aspectos: primero, en la construcción del pentágono, hexágono, octágono y dodecágono utilizando la regla y el compás, siguieron las instrucciones y entendieron cada uno de los pasos para realizar dichas construcciones de una forma estética y correcta; segundo, identificaron sin ninguna dificultad los elementos básicos de los polígonos regulares como: vértice, lado y ángulo interior con su respectiva definición como se muestra en la figura 31; tercero, comprendieron a partir de sus propias construcciones el concepto de un polígono regular, su clasificación según el número de lados y su diferencia entre un polígono regular e irregular.

3.7.1 Análisis general (actividad n°3)

Esta actividad se demostró que la mayoría de los estudiantes presentaron pocas dificultades en la construcción de polígonos regulares, en la representación simbólica de los puntos con su respectiva letra mayúscula e identificación de los elementos como: vértice, lado y Angulo interior y su definición. No obstante aunque algunos hicieron procedimientos de manera mecánica pero comprendieron la esencia del concepto de polígono regular y sus características. Se observó que los estudiantes le dieron importancia a los conceptos que se socializaron en clase, motivados a construir los polígonos con regla y compás con el fin de realizar la actividad de manera satisfactoria.

3.8 ACTIVIDAD N°4

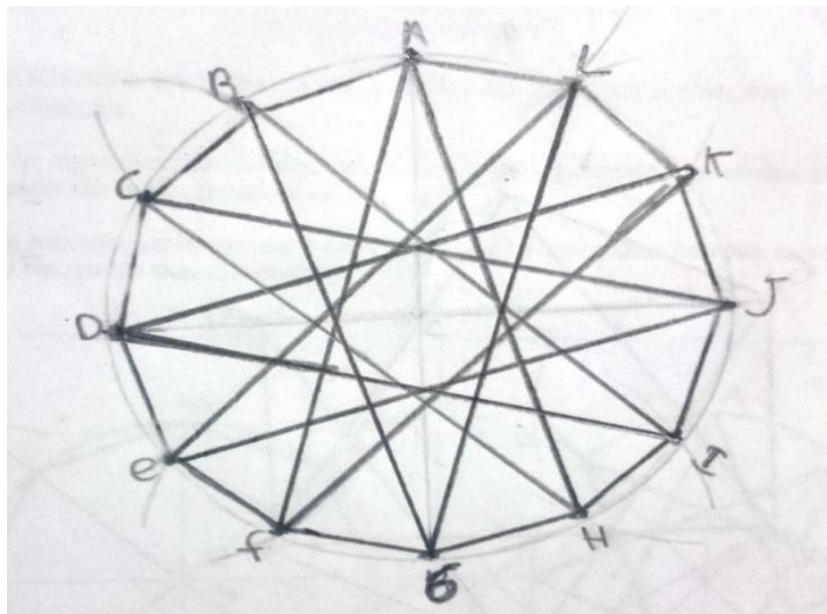
Esta actividad consistió dibujar estrellas a partir de las construcciones de polígonos regulares de 5, 8 y 12 lados con regla y compás, uniendo dos puntos no consecutivos, mediante las instrucciones que se les indicaba y con el acompañamiento del docente. Con el fin de socializar otros conceptos de geometría como: congruencia, semejanza y simetría. A parte de los ya trabajados en las actividades anteriores, con el propósito de desarrollar un pensamiento geométrico.

Tabla 11. Nivel de desempeño actividad n° 4.

Actividad n°4	
NIVEL	ESTUDIANTES
BAJO	0
BASICO	0
ALTO	11
SUPERIOR	9

Los resultados que obtuvieron los estudiantes al desarrollar la actividad fueron los siguientes:

Figura 33. Construcción de un estudiante a la Actividad n°4 (desempeños alto).



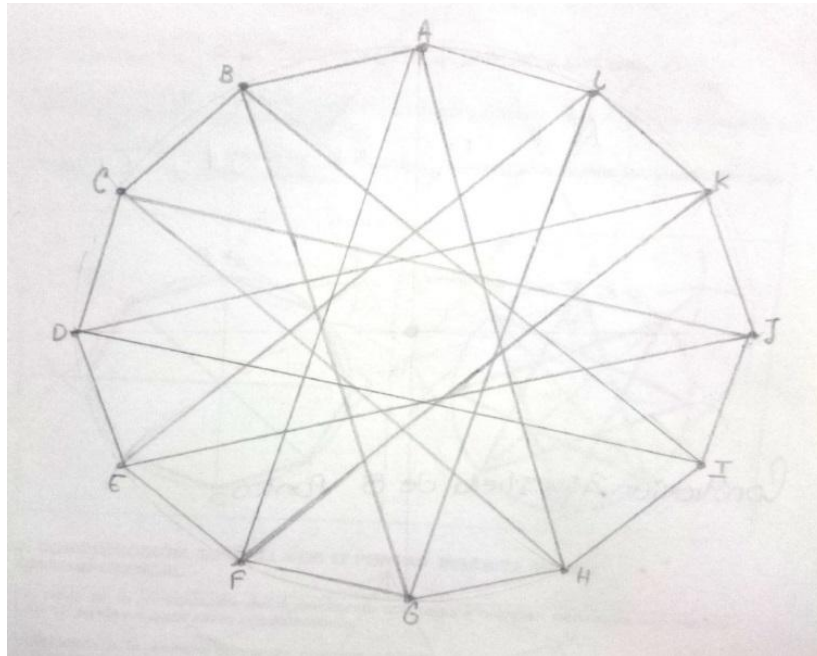
Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

De los 20 estudiantes de grado séptimo que realizaron la actividad, 11 estudiantes estuvieron satisfactoriamente en el nivel de desempeño alto tabla 10, teniendo unas dificultades mínimas para dibujar las estrellas a partir de las construcciones con polígonos regulares con regla y compás uniendo puntos no consecutivos tales como: no se acorvaban de algunos pasos para construir, debido a que solo en la actividad estaba la representación gráfica de los polígonos regulares y sus respectiva estrella que se forma según el número de lados, el cual no lograron realizar las construcciones de una manera estéticamente bien y correcta.

Al terminar las construcciones de las estrellas regulares, se realizó una socialización de los conceptos de congruencia, semejanza y simetría, que podemos encontrar en cada una de las construcciones realizadas y que a partir de

ellas entendieran la esencia de su definición y sus aplicaciones en el entorno que los rodea.

Figura 34. Construcción de un estudiante a la Actividad n°4 (desempeños alto).



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

Los otros 9 estudiantes que realizaron la cuarta actividad presentaron un desempeño superior, debido a que ellos comprendieron y construyeron a partir de unas instrucciones estrellas uniéndose puntos no consecutivos de un polígono de 5, 8 y 12 con regla y compás, además se socializó con los estudiantes todos los conceptos trabajados durante todas las actividades y los que surgieron en la última con las estrellas regulares como: congruencia, semejanza y simetría. Se evidenció que las estrategias que se implementaron para la construcción de polígonos regulares fue satisfactoria en el proceso de aprendizaje de los estudiantes de grado séptimo para desarrollar un pensamiento geométrico.

3.8.1 Análisis general (actividad n°4)

La mayoría de los estudiantes demostraron que realizaron las actividades con interés por aprender a construir estrellas a partir de polígonos regulares según el número de lados con regla y compás, se observó que las dificultades que tuvieron en las actividades anteriores se fueron superando, con esfuerzo, compromiso y esmero adquirir nuevos conocimientos a través de estrategias diferentes a las que han utilizado durante su proceso de aprendizaje en la institución educativa.

En términos generales, estas actividades muestran que los estudiantes tiene un dominio razonable al efectuar las construcciones de polígonos regulares utilizando la regla y el compás. También lograron dar un significado mínimo a las representaciones simbólicas de algunos elementos geométricos más utilizados en la enseñanza, y un gran porcentaje tiene idea correcta de ellos, a los resultados hallados.³⁵

3.9 ANÁLISIS DEL POST-TEST

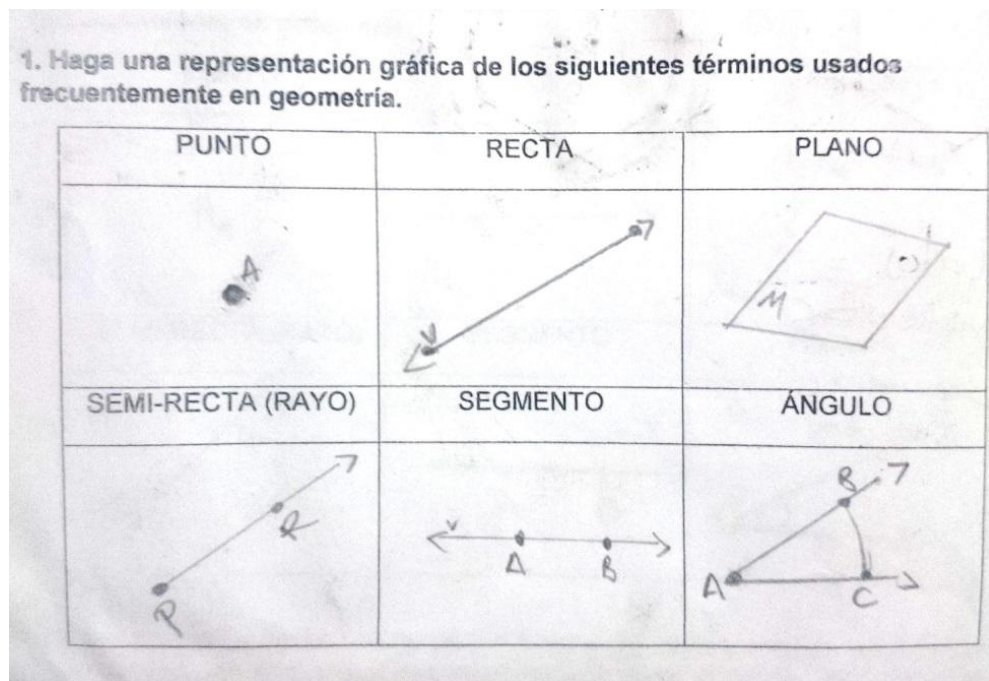
Para finalizar la investigación, se desarrolla un Pos-Test con el fin de comprar los conocimientos adquiridos durante el desarrollo actividades de construcciones geométricas con regla y compás implementadas a los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa con los resultados obtenidos del Pos-Test aplicada al inicio de la investigación.

En el Post-Test, estaba diseñada con dos actividades basadas en la representación gráfica y simbólica de algunos elementos básicos de la geometría y en la construcción de un polígono regular con regla y compás de 6 lados o 8 lados con sus respectivas instrucciones, además tenían que identificar sus

³⁵ Dolores, C. Un estudio cerca de las concepciones de los estudiantes sobre el comportamiento variacional de funciones elementales (1998).

elementos y definirlos según sus conocimientos adquiridos durante su proceso de aprendizaje.

Figura 35. Respuesta de los estudiantes en la primera parte del Post-Test.

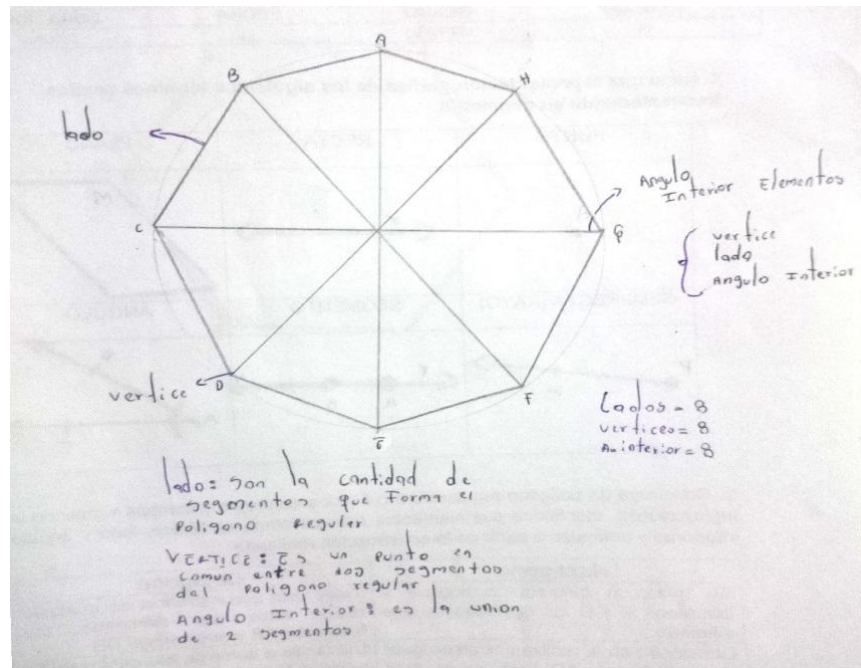


Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

Se evidencio en el Post-Test que los estudiantes a partir de sus conocimientos representaron gráficamente y con su simbolización correcta como se muestra en la figura 30. También se logró que dibujaran de manera ordenada y estéticamente todos los elementos geométricos planteados. Al finalizar la primera parte de la actividad se socializo con ellos las definiciones de: punto, recta, plano, semirrecta, segmento y ángulo; con el fin de fortalecer los conocimientos y desarrollar en los estudiantes de grado séptimo un pensamiento geométrico.

Esto demuestra que las actividades diseñadas durante la investigación, tuvieron un éxito en su totalidad; ya que, los estudiantes aprendieron a construir con regla y compás algunos elementos fundamentales de la geometría hasta terminar en los polígonos regulares.

Figura 36. Respuesta de los estudiantes en la segunda parte del Post-Test.



Fuente: El estudio, Villavicencio. Agosto 2015.

En la segunda parte de la actividad consistió en construir un polígono regular de 6 lados o 8 lados, teniendo en cuenta las instrucciones que aparecen en la actividad; luego, ubicar los elementos del polígono como: lado, vértice y ángulo interior; por último definirlos con sus propias palabras y sus conocimientos adquiridos durante el desarrollo de todas las actividades de la secuencia didáctica implementada en la investigación, para desarrollar un pensamiento geométrico en los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa.

Los resultados del Post-Test, reflejaron resultados satisfactorios acorde a los esperados en la investigación, se evidencio que todas las actividades desarrolladas sirvieron como cimiento para que los estudiantes construyeran su propio conocimiento por medio de las construcciones con regla y compás; representaron gráfica y simbólicamente los elementos geométricos como punto,

recta, segmento, semirrecta y ángulo; construyeron polígonos regulares y estrellas regulares como aplicación; identificaron, comprendieron y definieron los elementos del polígono como: vértice, lado y ángulo interior.

4. CONCLUSIONES

Se evidencia que la implementación de instrumentos como la regla y el compás en la enseñanza de la geometría, no solo aumenta en los estudiantes el interés, sino que los motiva a profundizar en el área

Se logró que las construcciones de polígonos regulares con regla y compás incidiera en los estudiantes de grado séptimo una formación en el pensamiento geométrico; como medio para apropiarse de nuevos conocimientos en el área.

Los estudiantes presentan dificultades en la representación simbólica de los elementos geométricos, en la identificación de los elementos de un polígono y en la conceptualización, porque son formas distintas de presentar un conocimiento; son actividades nuevas y desconocidas para ellos, además porque no saben cómo articular conocimientos que ya saben con los nuevos.

Se evidencia que los estudiantes se motivan para desarrollar las actividades, son de agrado porque parten a través de la construcción con regla y compás, permitiendo construir su propio conocimiento por medio de actividades diferentes a las de una enseñanza tradicional, lo cual permite mejor asimilación de los diferentes conceptos de la geometría.

Es importante elaborar actividades flexibles, para aplicarlas dentro del aula de clase, en donde el estudiante se apropie, construya y participe activamente en la elaboración de su propio conocimiento.

Se favorece el análisis e interpretación de las diferentes representaciones geométricas, en este caso polígono regular; lo cual se evidencia por medio de las construcciones con regla y compás, que involucre conceptos, características y elementos; el cual permite un mejor desarrollo y entendimiento.

Al validar cada una de las actividades que contienen construcciones con regla y compás, se descubre que las principales deficiencias que poseen los estudiantes son; el seguimiento de instrucciones, el manejo de los instrumentos para construir y dificultades en los conceptos previos en las definiciones y representaciones de elementos básicos de la geometría como: punto, recta, plano, segmento y ángulo; pero una vez realizadas las aclaraciones pertinentes, se logró que los estudiantes se apropien con más facilidad de los conceptos geométricos.

5. RECOMENDACIONES

Es necesario a la hora de aplicar cualquier construcción con regla y compás, una socialización de la actividad, para fortalecer conocimientos previos.

Diseñar actividades para identificar y solucionar las dificultades encontradas en los conceptos previos.

Es necesario modificar las formas de enseñanza tradicional e incorporar estrategias didácticas diferentes, en busca de desarrollar un pensamiento geométrico a través de las construcciones con regla y compás.

Se recomienda a los profesores del programa de licenciatura en matemáticas y física, incorporar en el currículo de didáctica de la matemática el uso de las construcciones geométricas con regla y compás para la enseñanza y aprendizaje de polígonos regulares, así como para la aplicación, evaluación y el análisis de la unidad didáctica.

Crear ambientes de aprendizaje donde los estudiantes tengan la oportunidad de observar, explorar y construir su propio conocimiento y conocer las diferentes representaciones de los conceptos estudiados (gráfica, numérica y analítica).

Se recomienda a las Instituciones Educativas, realizar propuestas didácticas como las realizadas en este trabajo que permite solucionar problemas identificados en el aula de clase y, abrir espacios a los docentes para realizar investigaciones que lleven a solucionar otros problemas de aprendizaje que tienen los jóvenes en cuanto a la asignatura.

BIBLIOGRAFIA

ALBARRÁN Ramón, Geometría plana en la escuela básica. Venezuela Universidad del Zulia (2006).

ALCINA C, FORTUNY J.M, PEREZ R ¿Por qué la geometría? Madrid España. Editorial Síntesis (1997).

ANAYA Nahuel. Construcciones geométricas con regla y compás (2008)

ANDER-EGG, E. Repensando la investigación-acción participativa. Comentarios, críticas y sugerencias, Dirección de Bienestar Social, Gobierno Vasco, Vitoria-Gasteiz (1990).

ARBOLEDA, Luis Carlos. La historia y enseñanza de las matemáticas. (1984).

BRAGA, G apuntes para la enseñanza de la geometría. El modelo de enseñanza-aprendizaje de Van Hiele, "en revista signos, Teorías y Practicas de la Educación (1991).

CERPRE-UNI Profesores, Geometría plana, Edición 2004.

CONSTITUCIÓN POLÍTICA DE COLOMBIA DE 1991. LEY 115 de febrero 8 de 1994, por la cual se expide la ley general de educación. EL CONGRESO DE LA REPUBLICA DE COLOMBIA.

CORBERÁN, R.M.; GUTIÉRREZ, A.; HUERTA, M.; JAIME, A.; MARGARIT, J.B. PEÑAS, A. y RUIZ, E. Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la Geometría en Enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Modelo Van Hiele. MEC (1994).

CLEMENS/O'DAFEFER/COONEY. Geometría con aplicación y solución de problemas. Addison Wesley Longman. (1989)

DIAZ Consuelo y GUERRA Francisco. Ámbito científico-tecnológico, educación secundaria para adultos.

DÍAZ Barriga Arceo, FRIDA y HERNÁNDEZ Gerardo (1998). "Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos" en estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. México, McGraw-Hill pp.69-112.

DECRETO 1290 DE 2009. Sistema institucional de evaluación mercedario (SIEM).

DUVAL. Raymond. La geometría desde un punto de vista cognitivo (2001)

ELLIOT John la investigación-acción en educación. Madrid. Ediciones Morata (1994).

FRANCO, Flor Alba. Didáctica de la geometría Euclidiana. Editorial Magisterio. Bogotá (2006).

GLASERFELD V. y VIGOTSKY. Introducción al constructivismo radical y la teoría sociocultural. (2001).

GUZMÁN, G., A. ALONSO, Y. POULIQUEN y E. Las metodologías participativas de investigación: el aporte al desarrollo local endógeno, Instituto de Sociología y Estudios Campesinos, ETSIAM, Córdoba. Sevilla (1994).

JAIME, A. y GUTIÉRREZ, Á. El grupo de las isometrías del plano. Síntesis. Madrid. Signatura S 51 EDU (1996).

KEMMIS, S y MCTAGGART, R. The Action Research Planner, Victoria, 3° ed, Australia, Deakin University (1998).

KIRCHNER Alicia, la investigación acción participativa (IAP), foro Latinoamérica y desarrollo social.

LONDOÑO N y BEDOYA H. Serie Matemática Progresiva 3. Editorial Norma S.A. (1984).

MARTINEZ Luis Alejandro. La observación y el diario de campo en la definición de un tema de investigación (2007).

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, Proyecto de fortalecimiento a la educación técnica y tecnológica. Documento para la elaboración de la evaluación de impacto.

MOISE Edwin, DOWNS Floyd, Geometría Moderna, Fondo educativo interamericana Edición 1970.

PAN C. Antonio. Construcción con regla y compás, universidad de Cádiz.

PÉREZ S. Keyla Enseñanza de la geometría para un aprendizaje significativo a través de actividades lúdicas. Universidad de los Andes (2009).

RAMÍREZ Ricardo. Construcción de polígonos regulares. Universidad Nacional de Colombia. Faculta de Ciencias (2011).

RESTREPO Bernardo, Una variante pedagógica de la investigación-acción educativa, Medellín universidad de Antioquia (2000).

ROCA Roni, geometría moderna, Ediciones CPUNALM edición 1996.

VOLODARSKAYA I.A y NNIKITIUL T.K. La formación del método general para la solución de problemas con construcciones geométricas, universidad autónoma de San Luis Potosí.

ANEXOS

Anexo A. Pre Test



Colegio Alafás del Norte S. A. S.
 "FORMACIÓN Y APRENDIZAJE, COMPROMISO DE VIDA PARA EL SIGLO XXI"
 CONCESION: *Institución Educativa Rodolfo Linás*



RESOLUCION APROBACIÓN DE ESTUDIOS N° 0343 Marzo 22 de 2011 – SEM
 CÓDIGO DANE: 150001007574

NOMBRE DEL ESTUDIANTE:			
AREA:	MATEMÁTICAS		
ASIGNATURA:	GEOMETRÍA		
DOCENTE:	CAMILO PEÑUELA		
OBJETIVO:	<ul style="list-style-type: none"> EVALUAR LOS PRESABERES DE GEOMETRÍA 		
UNIDAD TEMATICA	GEOMETRÍA		
TEMA	POLÍGONOS		
SUBTEMAS	<ul style="list-style-type: none"> CONCEPTOS ELEMENTOS PROPIEDADES CLASIFICACION CONSTRUCCION 		
PERIODO	GRADO	FECHA	DURACION
III	SÉPTIMO		1 HORA

1. Haga una representación gráfica de los siguientes términos usados frecuentemente en geometría.

PUNTO	RECTA	PLANO
SEMI-RECTA (RAYO)	SEGMENTO	ÁNGULO

Continuación Anexo A.

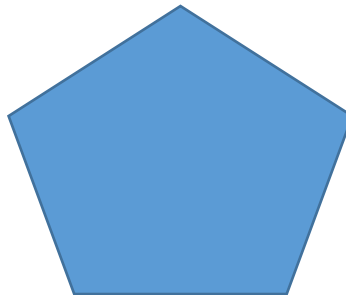
2. Defina los siguientes términos

Vértice: _____

Lado _____

Ángulo interior _____

Teniendo en cuenta las definiciones anteriores, identifique los vértices, lados y ángulos interiores en la siguiente figura



Anexo B. Actividad N^o1



Colegio Linás del Norte S.A.S.

"FORMACIÓN Y APRENDIZAJE, COMPROMISO DE VIDA PARA EL SIGLO XXI"

CONCESION: *Institución Educativa Rodolfo Linás*

RESOLUCION APROBACIÓN DE ESTUDIOS N^o 0343 Marzo 22 de 2011 – SEM

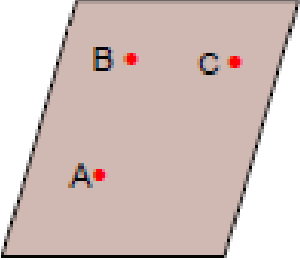


CÓDIGO DANE: 150001007574



NOMBRE DEL ESTUDIANTE:			
AREA:	MATEMÁTICAS		
ASIGNATURA:	GEOMETRÍA		
DOCENTE:	CAMILO PEÑUELA		
OBJETIVO:	<ul style="list-style-type: none"> • CONSTRUIR CON REGLA Y COMPÁS SEGMENTOS Y ÁNGULOS CONGRUENTES. 		
UNIDAD TEMÁTICA	GEOMETRÍA		
TEMA	POLÍGONOS		
SUBTEMAS	<ul style="list-style-type: none"> • CONCEPTOS • ELEMENTOS • PROPIEDADES • CLASIFICACION • CONSTRUCCION 		
PERIODO	GRADO	FECHA	DURACION
III	SEPTIMO		1 HORA

DEFINICIÓN	FIGURA	NOMBRE	SIMBOLO
El punto es algo imaginario por lo tanto no se puede medir. El punto es la figura geométrica más simple. Muestra un lugar.		PUNTO A	A
Dados dos puntos distintos, existe solo una recta que pasa por esos dos puntos.		RECTA AB	\overleftrightarrow{AB}
Una superficie plana está conformada por infinitos puntos y se prolongan indefinidamente en todas las direcciones. Para representar un plano se utilizan tres de		Plano ABC	

Continuación Anexo B.

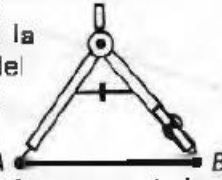

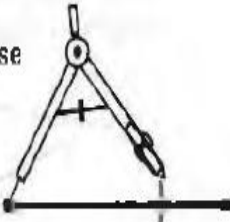
<p>sus puntos, que no estén en una misma recta.</p>			
<p>Para dos puntos cualesquiera A y B , el segmento \overline{AB} es el conjunto de los puntos A y B, y todos los puntos que están entre A y B. Los puntos A y B se llaman extremos de AB.</p>		<p>Segmento AB</p>	<p>\overline{AB}</p>
<p>Semirrecta parte de la recta que comprende un punto y todos los puntos que están en una dirección a partir de este.</p>		<p>Semirrecta AB</p>	<p>\overrightarrow{AB}</p>

1. Contesta y luego justifica tu respuesta.

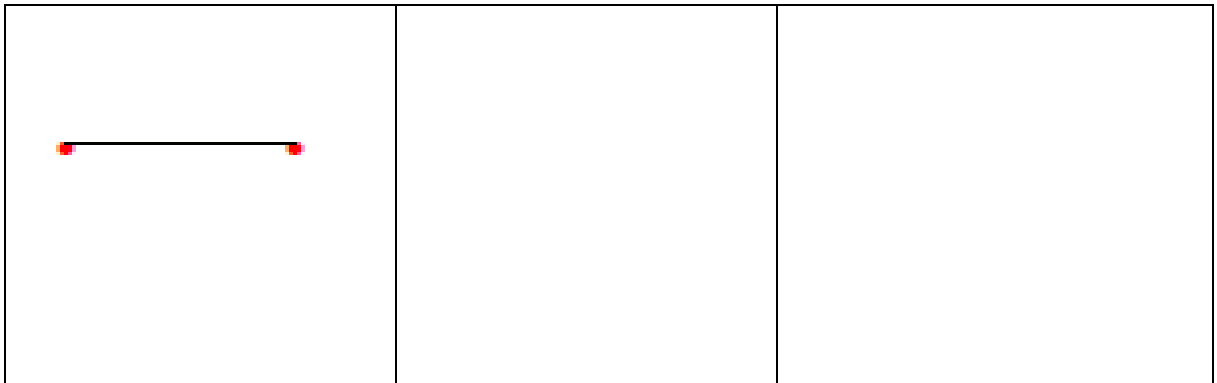
a) ¿Cuántas rectas distintas pueden pasar por un punto?

b) ¿Cuántas rectas distintas pueden pasar por dos puntos?

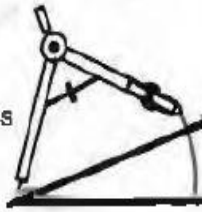

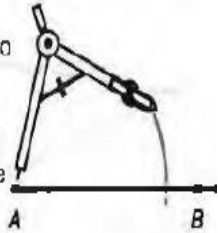

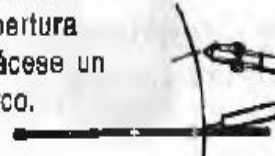

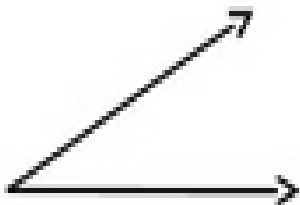
2. CONSTRUCCIÓN 1. Constrúyase un segmento congruente con un segmento dado-

<p>1. Abrase el compás a la longitud del segmento dado.</p>  <p>Segmento dado</p>	<p>2. Trácese un rayo que tenga mayor longitud que el segmento dado.</p> 	<p>3. Con el mismo compás, cópiese un segmento sobre el rayo.</p> 
--	---	---

Continuación Anexo B




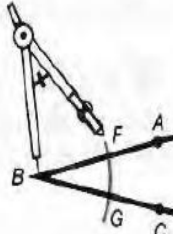
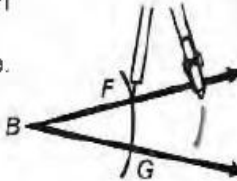
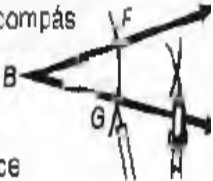
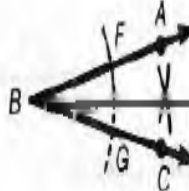
3. CONSTRUCCIÓN 2. Constrúyase un ángulo congruente con un ángulo dado.

<p>1. Trácese un arco que interseque ambos rayos del ángulo dado.</p>  <p style="text-align: center;">Ángulo dado</p>	<p>2. Trácese un rayo que sirva como un lado del ángulo copia.</p>  <p style="text-align: center;">A B</p>	<p>3. Con el mismo compás, abierto como en el primer paso (1), trácese un arco que cruce el rayo.</p>  <p style="text-align: center;">A B</p>
<p>4. Abrase el compás a la medida de la abertura del ángulo dado.</p>  <p style="text-align: center;">Ángulo dado</p>	<p>5. Con el compás a esa misma abertura trácese un arco.</p> 	<p>6. Trácese el segundo lado para completar la copia del ángulo dado.</p> 
<p>1.</p> 	<p>2.</p>	<p>3.</p>


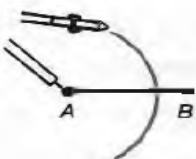
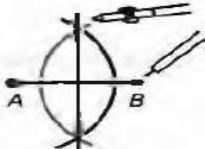
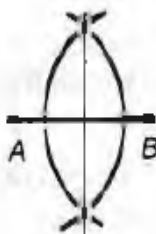
Continuación Anexo B.

4.	5.	6.
----	----	----

4. CONSTRUCCIÓN 3. Bisecar un ángulo.

<p>1. Dado el ángulo ABC,</p> 	<p>2. Con B como centro, trácese un arco que interseque ambos lados del ángulo en F y G.</p> 	<p>3. Con F como centro, trácese un arco en el interior del ángulo.</p> 
<p>4. Con G como centro y la misma abertura de compás que en el tercer paso, trácese un arco que cruce al primero.</p> 	<p>5. Unanse B y el punto de intersección de los arcos para marcar la bisectriz del ángulo.</p> 	

5. CONSTRUCCION 4. Bisecar un segmento.

<p>1. Dado el segmento de recta AB.</p> 	<p>2. Con A como centro y el compás con una abertura mayor que la mitad de AB, trácese un arco semicircular.</p> 	<p>3. Con B como centro y el compás con la misma abertura que en 2, trácese un arco semicircular que interseque al primer arco.</p> 
<p>4. Unense los dos puntos de intersección para completar la construcción de la bisectriz de AB.</p>		

Anexo C. Actividad N°2



Colegio Alafás del Norte S.A.S.

“FORMACIÓN Y APRENDIZAJE, COMPROMISO DE VIDA PARA EL SIGLO XXI”

CONCESION: *Institución Educativa Rodolfo Linás*

RESOLUCION APROBACIÓN DE ESTUDIOS N° 0343 Marzo 22 de 2011 – SEM

CÓDIGO DANE: 150001007574

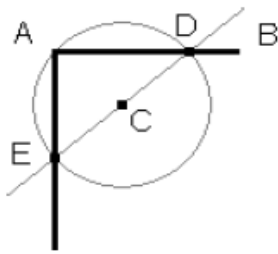


NOMBRE DEL ESTUDIANTE:			
AREA:	MATEMÁTICAS		
ASIGNATURA:	GEOMETRÍA		
DOCENTE:	CAMILO PEÑUELA		
OBJETIVO:	<ul style="list-style-type: none"> • CONSTRUIR CON REGLA Y COMPÁS ÁNGULOS, RECTAS Y POLIGONOS REGULARES. 		
UNIDAD TEMÁTICA	GEOMETRÍA		
TEMA	POLIGONOS		
SUBTEMAS	<ul style="list-style-type: none"> • CONCEPTOS • ELEMENTOS • PROPIEDADES • CLASIFICACION • CONSTRUCCION 		
PERIODO	GRADO	FECHA	DURACION
III	SEPTIMO		1 HORA

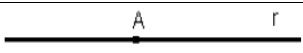
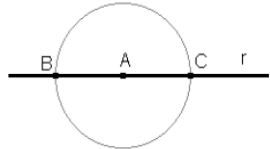
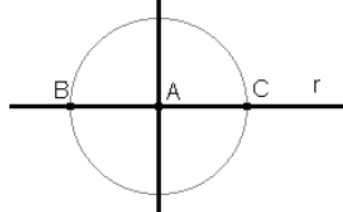
1. CONSTRUCCIÓN 5: ANGULO RECTO

Partiendo de un segmento \overline{AB}	
Marca un punto exterior al segmento y cercano al punto medio; llamarlo C	
Con el centro C, trazar la circunferencia de radio \overline{CA} que intersecta al segmento en los puntos A y D.	
Trazar la recta que pasa por los puntos C y D, que intersecta a la circunferencia en los puntos D y E.	

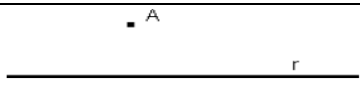
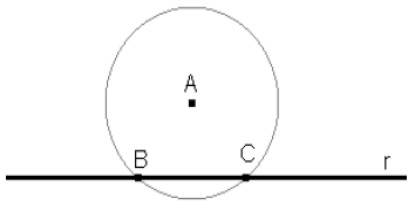
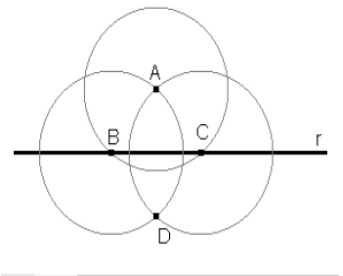
Continuación Anexo C

<p>Con el origen en A, trazar la semirrecta que contiene al punto E; queda determinado el ángulo recto entre el segmento \overline{AB} Y la semirrecta con origen en A.</p>	
--	---

2. CONSTRUCCIÓN 6: RECTA PERPENDICULAR POR UN PUNTO INTERIOR

<p>Partiendo de la recta r y de un punto A perteneciente a ella.</p>	
<p>Con centro en A, trazar una circunferencia que intersecte a la recta en dos puntos; llamarlos B y C.</p>	
<p>Trazar la mediatriz del segmento BC, queda determinada la recta perpendicular a r por el punto A.</p>	

3. CONSTRUCCIÓN 7: RECTA PARALELA

<p>Partiendo de la recta r y de un punto A exterior a ella.</p>	
<p>Con centro A, trazar un circunferencia que intersecte a la recta r en dos puntos: llamarlos B y C.</p>	
<p>Con centro en B, trazar una circunferencia de radio AB y trazar otra circunferencia de radia AC. El punto de intersección de las dos circunferencias, llamarlo D.</p>	

Continuación Anexo C

<p>Trazar una recta que pasa por los puntos C y D, y que intersecta a la circunferencia con centro en A en el punto E.</p>	
--	--

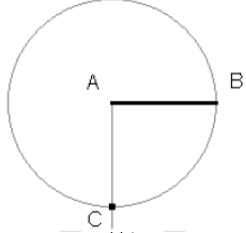
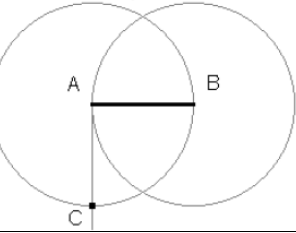
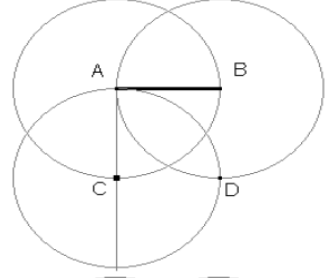
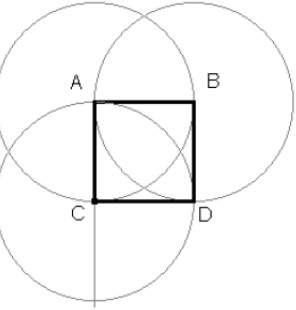
4. CONSTRUCCIÓN 8: TRIANGULO EQUILATERO CONOCIENDO UN LADO

<p>Partiendo del segmento AB</p>	
<p>Con centro en A, trazar una circunferencia de Radio AB.</p>	
<p>Con centro en B, trazar una circunferencia de radio BA (BA=AB) que intersecte a la circunferencia anterior en los puntos C y D</p>	
<p>Trazar los segmentos AC y BC; queda determinado el triángulo ABC. Si se traza los segmentos AD y BD, y borra el segmento AB, se obtiene el rombo ABCD.</p>	

5. CONSTRUCCIÓN 9: CUADRADO CONOCIENDO UN LADO

<p>Partiendo del segmento AB</p>	
<p>Con origen en A, trazar una semirrecta perpendicular a AB (utilizar la construcción de ángulo recto).</p>	

Continuación Anexo C

<p>Con centro en A, trazar una circunferencia de radio AB, que intersecte a la semirrecta en el punto C.</p>	
<p>Con centro en B, trazar una circunferencia de radio BA.</p>	
<p>Con centro en C, trazar una circunferencia de radio CA que intersecte a la circunferencia con centro en B en el punto D.</p>	
<p>Trazar los segmentos BD y CD queda determinado el cuadrado ABCD.</p>	

Anexo D. Actividades N°3



Colegio Alafás del Norte S.A.S.

"FORMACIÓN Y APRENDIZAJE, COMPROMISO DE VIDA PARA EL SIGLO XXI"

CONCESION: *Institución Educativa Rodolfo Linás*

RESOLUCION APROBACIÓN DE ESTUDIOS N° 0343 Marzo 22 de 2011 – SEM
CÓDIGO DANE: 150001007574



NOMBRE DEL ESTUDIANTE:			
AREA:	MATEMÁTICAS		
ASIGNATURA:	GEOMETRÍA		
DOCENTE:	CAMILO PEÑUELA		
OBJETIVO:	<ul style="list-style-type: none"> • CONSTRUIR POLÍGONOS REGULARES CON REGLA Y COMAS A PARTIR DE UN SEGMENTO Y UNA CIRCUNFETENCIA DADA. 		
UNIDAD TEMATICA	GEOMETRÍA		
TEMA	CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES CON REGLA Y COMPÁS		
SUBTEMAS	<ul style="list-style-type: none"> • CONCEPTOS • ELEMENTOS • PROPIEDADES • CLASIFICACIÓN • CONSTRUCCIÓN 		
PERIODO	GRADO	FECHA	DURACION
III	SEPTIMO		1 HORA

POLÍGONOS

Polígono es la superficie plana encerrada dentro de un contorno formado por segmentos rectos unidos en sus extremos.

Cada uno de los segmentos de denominan **LADO**.

El punto de unión de cada par de segmentos se denomina **ÁNGULO**.

El número de lados (y por tanto de ángulos) ha de ser mayor o igual a tres.

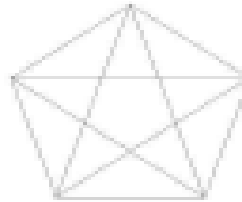
Los polígonos suelen nombrarse por el número de lados, triangulo cuadriláteros, pentágono, hexágonos.....etc.



Continuación Anexo D

DIAGONALES DE UN POLÌGONO


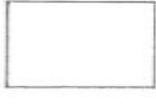
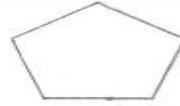
Diagonal de un polígono es un segmento que uno dos vértices no consecutivos.



+

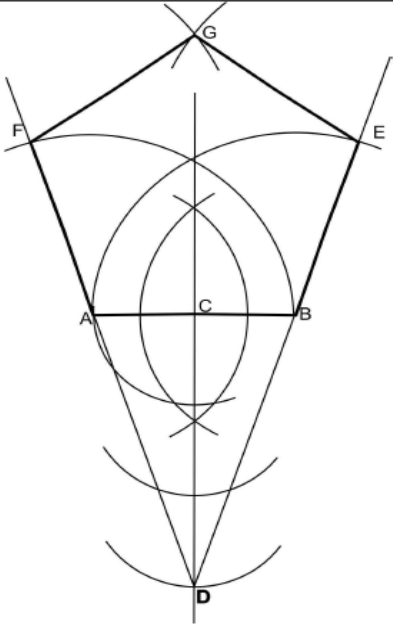
POLÌGONO REGULAR, si todos sus lados son iguales y sus ángulos también son iguales.

EJEMPLO DE POLÌGONS REGULARES

			
TRIÁNGULO EQUILÁTERO	CUADRADO	PENTÁGONO REGULAR	HEXÁGONO REGULAR

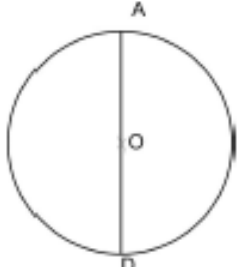
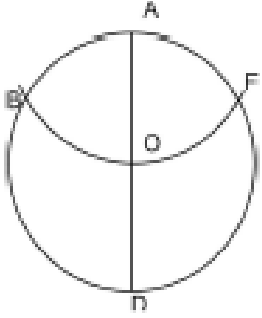
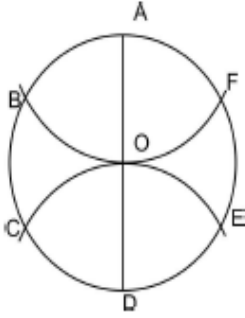
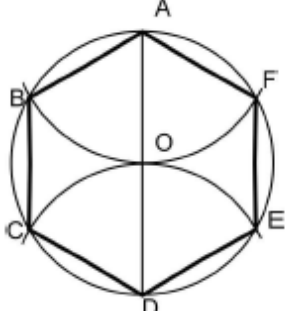
1. CONSTRUCCIÓN 10: PENTAGONO

<p>Construcción pentágono dado el lado A B</p> <p style="text-align: center;">A ————— B</p> <p>1. Se traza la mediatriz del segmento AB (ver ejercicio de mediatriz), hallando el</p>	
---	--

<p>punto medio C.</p> <p>2. Desde C colocamos en la mediatriz hacia abajo tres veces la medida CA (mitad del lado), hallando D.</p> <p>3. Unimos D con B y con A obteniendo así loas ángulos del pentágono desde A y B</p> <p>4. Con centro en B y radio AB (lado del pentágono) realizamos un arco que corta a la prolongación DB, en el punto E.</p> <p>5. Con centro en A y con la medida del lado AB realizamos otro arco que corta a la prolongación DA en el punto F.</p> <p>6. Con centro en E y en F respectivamente y con radio igual al lado AB realizamos dos arcos que se cortan en el punto G.</p>	 <p>Unimos G con E y con F obteniendo así el pentágono</p>
---	--

Continuación Anexo D

2. CONSTRUCCIÓN 11: HEXÁGONO

<p>Se traza un diámetro cualquiera y llamamos A y D los extremos de ese diámetro.</p>	
<p>Con centro en A, realizamos arcos igual al radio (OA = AO) que corten a la circunferencia en los puntos B y F</p>	
<p>Con centro en D realizamos arcos igual al radio (OD = DO = OA) que corten a la circunferencia en los puntos C y E.</p>	
<p>Unimos con cuerdas consecutivas los puntos A, B, C, D, E, y F obteniendo así el hexágono regular</p>	

Continuación Anexo D

3. CONSTRUCCIÓN 12: OCTÁGONO

<p>Traza una circunferencia de cualquier radio, traza dos diámetros: uno horizontal AB y otro vertical CD</p>	
<p>Utilizando el compás, haz centro en A y luego en C, con una abertura mayor que la mitad del arco AC traza dos arcos que se corten entre sí para obtener el punto E</p>	
<p>A continuación, utilizando nuevamente el compás haz centro en B y luego en C, con una abertura mayor que la mitad del arco BC traza dos arcos que se corten entre sí para obtener el punto F</p>	
<p>Trazar la recta determinada por los puntos E y O, para obtener los puntos G y H, luego trazar la recta determinada por los puntos F y O, para obtener los puntos I y J.</p>	
<p>Finalmente, une los puntos C, G, A, J, D, H, B, I y C.</p>	

4. RETA TU MENTE: Intenta construir un dodecágono (polígono regular de 12 lados) y justifica tu procedimiento.

Anexo E. Actividad N^o4



Colegio Alafás del Norte S.A.S.

"FORMACIÓN Y APRENDIZAJE, COMPROMISO DE VIDA PARA EL SIGLO XXI"

CONCESION: *Institución Educativa Rodolfo Linás*

RESOLUCION APROBACIÓN DE ESTUDIOS N^o 0343 Marzo 22 de 2011 – SEM
CÓDIGO DANE: 150001007574



NOMBRE DEL ESTUDIANTE:			
AREA:	MATEMÁTICAS		
ASIGNATURA:	GEOMETRÍA		
DOCENTE:	CAMILO PEÑUELA		
OBJETIVO:			
UNIDAD TEMATICA	GEOMETRÍA		
TEMA	CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS ESTRELLADOS CON REGLA Y COMPÁS		
SUBTEMAS	<ul style="list-style-type: none"> • CONCEPTOS • ELEMENTOS • PROPIEDADES • CLASIFICACIÓN • CONSTRUCCIÓN 		
PERIODO	GRADO	FECHA	DURACION
III	SEPTIMO		1 HORA

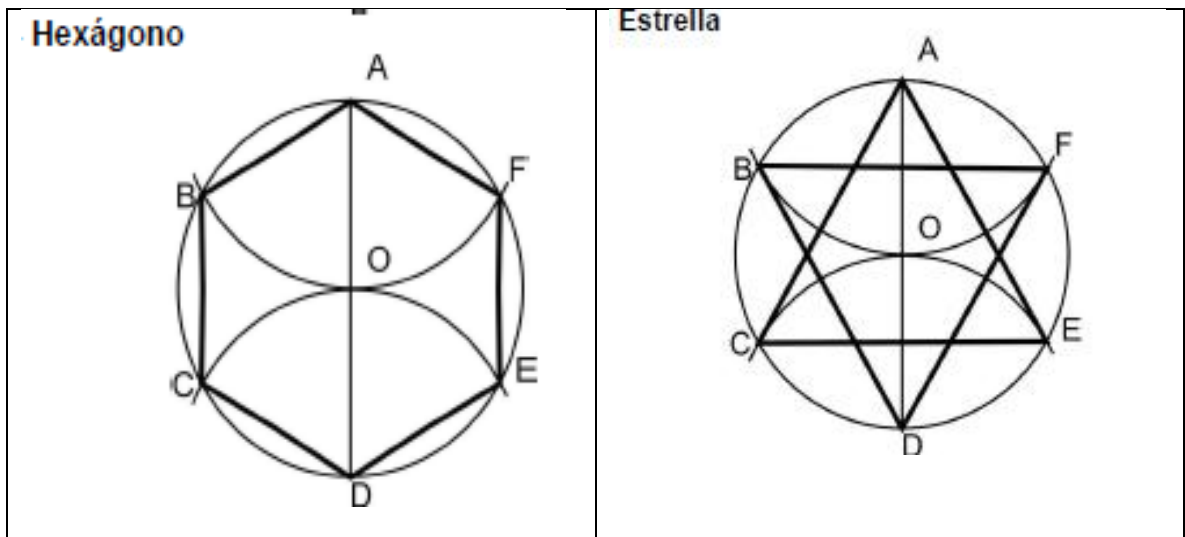
A continuación aprenderás a realizar polígonos regulares o estrellas regulares a partir de una circunferencia, por lo tanto si nos dan en el radio de la circunferencia, podemos trazar con el compás esta y aplicando los pasos adecuados la dividimos en las partes que queremos y con cuerdas consecutivas o no consecutivos trazando los polígonos o estrellas.

1. CONSTRUCCIÓN: ESTRELLA DE 6 PUNTAS INSCRITA EN UNA CIRCUNFERENCIA.

A partir de la construcción del hexágono con regla y compás, construya una estrella de 6 puntas a partir de la circunferencia.

Una todos los puntos alternos, obtendrá una falsa estrella formada por dos puntos equiláteros: A con B y C, y B con D y F.

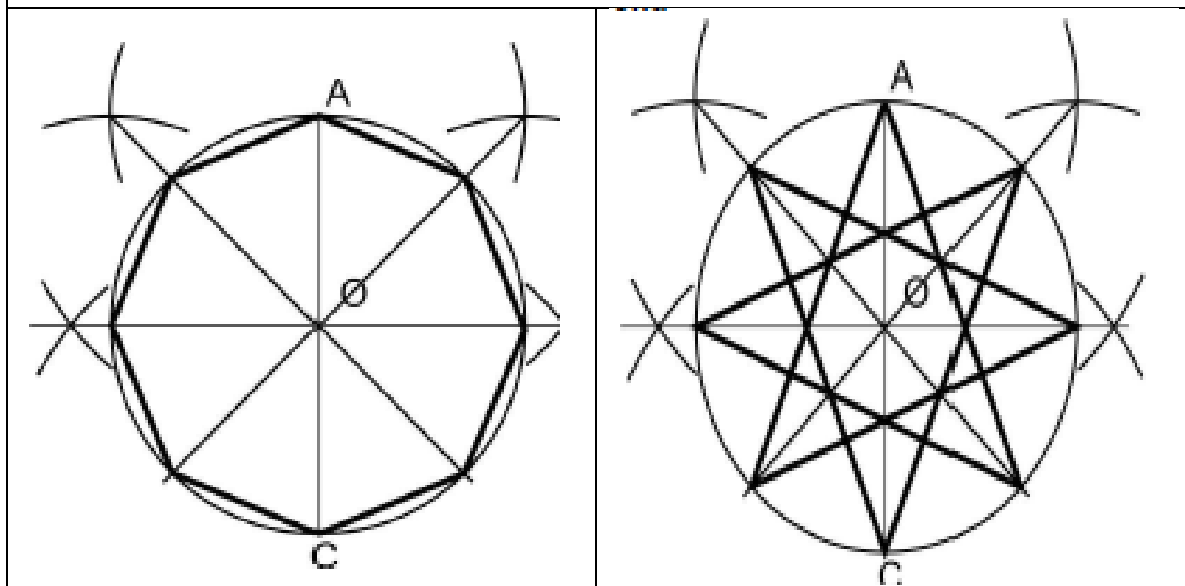
Continuación Anexo E



2. CONSTRUCCIÓN: ESTRELLA DE 8 PUNTAS INSCRITA EN UNA CIRCUNFERENCIA.

A partir de la construcción del octágono con regla y compás, construya una estrella de 8 puntas a partir de la circunferencia.

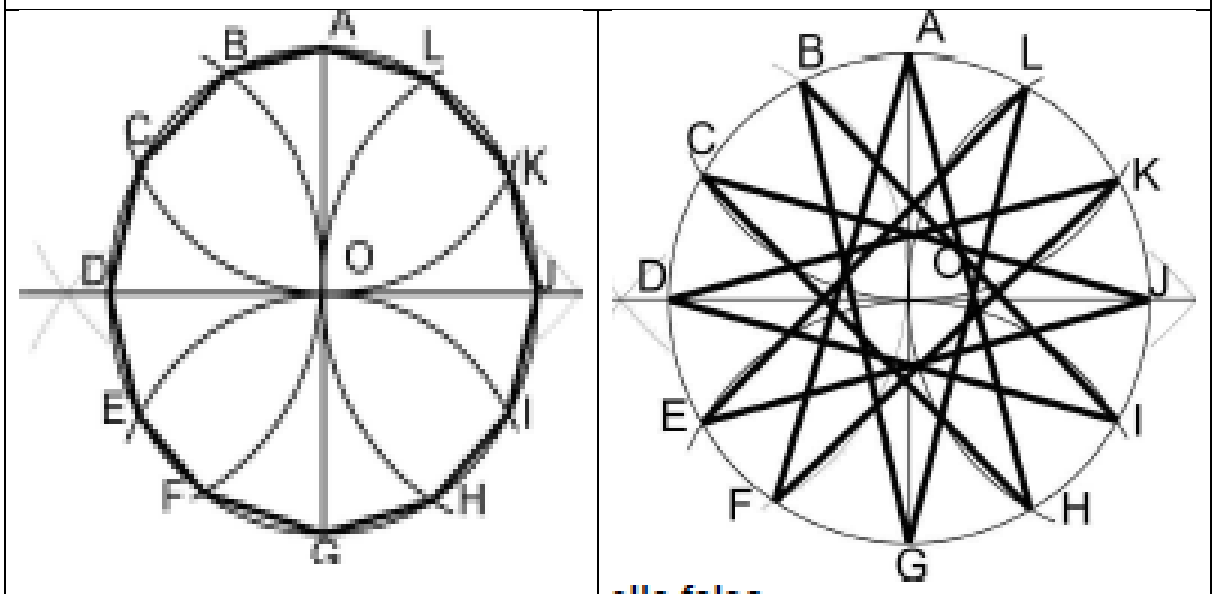
Se traza la estrella saltando de 4 en 4 puntos o se traza una estrella falsa saltando solo un punto y trazando dos cuadrados.



3. CONSTRUCCIÓN: ESTRELLA DE 12 PUNTAS INSCRITA EN UNA CIRCUNFERENCIA.

A partir de la construcción del dodecágono con regla y compás, construya una estrella de 12 puntas a partir de la circunferencia.

Obtenemos la estrella trazando cuerdas uniendo puntos alternos saltando 5 en 5. También podemos construir una falsa estrella trazando dos hexágonos saltando un punto.



Anexo F. Post-Test



Colegio Alafás del Norte S.A.S.
 "FORMACIÓN Y APRENDIZAJE, COMPROMISO DE VIDA PARA EL SIGLO XXI"
 CONCESION: *Institución Educativa Rodolfo Linás*



RESOLUCION APROBACIÓN DE ESTUDIOS N° 0343 Marzo 22 de 2011 – SEM
 CÓDIGO DANE: 150001007574

NOMBRE DEL ESTUDIANTE:			
AREA:	MATEMÁTICAS		
ASIGNATURA:	GEOMETRÍA		
DOCENTE:	CAMILO PEÑUELA		
OBJETIVO:	<ul style="list-style-type: none"> EVALUAR LOS CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS DURANTE EL DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES DE LAS CONSTRUCCIONES DE LOS POLÍGONOS REGULARES CON REGLA Y COMPÁS. 		
UNIDAD TEMÁTICA	GEOMETRÍA		
TEMA	POLÍGONOS		
SUBTEMAS	<ul style="list-style-type: none"> CONCEPTOS ELEMENTOS PROPIEDADES CLASIFICACIÓN CONSTRUCCIÓN 		
PERIODO	GRADO	FECHA	DURACION
III	SEPTIMO		1 HORA

1. Haga una representación gráfica de los siguientes términos usados frecuentemente en geometría.

PUNTO	RECTA	PLANO
SEMI-RECTA (RAYO)	SEGMENTO	ÁNGULO

Continuación Anexo F

--	--	--

2. Construya un polígono regular de 6 o 8 lados con regla y compás siguiendo las instrucciones, identifique sus elementos básicos como el vértice, lado y ángulos interiores y defínalos a partir de la construcción realizada.

Hexágono	Octágono
Se traza un diámetro cualquiera y llamamos A y D los extremos de ese diámetro.	Traza una circunferencia de cualquier radio, traza dos diámetros: uno horizontal AB y otro vertical CD
Con centro en A, realizamos arcos igual al radio ($OA = AO$) que corten a la circunferencia en los puntos B y F	Utilizando el compás, haz centro en A y luego en C, con una abertura mayor que la mitad del arco AC traza dos arcos que se corten entre sí para obtener el punto E
Con centro en D realizamos arcos igual al radio ($OD = DO = OA$) que corten a la circunferencia en los puntos C y D.	A continuación, utilizando nuevamente el compás haz centro en B y luego en C, con una abertura mayor que la mitad del arco BC traza dos arcos que se corten entre sí para obtener el punto F
Unimos con cuerdas consecutivas los puntos A, B, C, D, E, y F obteniendo así el hexágono regular	Trazar la recta determinada por los puntos E y O, para obtener los puntos G y H, luego trazar la recta determinada por los puntos F y O, para obtener los puntos I y J. Finalmente, une los puntos C, G, A, J, D, H, B, I y C.

Anexo G. Registro fotográfico

Imagen 1. Estudiantes desarrollando las actividades.

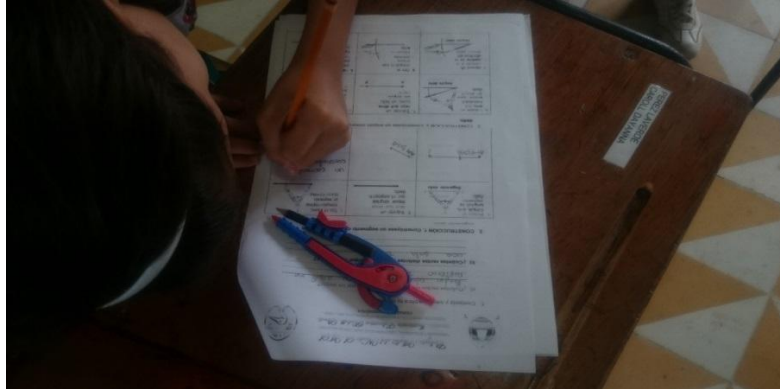


Imagen 2. Estudiantes desarrollando las actividades.

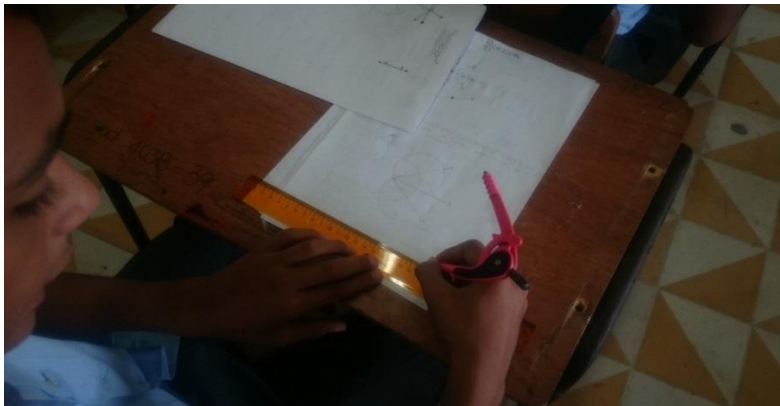


Imagen 3. Estudiantes desarrollando las actividades.

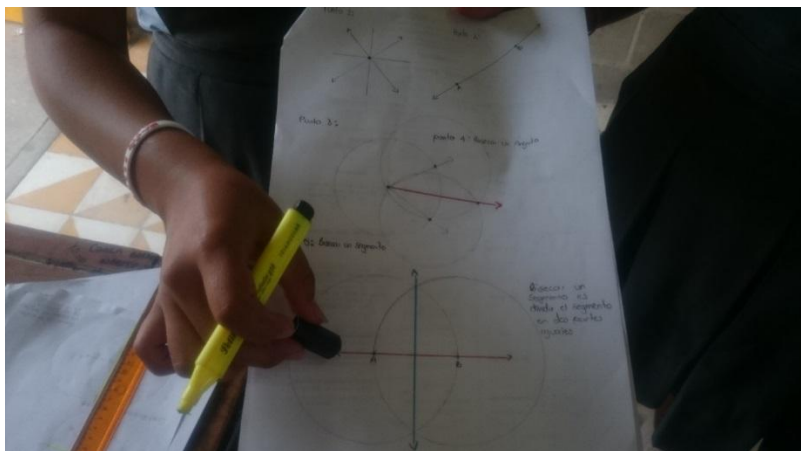


Imagen 4. Estudiantes desarrollando las actividades.

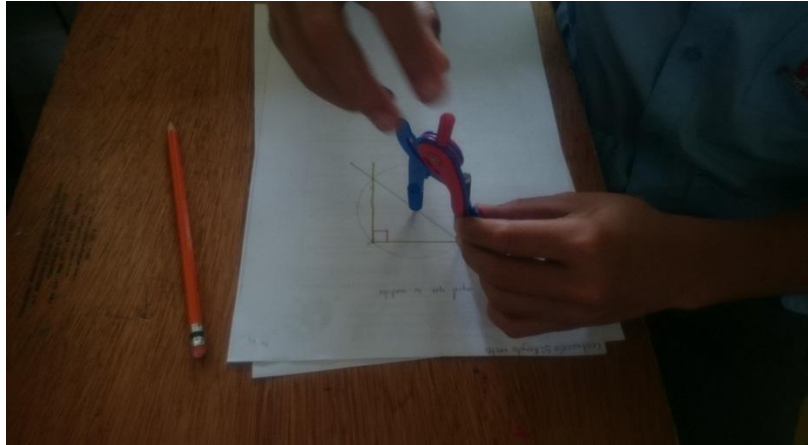


Imagen 5. Estudiantes desarrollando las actividades.

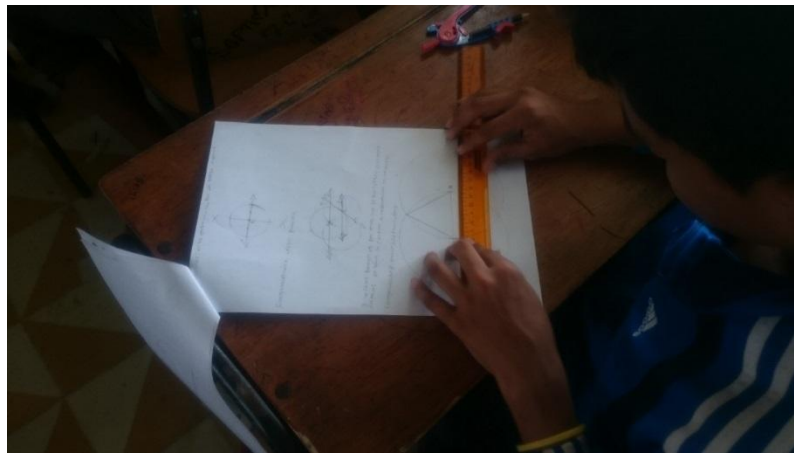


Imagen 6. Estudiantes desarrollando las actividades.



Imagen 7. Estudiantes desarrollando las actividades.

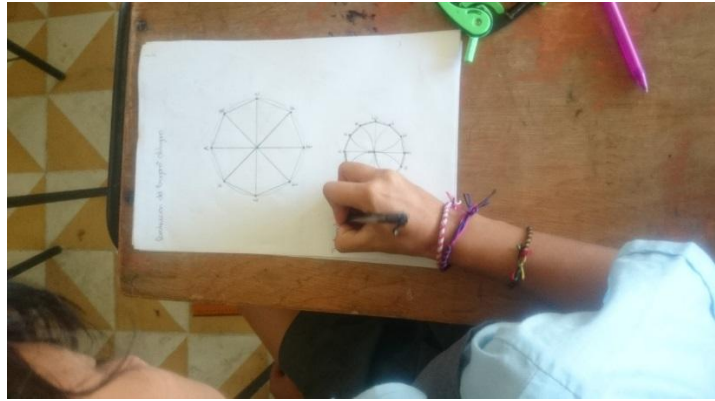


Imagen 8. Estudiantes desarrollando las actividades.

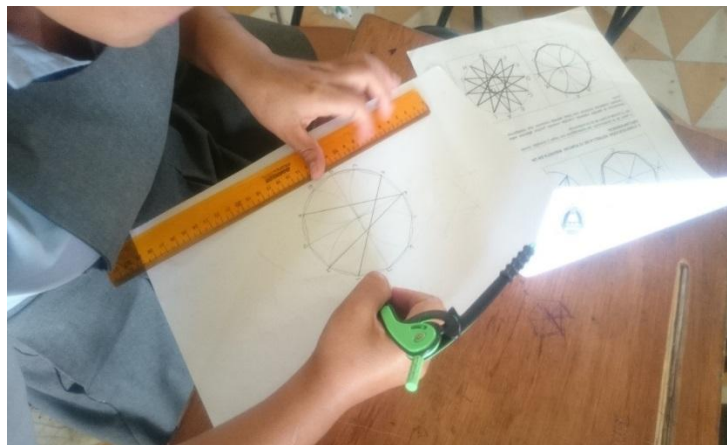


Imagen 9. Estudiantes desarrollando las actividades.



Imagen 10. Estudiantes desarrollando las actividades.

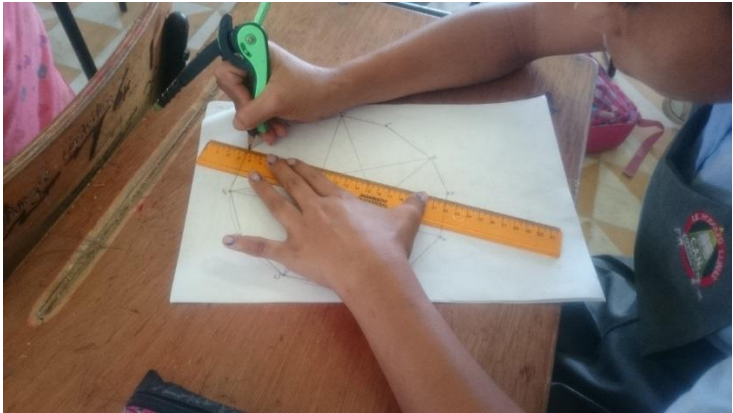
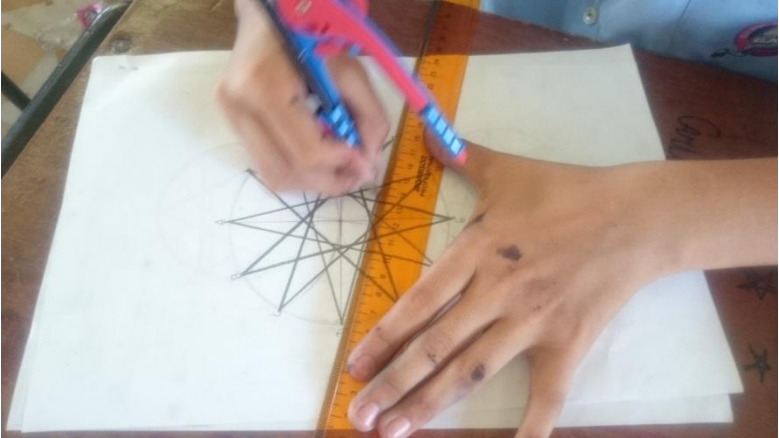


Imagen 11. Estudiantes desarrollando las actividades.



Imagen 12 Estudiantes desarrollando las actividades.



RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIDAZO RAE

A. TIPO DE DOCUMENTO/OPCIÓN DE GRADO	EPI
. ACCESO AL DOCUMENTO	Biblioteca Universidad de los Llanos
1. TÍTULO DEL DOCUMENTO	CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES CON REGLA Y COMPÁS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO
2. NOMBRE Y APELLIDOS DE AUTOR (ES)	CAMILO PEÑUELA CHIPATECUA
3. AÑO DE PUBLICACION	Villavicencio 2015
4. UNIDAD PATROCINANTE	Universidad de los Llanos
5. PALABRAS CLAVES	Estrategia, enseñanza, aprendizaje, la comprensión, construcción, representación simbólica, polígonos regulares.
6. DESCRIPCIÓN	Esta publicación brinda información detallada sobre la implementación de una propuesta pedagógica, se centra en el diseño de actividades didácticas para la enseñanza de la comprensión de concepto de polígono regular por medio de las construcciones con regla y compás en los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa Rodolfo Llenas de Villavicencio; se habla de la necesidad de mejorar las deficiencias encontradas teniendo en cuenta los lineamientos curriculares expresados por el Ministerio de Educación Nacional.
7. FUENTES	ALBARRÁN Ramón, Geometría plana en la escuela básica. Venezuela Universidad del Zulia (2006). ALCINA C, FORTUNY J.M, PEREZ R ¿Por qué la geometría? Madrid España. Editorial Síntesis (1997). MOISE Edwin, DOWNS Floyd, Geometría

	<p>Moderna, Fondo educativo interamericana Edición 1970.</p> <p>PAN C. Antonio. Construcción con regla y compás, universidad de Cádiz.</p> <p>CLEMENS/O'DAFEFER/COONEY. Geometría con aplicación y solución de problemas. Addison Wesley Longman. (1989)</p> <p>RAMÍREZ Ricardo. Construcción de polígonos regulares. Universidad Nacional de Colombia. Faculta de Ciencias (2011).</p>
<p>8. CONTENIDOS</p>	<p>Este proyecto está a cargo de la directora Ivonne Ampara Londoño Agudelo, teniendo como eje central la implementación de una propuesta pedagógica, se presentan resultados de la validación de estrategia de enseñanza soportadas en situaciones problemas; para el aprendizaje de la comprensión del concepto de polígono regular en estudiantes de grado séptimo, en el marco del grupo GIDIMAT (grupo de estudio en didáctica de la matemática) del programa de licenciatura en matemáticas y física, de convenio 628 del 2012 firmado entre en Ministerio de Educación Nacional y la Universidad de los Llanos. Se realiza como parte de la reflexión permanente del maestro con respecto a la enseñanza y aprendizaje de la matemática fortaleciendo el concepto matemático de los estudiantes, de la Institución Educativa Colegio Rodolfo Llinás de Villavicencio, en donde se ejecutó el desarrollo de las actividades.</p>

<p>9. METODOLOGIA</p>	<p>Este estudio se centró en una investigación enmarcada en un enfoque cuantitativo-interpretativo, el método general que se utilizó para realizar este estudio estuvo enmarcado en la investigación-acción; los instrumentos de recolección de la información utilizados fueron, diario de campo, registro fotográfico, actividades desarrolladas por los estudiantes con los resultados de los talleres y guías propuestas de las distintas secciones; La población objeto de estudio fueron los estudiantes de grado séptimo de la institución Educativa Colegio Rodolfo Llinás de Villavicencio, a quienes se les aplicaron las actividades didácticas, se desarrolló teniendo en cuenta las siguientes fases: (1) Fase de Revisión Teórica, (2) Fase de Diseño. (3) Fase de aplicación y análisis, (4) Fase de síntesis.</p>
<p>10. CONCLUSIONES</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Al validar cada una de las actividades que contienen construcciones con regla y compás, se descubre que las principales deficiencias que poseen los estudiantes se presentaron en el manejo de los conceptos previos y en el manejo de los instrumentos como la regla y el compás, cuando se inicia el procesos de razonamiento; pero un vez se hagan las aclaraciones pertinentes, se logra que los estudiantes se apropien con más facilidad de los conceptos geométricos. • Se evidencia que la implementación de estrategias innovadoras en el aula no solo aumenta en los estudiantes el interés, sino que los motiva por el estudio de la geometría especialmente cuando se inicia con la construcción con regla y compás
<p>11. FECHA DE ELABORACIÓN</p>	<p>31 de octubre 2015</p>