

COMPARACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DE TRABAJO EN EQUIPO Y
SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA EN LA ENSEÑANZA
DEL TEOREMA DE PITÁGORAS, PARA EL MEJORAMIENTO DEL
APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN OCTAVO

JIMMY ALEJANDRO MORENO PÁEZ

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015

COMPARACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DE TRABAJO EN EQUIPO Y
SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA EN LA ENSEÑANZA
DEL TEOREMA DE PITÁGORAS, PARA EL MEJORAMIENTO DEL
APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN OCTAVO

JIMMY ALEJANDRO MORENO PÁEZ
Código 141001736

Informe final como trabajo de grado para optar al título de Licenciado en
Matemáticas y Física

Asesor pedagógico
Lic. Nelly Esther Cueto
Esp. Procesos Psicopedagógicos

Asesor Proyecto
Lic. María Cristina Ordoñez
Esp. Investigación y computación para la docencia

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015

AUTORIDADES ACADÉMICAS

OSCAR DOMÍNGUEZ GONZÁLEZ
Rector

WILTON ORACIO CALDERÓN CAMACHO
Vicerrector Académico

GIOVANNY QUINTERO REYES
Secretario General

MANUEL EDUARDO HOZMAN MORA
Decano Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación

CLAUDIO VINICIO VÉLEZ SUÁREZ
Director Escuela de Pedagogía y Bellas Artes

FREDY LEONARDO DUBIBE MARÍN
Director Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física

Nota de aceptación

Director del Centro de Investigaciones de
La Facultad de Ciencias Humanas y de
La Educación

MARÍA TERESA CASTELLANOS SÁNCHEZ
Jurado

FRANCISCO GUTIÉRREZ LIZARAZO
Jurado

Villavicencio, septiembre de 2015.

AUTORIZACIÓN

Yo, JIMMY ALEJANDRO MORENO PÁEZ, mayor de edad, vecino de Villavicencio Meta, identificadas con la cédula de ciudadanía N° 1.121.849.633 de Villavicencio, actuando en nombre propio en calidad de autor del trabajo de grado denominado “COMPARACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DE TRABAJO EN EQUIPO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA EN LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS, PARA EL MEJORAMIENTO DEL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN OCTAVO”. Hago entrega del ejemplar y de sus anexos de ser el caso, en formato digital o electrónico (CD-ROM) y autorizo a la UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS, para que en los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1933, Decisión Andina 351 de 1993. Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia, utilice y use en todas sus formas, los derechos patrimoniales de reproducción, comunicación pública, transformación y distribución (alquiler, préstamo público e importación) que corresponda como creador de la obra objeto del presente documento.

PARÁGRAFO: La presente autorización, se hace extensiva, no sólo a las facultades y derechos de uso sobre la obra en formato o soporte material, sino también para formato virtual, electrónico, digital, óptico, usos en la red internet, extranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

EL AUTOR – ESTUDIANTE, manifiesta que la obra objeto de la presente autorización, es original y la realizó sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es de exclusiva autoría y detecta la titularidad sobre la misma, PARÁGRAFO: En caso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión el ESTUDIANTE – AUTOR, asumirá toda la responsabilidad y saldrá en defensa de los derechos aquí autorizados, para todos los efectos de la Universidad actúa como un tercero de buena fe.

Para constancia, se firma el presente documento en dos (2) ejemplares del mismo valor y tenor en Villavicencio, Meta; a los veintinueve (29) días del mes de septiembre de Dos mil quince (2015).

JIMMY ALEJANDRO MORENO PÁEZ
N° 1.121.849.633 de Villavicencio

DEDICATORIA

Dedico este proyecto a mis padres que siempre me han acompañado y guiado en todos los momentos de mi vida y a todas las personas que intervinieron de forma directa e indirecta en mi proceso formativo.

Jimmy Alejandro Moreno Páez.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo no hubiera sido posible sin la valiosa colaboración de numerosas personas e instituciones; sin embargo se desea hacer una excepción a los más inmediatos colaboradores.

Lic. Nelly Ster Cueto. Asesor proyecto.

Lic. María Cristina Ordoñez. Asesor Proyecto.

Colegio Nuestra Señora de la Sabiduría. Por su apoyo y colaboración, a las estudiantes de octavo del Colegio La Sabiduría, por su participación en el trabajo de campo.

A todos ellos mi gratitud y admiración hasta haber realizado dicha meta.

El autor.

La capacidad de soslayar una dificultad, de seguir un camino indirecto cuando el directo no aparece, es lo que coloca al animal inteligente sobre el torpe, lo que coloca al hombre por encima de los animales más inteligentes, y a los hombres de talento por encima de sus compañeros, los otros hombres.

George Pólya.

CONTENIDO

	pág.
RESUMEN	15
INTRODUCCIÓN	17
1. MARCO REFERENCIAL	19
1.1 MARCO TEÓRICO	19
1.1.1 Teoría de solución de problemas de George Pólya.	19
1.1.2 Divisiones principales, preguntas principales.	21
1.1.3 Comprensión del problema.	21
1.1.4 Concepción de un plan.	22
1.1.5 Ejecución del plan.	23
1.1.6 Heurística, como adjetivo, significa "servicio al investigador".	24
1.1.7 Pólya dice que para resolver un problema se necesita.	24
1.1.8 Estrategias Heurísticas.	25
1.1.9 Trabajo en equipo.	27
1.1.10 Ventajas e inconvenientes del trabajo en equipo.	27
1.1.11 Inconvenientes del trabajo en equipo.	29
1.2 MARCO CONCEPTUAL	34
1.2.1 Pitágoras de Samos.	34
1.2.2 Historia del teorema	35
1.2.3 El Teorema de Pitágoras en las civilizaciones prehelénicas.	37
1.2.4 El Teorema de Pitágoras en Babilonia.	37
1.2.5 El Teorema de Pitágoras en Egipto.	37
1.3 MARCO INSTITUCIONAL	38
1.4 MARCO CURRICULAR	39
1.4.1 Matemáticas nivel octavo.	39
1.4.2 El teorema de Pitágoras en el currículo del grado octavo, en la institución educativa nuestra señora de la sabiduría Villavicencio.	40
1.5 MARCO GEOGRÁFICO	41
2. MATERIALES Y MÉTODOS	44
2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN	44
2.1.1 Fases de la investigación.	44
2.2 MÉTODO DE ESTUDIO	45
2.3 POBLACIÓN	45
2.3.1 Muestra.	45
2.4 FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN	45
2.4.1 Fuentes primarias.	45

2.4.2	Fuentes secundarias.	45
3.	RESULTADOS	46
3.1	CARACTERÍSTICAS DE LAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DE TRABAJO EN EQUIPO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA CON EL FIN DE ESTRUCTURAR FUNDAMENTOS TEÓRICOS	46
3.2	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DE TRABAJO EN EQUIPO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA PARA OBTENER INFORMACIÓN PERTINENTE AL ANÁLISIS ACORDE CON EL TEOREMA DE PITÁGORAS	47
3.3	GENERAR COMPARACIONES QUE PERMITAN AL DOCENTE TENER UNA DECISIÓN ACERTADA PARA EL DESARROLLO DE LA TEMÁTICA A PARTIR DEL TEOREMA DE PITÁGORAS	47
3.3.1	Encuesta realizada a las estudiantes de 8-1 y 8-2.	47
3.3.2	Taller realizado a las estudiantes de 8-1 y 8-2.	52
4.	ANÁLISIS DE RESULTADOS	55
4.1	ANÁLISIS DE LAS CARACTERÍSTICAS TEÓRICAS DE LAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DE TRABAJO EN EQUIPO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA EN LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS EN GRADO OCTAVO	55
4.2	ANÁLISIS DE TABLAS COMPARATIVAS QUE PERMITAN AL DOCENTE TENER UNA DECISIÓN ACERTADA PARA EL DESARROLLO DE LA TEMÁTICA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS	57
4.2.1	Análisis de los resultados de la encuesta aplicada.	57
4.2.2	Análisis de los resultados del taller aplicado.	60
5.	CONCLUSIONES	65
6.	RECOMENDACIONES	68
	BIBLIOGRAFÍA	69
	ANEXOS	72
	RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO	98

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Procedimientos Heurísticos.	26
Figura 2. Ventajas del trabajo en equipo.	29
Figura 3. Requisitos de los equipos de trabajo.	31
Figura 4. Características de los equipos efectivos.	32
Figura 5. Las 10 Cs del trabajo en equipo.	33
Figura 6. Teorema de Pitágoras.	35
Figura 7. Mapa ubicación del departamento del Meta.	42

LISTA DE GRÁFICAS

	pág.
Gráfica 1. ¿Cuenta usted en el colegio con tiempo para realizar sus ejercicios en el área de matemáticas?	48
Gráfica 2. Su profesor deja ejercicios de matemáticas extra clase.	48
Gráfica 3. ¿En la institución se ha realizado prueba del saber en el tema de matemáticas?	49
Gráfica 4. ¿Sus padres lo apoyan comprando material pedagógico y didáctico que le permitan practicar ejercicios en el área de Matemáticas?	49
Gráfica 5. ¿Cuándo tiene preguntas, o inquietudes en la solución de problemas matemáticos, recurre al profesor para su explicación o ayuda?	50
Gráfica 6. ¿Cuándo se le presenta un problema en el área de matemáticas los procedimientos a seguir son saber por dónde empezar, que puedo hacer y que gano haciendo esto?	50
Gráfica 7. ¿Realiza usted ejercicios en el área de matemáticas por cuenta propia durante las horas extra clase?	51
Gráfica 8. ¿Cuándo tiene que resolver un problema o ejercicio de matemáticas, tiene una ruta establecida para empezar a solucionar este ejercicio?	51
Gráfica 9. ¿Cuenta con el apoyo de sus compañeras de clase para solucionar actividades matemáticas planteadas por el profesor?	51
Gráfica 10. ¿La forma en que su profesor le explica las temáticas en el aula, hace que usted aprenda de una manera fácil y divertida?	52
Gráfica 11. Según la figura responda cuál fue el error en lo dibujado.	52
Gráfica 12. El Teorema de Pitágoras nos dice que.	53

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Grupo vs equipo.	29
Tabla 2. Identificación institución.	38
Tabla 3. El teorema de Pitágoras en el currículo del grado octavo.	41
Tabla 4. Características de las estrategias.	46
Tabla 5. Respuestas pregunta tres 8-1.	53
Tabla 6. Respuestas pregunta tres 8-2.	53
Tabla 7. Respuesta pregunta cuatro 8-1.	54
Tabla 8. Respuesta pregunta cuatro 8-2.	55
Tabla 9. Análisis a características de las estrategias.	55

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Listado de estudiantes.	72
Anexo B. Taller sobre el teorema de pitágoras.	73
Anexo C. Formato de encuesta.	75
Anexo D. Tabulación encuesta grado 8-1.	77
Anexo E. Tabulación encuesta grado 8-2.	79
Anexo F. Tabulación prueba aplicada al grado 8-1.	81
Anexo G. Tabulación prueba aplicada al grado 8-2.	83
Anexo H. Glosario.	85
Anexo I. Unidades didácticas.	87
Anexo J. Tomas fotográficas.	94

RESUMEN

La presente investigación se fundamenta en la comparación de las estrategias de enseñanza de trabajo en equipo y solución de problemas según George Pólya, en la enseñanza de una temática específica en el curso octavo, como lo es el teorema de Pitágoras; desde la identificación de características teóricas de cada una de las estrategias, la creación y aplicación de una unidad didáctica por estrategia y el desarrollo de tablas comparativas con las características de cada una de éstas. Con el fin de conocer qué características específicas potencializan el desarrollo de ésta temática, en las estrategias de trabajo en equipo y solución de problemas según George Pólya.

Para el desarrollo de esta propuesta se trabajó en la Institución Educativa Nuestra Señora de la Sabiduría, sede Villavicencio; con cuarenta estudiantes de los cursos octavo uno y dos; usando una investigación - acción, la cual es de tipo mixto, ya que, mezcla lo cuantitativo con lo cualitativo, pretendiendo formar de manera simultánea en conocimientos y cambios sociales, a partir, de la teoría y la práctica, mediante el desarrollo de las siguientes etapas: exploración, planificación, acción y evaluación.

Inicialmente en la investigación se realizó un análisis teórico a cada una de las estrategias de enseñanza, donde la solución de problemas por el método de George Pólya, se fundamenta en desarrollar los siguientes pasos: comprender el problema, concepción de un plan, ejecución del plan y análisis de la solución obtenida; el trabajo en equipo se fundamenta en la estructuración y manejo cada uno de los grupos, para que así se logre trabajar como equipos; seguidamente se hizo análisis a la historia y definición del Teorema de Pitágoras, queriendo tener completo dominio sobre la temática que permitió hacer la comparación. Se identificó la historia, ubicación geográfica, ideologías y demás características de la institución educativa donde se aplicó la investigación y se contextualizó la temática del teorema dentro del currículo nacional y específico de la institución educativa que se trabajó.

Posteriormente, se planearon las fuentes de recolección primarias: taller de verificación temática, que se estructuró en cuatro preguntas, donde las dos primeras son de selección múltiple con única respuesta, la tercera de solución aritmética y la cuarta es una situación problema, con lo que se verificó el grado de entendimiento de la explicación de la temática Teorema de Pitágoras. Una encuesta estructurada en diez preguntas de tipo personal, con la que se identificaron las condiciones sociales, la disposición, el tiempo dedicado a aprender, entre otros. Dos unidades didácticas, una fundamentada en la estrategia de enseñanza de trabajo en equipo y la otra en solución de problemas según George Pólya, estructuradas en inicio, desarrollo y cierre, para dos encuentros con las estudiantes, de dos horas cada uno.

Se planeó realizar observación continua y permanente a todo el proceso de aplicación, para con esto, tener fundamentos y herramientas que sustentaron los resultados obtenidos. El taller, la encuesta y la observación se aplicaron en los dos cursos de igual forma, la unidad didáctica fundamentada en la estrategia de George Pólya, se aplicó en el curso octavo uno y la otra unidad didáctica, fundamentada en la estrategia de trabajo en equipo, se aplicó en el curso octavo dos. Como fuentes secundarias se acudió a: libros, internet, trabajos monográficos, prueba saber 11°, entre otros.

Seguidamente se organizaron los resultados obtenidos en el desarrollo de la temática dentro del aula, encontrando las características teóricas de cada una de las dos estrategias de enseñanza que se compararon, se construyeron gráficas y tablas, con los resultados organizados y tabulados, de los datos obtenidos al aplicar el taller, la encuesta y desarrollar las unidades didácticas. Se presentan los análisis de los resultados que anteriormente se evidenciaron, donde se observa el análisis a cada una de las estrategias, desde las características teóricas anteriormente identificadas, además, qué se analizaron los resultados de las gráficas y tablas, y se evidenciaron las tablas comparativas entre las estrategias de enseñanza.

Finalmente se concluye que el proceso desarrollado fue significativo para el investigador y las estudiantes que participaron en el desarrollo de este proceso, además, que cada una de las estrategias de enseñanza, tiene características particulares que la hacen una buena opción en determinadas ocasiones, también que el método planteado por George Pólya es teóricamente más amplio que el trabajo en equipo, agregando que el trabajar en equipo requiere de más tiempo, al organizar los equipos, que el plantear los pasos del método de Pólya. Y que para desarrollar cualquier temática en el aula de clase, usando alguna de estas estrategias de enseñanza, primero los estudiantes deben conocer a la perfección, las pautas y condiciones que requieren el uso de estas, siendo esto tarea del docente, donde específicamente Las estudiantes de esta institución educativa cuenta con tiempo, recursos, disposición docente y el apoyo de sus compañeras, para el mejoramiento del pensamiento matemático.

Palabras clave: Comparación, estrategia de enseñanza, método de George Pólya, trabajo en equipo, solución de problemas, teorema de Pitágoras, unidad didáctica.

INTRODUCCIÓN

Es importante indicar que el pensamiento matemático de George Pólya, se convierte en una alternativa para restablecer los métodos de enseñanza en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados. Por consiguiente, permite involucrar a los estudiantes en la solución de problemas, mediante los siguientes pasos: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás.

El trabajo busca contribuir, ayudando al estudiante a establecer preguntas, recomendaciones, operaciones intelectuales, generalidades de la temática y sentido común; mediante la interacción entre maestro – estudiante. Así mismo, pretende establecer comparaciones de estrategias didácticas con respecto al trabajo en equipo y la solución de problemas según Pólya en la enseñanza del teorema de Pitágoras, que contribuya al mejoramiento del pensamiento matemático.

El docente de matemáticas adquiere una responsabilidad directa en el proceso formativo de la población estudiantil, sin importar el nivel educativo en que esté desarrollando su rol docente, ya que la matemática por su amplitud temática aplica en cualquier parte de la academia, volviéndose necesaria para explicar e interpretar componentes de todas las demás áreas, generándole al docente una mayor exigencia ya que al interactuar con un grupo de personas, las cuales están prestas a recibir el conocimiento sobre estas temáticas, en parte los resultados serán de acuerdo al proceso que éste realice en el aula, por tal motivo debe desarrollar sus clases de la forma más accesible posible, apoyándose en las estrategias pedagógicas que a lo largo del tiempo se han venido desarrollando, con la convicción de mejorar los procesos cognitivos en los estudiantes. Entre estas muchas opciones de estrategias para mejorar la interacción enseñanza – aprendizaje, surgen dos importantes y aplicables al contexto de la enseñanza de la matemática, como lo son el trabajo en equipo y las estrategias para la solución de problemas según Pólya.

La problemática evidenciada relaciona los siguientes aspectos básicos fundamentales: resolver problemas que necesita el estudiante y su debida comprensión; concebir y ejecutar un plan, al igual que examinar la solución obtenida, requiriendo de la ayuda, por parte del docente acorde con las limitaciones, inquietudes o sugerencias que posee el educando.

A manera de alternativa se propone la formación del aprendizaje de las estrategias didácticas de trabajo en equipo y solución de problemas podrá realizarse para identificar en el menor tiempo posible soluciones concretas y precisas para un determinado problema. De ahí que el método de George Pólya, está orientado a

la solución entre ejercicios y problemas, aplicando un procedimiento que le permita llevarlo a la respuesta requerida.

En este sentido la formulación del problema conlleva a establecer ¿Qué características específicas potencializan el desarrollo de una temática, como el Teorema de Pitágoras, en las estrategias de trabajo en equipo y solución de problemas según George Pólya?

El trabajo es importante si se tiene en cuenta que los estudiantes a partir del descubrimiento o encontrar soluciones para resolver problemas y destrezas para responder de manera práctica y técnica los compromisos académicos.

En cuanto al objetivo general se establece comparar estrategias didácticas de trabajo en equipo y solución de problemas según George Pólya en la enseñanza del Teorema de Pitágoras, para el mejoramiento del aprendizaje del pensamiento matemático en octavo, con respecto a los objetivos específicos permiten indicar:

- Identificar las características de las estrategias didácticas de trabajo en equipo y solución de problemas según George Pólya con el fin de estructurar fundamentos teóricos.
- Determinar estrategias didácticas de trabajo en equipo y solución de problemas para obtener información pertinente al análisis acorde con el Teorema de Pitágoras.
- Generar tablas comparativas que permitan al docente tener una decisión acertada para el desarrollo de la temática a partir del Teorema de Pitágoras.

1. MARCO REFERENCIAL

1.1 MARCO TEÓRICO

1.1.1 Teoría de solución de problemas de George Pólya. A continuación se conceptualiza sobre la teoría George Pólya¹, estableciendo cómo plantear mediante los siguientes pasos:

Una de las más importantes tareas del maestro es ayudar a sus alumnos. Tarea nada fácil. Requiere tiempo, práctica, dedicación y buenos principios.

El estudiante debe adquirir en su trabajo personal la más amplia experiencia posible. Pero si se le deja solo frente a su problema, sin ayuda alguna o casi sin ninguna, puede que no progrese. Por otra parte, si él maestro le ayuda demasiado, nada se le deja al alumno. El maestro debe ayudarlo, pero no mucho ni demasiado poco, de suerte que le deje asumir una parte razonable del trabajo.

Por ello el docente al tratar de ayudar al alumno en forma efectiva y natural, sin imponérsele, el maestro puede hacer la misma pregunta e indicar el mismo camino una y otra vez. Así, en innumerables problemas, se tiene que hacer la pregunta: ¿Cuál es la incógnita? Se puede cambiar el vocabulario y hacer la misma pregunta en diferentes formas: ¿Qué se requiere?; ¿qué quiere usted determinar?; ¿qué se le pide a usted que encuentre? El propósito de estas preguntas es concentrar la atención del alumno sobre la incógnita. A veces se obtiene el mismo resultado de modo más natural sugiriendo: Mire atentamente la incógnita. Preguntas y sugerencias tienen el mismo fin; tienden a provocar la misma operación intelectual.

Ha parecido que podría ser interesante el juntar y agrupar las preguntas y sugerencias particularmente útiles en la discusión de problemas con los alumnos. La lista que presentamos contiene preguntas y sugerencias de ese tipo, cuidadosamente elegidas y clasificadas².

La generalidad es una de las características importantes de las preguntas y sugerencias que contiene nuestra lista. Tómense las preguntas: ¿Cuál es la incógnita?; ¿cuáles son los datos?; ¿cuál es la condición? Esas preguntas son aplicables en general, podemos plantearlas eficazmente en toda clase de problemas. Su uso no está restringido a un determinado tema. Ya sea un

¹ PÓLYA George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México, febrero de 1989, p. 25 – 41.

² PÓLYA George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México, febrero de 1989, p. 25 – 41.

problema algebraico o geométrico, matemático o no, teórico o práctico, un problema serio o una mera adivinanza las preguntas tienen un sentido y ayudan a esclarecer el problema.

De hecho, existe una restricción, pero que nada tiene que ver con el tema del problema. Ciertas preguntas y sugerencias de la lista son aplicables exclusivamente a los "problemas de determinación" y no a los "problemas de demostración". Si se está en presencia de un problema de este último género debemos emplear preguntas diferentes "problemas por resolver, problemas por demostrar.

Sentido común. En este tipo de preguntas que son generales, lo que hace que sean sencillas, obvias y procedan del más simple sentido común. Una buena sugerencia sería mirar la incógnita y tratar de pensar en un problema que le sea familiar donde se maneje la misma incógnita o una similar. Obrando así, usted está en la línea de la sugerencia mencionada en nuestra lista. Y está también sobre un buen camino: la sugerencia es buena, le sugiere un camino a seguir que le llevará con frecuencia al éxito

Todas las preguntas y sugerencias de nuestra lista son naturales, sencillas, obvias y no proceden más que del sentido común, pero expresan dicho sentido común en términos generales. Sugieren una cierta conducta que debe presentarse en forma natural en la mente de cualquiera que tenga un cierto sentido común y un serio deseo de resolver el problema que se le ha propuesto. Pero la persona que procede así, en general no se preocupa por hacer explícito claramente su comportamiento o no es capaz de hacerlo. La lista trata precisamente de hacerlo explícito.

Cuando el docente decide realizar una pregunta a sus alumnos puede proponerse dos fines, primero, el ayudar al alumno a resolver el problema en cuestión. Segundo, el desarrollar la habilidad del alumno de tal modo que pueda resolver por sí mismo problemas anteriores.

La experiencia muestra que las preguntas y sugerencias de la lista, empleadas apropiadamente, ayudan con frecuencia al alumno. Tienen dos características comunes, el sentido común y la generalización. Como provienen del sentido común, se presentan con frecuencia de un modo natural; se le podrían ocurrir al propio alumno. Como son generales, ayudan sin imponerse, indicando una dirección general, pero dejando al alumno mucho por hacer.

Sin embargo, los dos resultados que mencionábamos antes están estrechamente ligados. En efecto, si el alumno logra resolver con éxito el problema en cuestión, está desarrollando su habilidad en la resolución de problemas. Conviene, pues, no olvidar que nuestras preguntas son generales y aplicables a numerosos casos. Si el alumno emplea la misma pregunta varias veces con buen resultado, sin duda se

fijará en ella y a ella recurrirá cuando se encuentre en un caso similar. Si se hace esa misma pregunta varias veces, acabará tal vez por deducir la idea exacta. Mediante tal éxito, descubrirá la manera correcta de emplear la pregunta y será entonces cuando realmente la habrá asimilado³.

El resolver problemas es una cuestión de habilidad práctica como, por ejemplo, el nadar. La habilidad práctica se adquiere mediante la imitación y la práctica. Al tratar de nadar imitamos los movimientos de pies y manos que hacen las personas que logran así mantenerse a flote, y finalmente aprender a nadar practicando la natación. Al tratar de resolver problemas hay que observar e imitar lo que otras personas hacen en casos semejantes y así aprendemos problemas ejercitándolos al resolverlos.

El trabajo del profesor que quiere que sus estudiantes resuelvan problemas, debe hacer que se interesen en ellos, siendo fáciles de imitación y práctica, realizando preguntas y sugerencias de modo natural, además, que debe “dramatizar” un poco sus ideas y resolver con antelación las mismas preguntas que usa para sus alumnos, para que con esto el alumno no se limite a un simple hecho matemático, sino que aprenda a usar preguntas y sugerencias para cosas más importantes.

1.1.2 Divisiones principales, preguntas principales. Cuatro fases. Al tratar de encontrar la solución se puede cambiar repetidamente el punto de vista, de modo que se considere el problema. Tiene que cambiar de posición una y otra vez. La concepción del problema será probablemente incompleta al empezar a trabajar; la visión será diferente cuando hayamos avanzado un poco y cambiará nuevamente cuando se esté a punto de lograr la solución⁴.

A fin de agrupar en forma cómoda las preguntas y sugerencias de nuestra lista, distinguiremos cuatro fases del trabajo. Primero, tenemos que comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide. Segundo, tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Tercero, poner en ejecución el plan. Cuarto, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

1.1.3 Comprensión del problema. Es tonto el contestar a una pregunta que no se comprende. Es deplorable trabajar para un fin que no se desea. El maestro debe tratar de evitar que se produzca en su clase. El alumno debe comprender el

³ PÓLYA George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México, febrero de 1989, p. 25 – 41.

⁴ PÓLYA George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México, febrero de 1989, p. 25 – 41.

problema. Pero no sólo debe comprenderlo, sino también debe desear resolverlo. Si hay falta de comprensión o de interés por parte del alumno, no siempre es su culpa; el problema debe escogerse adecuadamente, ni muy difícil ni muy fácil, y debe dedicarse un cierto tiempo a exponerlo de un modo natural e interesante.

Ante todo, el enunciado verbal del problema debe ser comprendido. El maestro puede comprobarlo, hasta cierto punto, pidiéndole al alumno que repita el enunciado, lo cual deberá poder hacer sin titubeos. El alumno deberá también poder separar las principales partes del problema, la incógnita, los datos, la condición. Rara vez puede el maestro evitar las preguntas: ¿Cuál es la incógnita?; ¿cuáles son los datos?; ¿cuál es la condición?

El alumno debe considerar las principales partes del problema atentamente, repetidas veces y bajo diversos ángulos. Si hay alguna figura relacionada al problema, debe dibujar la figura y destacar en ella la incógnita y los datos. Es necesario dar nombres a dichos elementos y por consiguiente introducir una notación adecuada; poniendo cuidado en la apropiada elección de los signos, está obligado a considerar los elementos para los cuales los signos deben de ser elegidos. Hay otra pregunta que puede plantearse en este momento, con tal de que no se espere una respuesta definitiva, sino más bien provisional o una mera conjetura: ¿Es posible satisfacer la condición?

1.1.4 Concepción de un plan. Tiene un plan cuando se sabe, al menos a "grosso modo", qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita. De la comprensión del problema a la concepción del plan, el camino puede ser largo y tortuoso. De hecho, lo esencial en la solución de un problema es el concebir la idea de un plan. Esta idea puede tomar forma poco a poco o bien, después de ensayos aparentemente infructuosos y de un periodo de duda, se puede tener de pronto una "idea brillante". Lo mejor que puede hacer el maestro por su alumno es conducirlo a esa idea brillante ayudándole, pero sin imponérsele. Las preguntas y sugerencias de las que vamos a hablar, tienen por objeto provocar tales ideas⁵.

Para comprender la posición del alumno, el maestro debe pensar en su propia experiencia, en sus propias dificultades y éxitos en la resolución de problemas.

Se sabe, claro está, que es difícil tener una buena idea si nuestros conocimientos son pobres en la materia, y mucho más si los desconocemos por completo, así es qué, para tener buenas ideas, debemos tener conocimientos y experiencias previamente adquiridas y más si hablamos de solucionar contenidos matemáticos,

⁵ PÓLYA George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México, febrero de 1989, p. 25 – 41.

porque estos, requieren de conocimientos específicos, en este aspecto es conveniente preguntar ¿conoce algún problema relacionado?

La problemáticas es que resultan un infinidad de problemas que se relacionan de alguna manera con el que nos interesa, por eso es importante, mirar bien la incógnita, tratar de pensar en un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una similar.

De esta forma, nos hace falta entonces buscar otro punto de contacto y explorar los diversos aspectos de nuestro problema. Debe cambiar, transformar o modificar el problema, usando medios específicos para variar el problema, tales como la generalización, el empleo de analogía, el descartar una parte de la condición y así por el estilo.

Una modificación del problema puede conducirnos a algún otro problema auxiliar apropiado: si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema relacionado con él, sin dejar atrás tener en cuenta, estar cuestionándonos ¿ha empleado todos los datos? ¿Ha hecho uso de toda la condición?

1.1.5 Ejecución del plan. Poner en pie un plan, concebir la idea de la solución, ello no tiene nada de fácil. Hace falta, para lograrlo, el concurso de toda una serie de circunstancias: conocimientos ya adquiridos, buenos hábitos de pensamiento, concentración, y lo que es más, buena suerte. Es mucho más fácil llevar al cabo el plan. Para ello lo que se requiere sobre todo es paciencia⁶.

El plan proporciona una línea general. Se debe de asegurar que los detalles encajan bien en esa línea. Nos hace falta, pues, examinar los detalles uno tras otro, pacientemente, hasta que todo esté perfectamente claro, sin que quede ningún rincón oscuro donde podría disimularse un error.

El alumno nunca se va a olvidar del plan que construyo por sí solo, si es que realmente lo hizo así, ya que, no basta que éste use un plan que el docente le haya trazado, con esto el docente lo único que obtendría sería una falsa tranquilidad, arriesgándose a que el estudiante olvide el fin o se desinterese en lo que quiere lograr. No obstante, el profesor debe insistir en que el alumno verifique cada paso, es decir, que éste realice un buen proceso.

Lo esencial es que el alumno honestamente esté por completo seguro de la exactitud de cada paso. En ciertos casos, el profesor puede recalcar sobre la

⁶ PÓLYA George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México, febrero de 1989, p. 25 – 41.

diferencia que hay entre "ver" y "demostrar": ¿Pueden ustedes ver claramente que el paso es correcto?; pero ¿pueden también demostrar que es correcto?

1.1.6 Heurística, como adjetivo, significa "servicio al investigador". Heurística moderna. La heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. Son diversas sus fuentes de información y no se debe descuidar ninguna.

Una experiencia que resulta a la vez de la solución de problemas y de la observación de los métodos del prójimo, constituye la base sobre la cual se construye la heurística. En este estudio se buscará sin descuidar ningún tipo de problema, los puntos comunes de las diversas formas de tratar cada uno de ellos y después trataremos de determinar las características generales independientes del tema del problema. Un tal estudio tiene objetivos "prácticos"; una mejor comprensión de las operaciones mentales típicamente útiles en la solución de un problema puede en efecto influir favorablemente en los métodos de la enseñanza, en particular en lo que se refiere a las matemáticas⁷.

1.1.7 Pólya dice que para resolver un problema se necesita.

Comprender el problema. En el estudio de la resolución de problemas, reconocemos que la claridad en el entendimiento del problema resulta determinante en el proceso de resolverlo. En esta primera fase, de familiarización hacia el problema, es importante reflexionar en cuestiones como "qué se pide", "qué se tiene" y "a dónde se quiere llegar". Algunas preguntas que debemos hacernos: ¿cuál es la incógnita?, ¿es la condición suficiente para determinar la incógnita?, ¿es suficiente?

Concebir un plan. Puedes usarla estrategia que creas conveniente. Cada quien puede establecer el camino o caminos a seguir. No hay una estrategia única cómo se plantea en los textos escolares y métodos basados en secuencias estructuradas. Algunas preguntas que debemos hacernos: ¿se ha encontrado con un problema semejante?, ¿ha visto el mismo problema planteado en otra forma? ¿Conoce problemas relacionados con este?, ¿se podría utilizar un problema relacionado con este ya resuelto? ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Se necesita algún elemento auxiliar para utilizarlo? ¿Podría emplear su resultado y su método?

⁷ PÓLYA George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México, febrero de 1989, p. 25 – 41.

Ejecutar el plan. En la formación de conceptos matemáticos, se requiere emplear un pensamiento móvil, flexible, y reversible; debemos ser capaces de encontrar distintos caminos, rodeos, asociaciones, para llegar a una solución; retornar después de un cambio al punto de partida. De esta forma podemos revisar lo que hemos hecho y de ser necesario anular lo hecho previamente y entonces estructurar las relaciones de lo encontrarlo en una red de conceptos e ideas.

Examinar la solución obtenida. Al comprobar y examinar la solución obtenida debemos hacernos las preguntas siguientes: ¿puede verificarse el resultado?, ¿puede verificarse el razonamiento?, ¿puedes obtener el resultado en forma diferente?, ¿puedes verlo de golpe?, ¿puedes emplear el resultado o el método en otro problema? La retrospectiva nos permite revisar cómo pensamos inicialmente, cómo encaminamos una estrategia, cómo efectuamos los cálculos; en fin todo el camino recorrido para obtener la solución. Este proceso cuidadoso es un excelente ejercicio de aprendizaje, y sirve para detectar/corregir posibles errores.

1.1.8 Estrategias Heurísticas. Se comportan como recursos organizativos del proceso de resolución, que contribuyen especialmente a determinar la vía de solución del problema abordado. Existen dos estrategias:

1. El trabajo hacia adelante: se parte de lo dado para realizar las reflexiones que han de conducir a la solución del problema.
2. El trabajo hacia atrás: se examina primeramente lo que se busca y, apoyándose de los conocimientos que se tienen, se analizan posibles resultados intermedios de lo que se puede deducir lo buscado, hasta llegar a los dados.

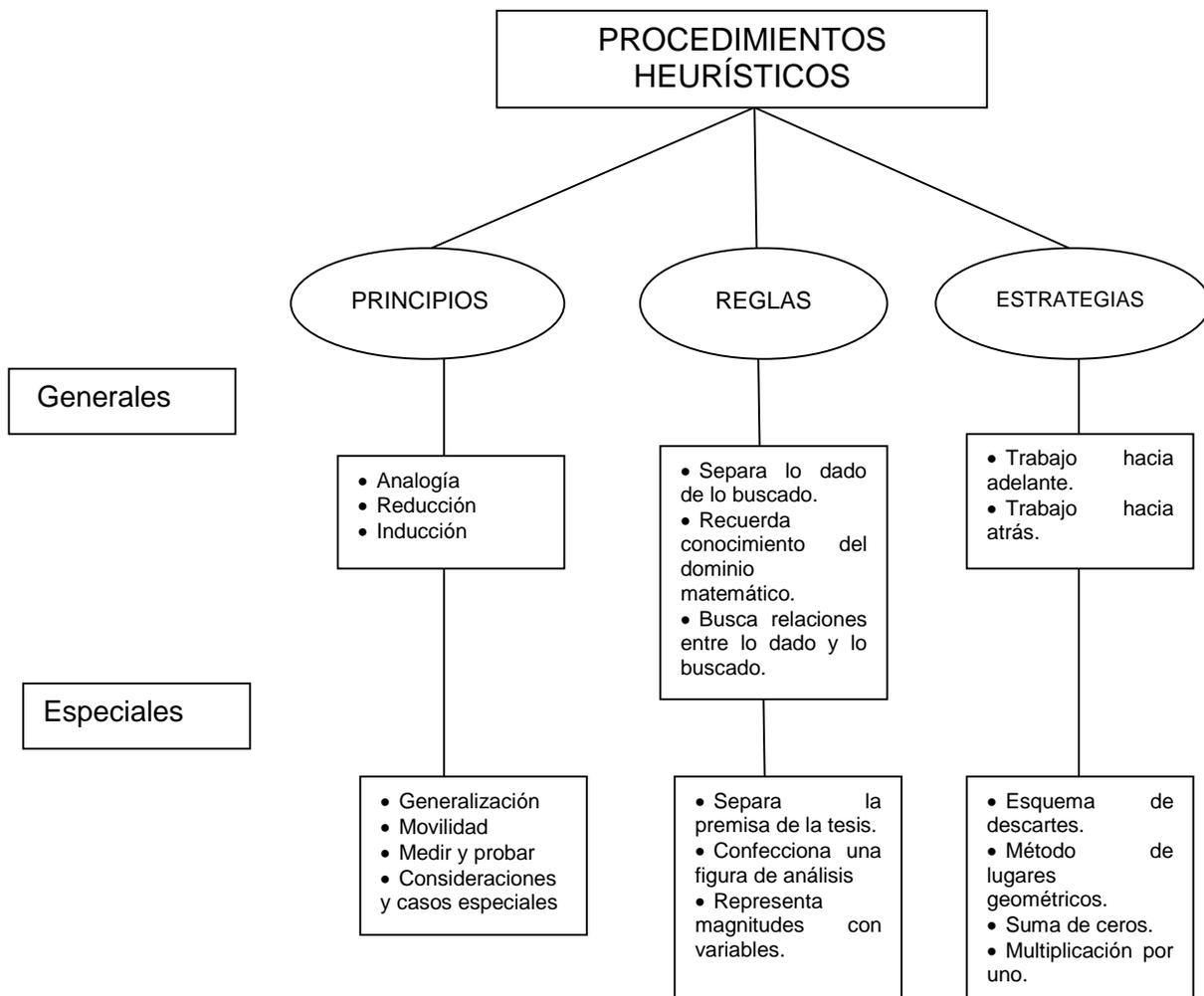
No sobra indicar que la utilización de los procedimientos heurísticos en la formación del concepto de sucesión numérica convergente; temática abordada por Valdivia, Martín y Cabrera⁸, plantean que La racionalidad de la actividad mental es una necesidad creciente de la sociedad y en consecuencia, un objetivo de la enseñanza de la Matemática en nuestro país. Ello exige que en la clase de Matemática se apliquen conscientemente tanto los medios necesarios para la racionalización como los procedimientos de trabajo mental para la solución de problemas matemáticos, o sea, los procedimientos heurísticos y algorítmicos.

Los procedimientos heurísticos juegan un papel fundamental en la dirección y desarrollo de la actividad mental de los alumnos y favorecen el uso de las formas de trabajo y de pensamiento de la matemática. Para que el alumno logre asimilar y

⁸ VALDIVIA SARDIÑAS, María de los Ángeles; MARTÍN MARILÚ, Jorge; CABRERA SARMIENTO, Lizardo. La utilización de los procedimientos heurísticos en la formación del concepto de sucesión numérica convergente. 2007.

aplicar estos procedimientos es necesario que se familiarice con ellos y que el maestro desarrolle una verdadera instrucción heurística. Una de las mayores deficiencias que presentan los profesores de matemática, es la formación de conceptos matemáticos en sus clases, por la complejidad del tema y la necesidad de brindar alternativas para su tratamiento metodológico⁹.

Figura 1. Procedimientos Heurísticos.



Fuente: VALDIVIA SARDIÑAS, María de los Ángeles; MARTÍN MARILÚ, Jorge; CABRERA SARMIENTO, Lizardo. 2007

⁹ VALDIVIA SARDIÑAS, María de los Ángeles; MARTÍN MARILÚ, Jorge; CABRERA SARMIENTO, Lizardo. 2007

1.1.9 Trabajo en equipo. Es importante resaltar a López Montalbo; Berrocal Berrocal y Palomo Badillo¹⁰, quienes establecen la importancia y priorización sobre el trabajo en equipo como una manera de ser más eficaz, eficiente y efectivo; así mismo lograr resultados de transformación con mayor interpretación y análisis, donde el grupo participa activa y dinámicamente en cada una de las conceptualizaciones sobre la temática abordada.

Una de las principales implicaciones que han supuesto los constantes cambios en los que se ven envueltas las organizaciones, y su necesidad continua de adaptación, con objeto de mantener su competitividad en un entorno cada vez menos predecible, es la forma de entender la organización del trabajo, adquiriendo los sistemas de trabajo en equipo una importancia fundamental. Se ha pasado de considerar al individuo la unidad básica a considerar, también, al grupo como célula fundamental de toda la organización.

El trabajo en equipo desde la educación, no solamente es un medio que mejora la competitividad, sino también, es un sistema de organización que mejora el ambiente escolar, la comunicación de los estudiantes, la transmisión de valores y nuevos conocimientos, siendo esto de mucho beneficio para los jóvenes que se integran a los equipos, ya que obtendrán desarrollo personal, reconocimiento, apoyo y retroinformación de parte de sus compañeros.

Pero el trabajo en equipo es algo más que un grupo de individuos que colaboran en la realización de una serie de tareas para alcanzar unos objetivos comunes. Es necesario que los miembros del grupo:

- Perciban que tienen un objetivo común.
- Se autodefinan como miembros del equipo y se perciben como una unidad diferenciada de las demás.
- Desarrollen normas que regulen las relaciones de los miembros.

Sin embargo, el trabajo en equipo no es fácil, lo que hace necesario conocer, además de sus ventajas, los inconvenientes de esta forma de estructurar el trabajo en el aula de clase, para la organización o para los estudiantes específicamente. Así mismo, es claro, que a los estudiantes se les debe dejar claro la diferencia entre grupo y equipo, ya que, formar el grupo es sencillo, lo complicado resulta al querer convertirlo en un equipo de trabajo, donde cada uno de los integrantes tendrá una responsabilidad y estará en la obligación de aportar al objetivo común.

1.1.10 Ventajas e inconvenientes del trabajo en equipo. Son múltiples las investigaciones que se han desarrollado para analizar las consecuencias para las

¹⁰ LÓPEZ MONTALVO, Gerardo de la Merced; BERROCAL BERROCAL, Francisca; PALOMO BADILLO, María Teresa. Trabajo en equipo. Editorial Pirámide. Madrid España. 2001.

organizaciones, y para los individuos, de la implantación de los sistemas de trabajo en equipo. Por ejemplo, se ha comprobado que la participación conjunta de superiores y colaboradores en el planteamiento de los objetivos y en la interpretación y análisis de los resultados, hace que las decisiones sean mejor comprendidas, aceptadas y llevadas a la práctica.

Por otro lado cuando las personas se comprometen a actuar de una manera determinada su decisión se ve fortalecida por el conocimiento de que los demás están comprometidos de una manera similar. Una de las más poderosas fuerzas motivadoras de los individuos, es sentirse respetados y apoyados por los integrantes del grupo al que consideran importante pertenecer y mantener su posición dentro de él. Este aspecto es uno de los más importantes a la hora de explicar la superioridad de la acción del grupo sobre la individual, mostrándose más productivo y creativo que cuando sus miembros trabajan de forma aislada; es decir, es superior a la suma de las contribuciones de sus componentes.

Pero las ventajas que los sistemas de trabajo en equipo tienen para mejorar la eficacia de la organización, no son suficientes para explicar el éxito de esta metodología de organización del trabajo en todo el mundo. Es preciso, tal y como hemos señalado, analizar las ventajas que tiene para las personas que forman parte de los equipos.

La mayoría de las personas estamos mucho más satisfechas cuando no solamente “hacemos” nuestro trabajo, sino que también participamos en la programación, organización y control del mismo. Los sistemas de trabajo en equipo, facilitan que el trabajador deje de ser un simple «eslabón en la cadena», que se limita a cumplir órdenes, recibiendo a cambio una recompensa que le permite satisfacer sus necesidades básicas, para ser considerado una “persona”, con todas sus competencias y potencial y que puede satisfacer, mediante el trabajo, también sus necesidades de desarrollo personal.

Concretando lo que venimos explicando, las principales ventajas que, los sistemas de trabajo en equipo, presentan frente a los tradicionales, con respecto a la organización, son:

Mayor nivel de productividad, tanto a nivel individual, al estar las personas más integradas en su trabajo y desarrollarlo de forma más eficaz, como a nivel grupal, ya que los resultados obtenidos por el grupo, cuando éste funciona como un verdadero equipo, son superiores a la suma de los que habrían obtenido sus miembros, trabajando individualmente.

Figura 2. Ventajas del trabajo en equipo.



Fuente: Schein, 1970; Gil y García, 1996; Rodríguez Fernández, 2001.

1.1.11 Inconvenientes del trabajo en equipo.

- Consume más tiempo.
- Controlar y manipular al resto.
- Procesos que inciden en la calidad de las decisiones y solución de problemas.
- Desarrollar objetivos, normas y valores contrarios a los definidos.
- Menor productividad = holgazanería social.
- Rechazo o menosprecio hacia determinados miembros = Chivo expiatorio.

Tabla 1. Grupo vs equipo.

GRUPOS	EQUIPOS
Líder centrado en la tarea	Liderazgo compartido = Gestores de Personas
El trabajo se reparte en partes iguales y cada uno se responsabiliza al máximo	El trabajo se distribuye según su perfil competencial y motivacional. Las responsabilidades sobre los resultados son compartidas
No implica confianza mutua	Confían unos en otros
Se da el Individualismo	Se apoyan mutuamente
Se acepta la autoridad	Se otorga la autoridad

GRUPOS	EQUIPOS
No se fomenta la automotivación	Se crean las condiciones óptimas para la automotivación
Cada uno es responsable de sus resultados	Asumen responsabilidad sobre sus resultados y los del equipo
Tienen reglas	Establecen Normas
No implica orgullo de pertenencia	Están orgullosos de su equipo
Hay reservas de comunicación	Se fomenta la comunicación y la crítica constructiva
El resultado es individual	El resultado es colectivo
Existe un interés común	Existen metas definidas y conjuntas
Tienen un fin u objetivo común	Muestran compromiso emocional con el proyecto del equipo
No es importante la participación en los procesos de toma de decisiones	Es clave que las personas conozcan los procesos y procedimientos para facilitar su participación en la toma de decisiones

Fuente: Schein, 1970; Gil y García, 1996; Rodríguez Fernández, 2001.

Una de las diferencias entre un grupo de trabajo y un equipo de alto rendimiento es la necesidad de desarrollar y mejorar el rendimiento. Un verdadero equipo está compuesto por personas comprometidas, que comparten objetivos y que tiene claro que los demás son claves para la consecución de estos y el enfoque a adoptar por el equipo. Para ello, es necesario pasar por varios estadios y evolucionar desde el estadio inicial de grupo hasta ser un equipo de alto rendimiento. Las características de cada uno de los estadios son:

Grupo de trabajo: No existe un propósito común. Las personas participan e interactúan principalmente en un grupo de trabajo para compartir información, mejores prácticas o perspectivas; tomar decisiones y coordinar prácticas. Cada persona asume sus responsabilidades pero no hay necesidad de responsabilidades compartidas.

Seudoequipo: En realidad, es un grupo de personas que se hacen llamar equipo, sin embargo no existe coordinación alguna, ni establecen responsabilidades conjuntas. Además, sus interacciones suelen afectar al rendimiento individual y no contribuyen al rendimiento de grupo.

Equipo potencial: Es un grupo que es consciente de la necesidad de mejorar e incrementar el rendimiento. Sin embargo, no lo consiguen en su totalidad por falta de claridad en la definición de los objetivos comunes, de disciplina y de un enfoque común.

Equipo verdadero: se caracteriza por la existencia de personas con competencias complementarias, y se siente mutuamente responsables.

Equipo de alto rendimiento: es lo máximo a los que se puede aspirar y llegar. Sus miembros están y se siente profunda y recíprocamente comprometidos con el éxito del equipo y con el desarrollo y crecimiento propio y de los demás. Muestran un nivel de compromiso emocional extraordinariamente alto. En ocasiones, excede al ámbito estricto del equipo.

Mantienen una relación muy estrecha y comparten la responsabilidad. Los niveles de rendimiento, tanto individual como de equipo, son muy elevados y a menudo alcanzan objetivos que para otros son inalcanzables. En proyectos que no tiene continuidad temporal, supone que el equipo se disuelva cuando han finalizado, no obstante sus relaciones (personales, profesionales) continúan siendo un factor muy positivo.

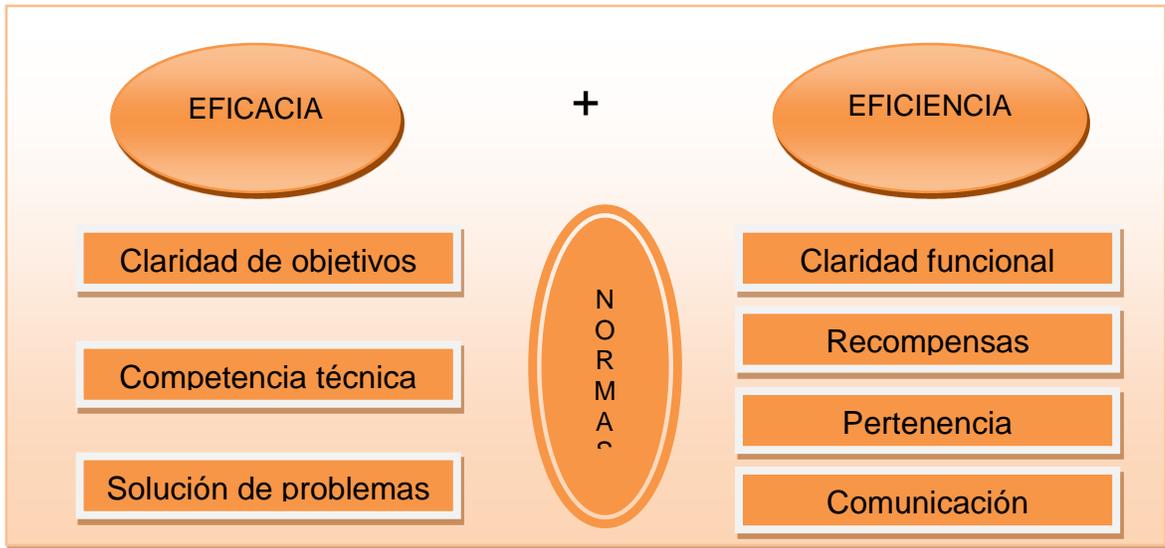
En resumen, un Equipo de Alto Rendimiento es un “Conjunto de personas que poseen talento y competencias complementarias y que trabajan para conseguir un objetivo común mostrando un alto nivel de compromiso. Interaccionan entre sí aceptando ciertas normas y compartiendo emociones, participando de un sentimiento común llamado espíritu de equipo y alcanzando un alto desempeño y excelentes resultados”.

Los equipos de trabajo efectivos. En concreto, los requisitos básicos necesarios que debe reunir un grupo para ser considerado además como un equipo, es que los miembros.

Figura 3. Requisitos de los equipos de trabajo.



Figura 4. Características de los equipos efectivos.



Las 10 Cs del trabajo en equipo¹¹. Como se ha comentado con anterioridad son muchas las características que requieren los equipos para llegar a ser equipos de alto rendimiento. La gran mayoría pueden ser clasificadas en 10 C's que exponemos a continuación:

- **Complementariedad.** Es muy probable que cada miembro domine una parcela determinada del proyecto. Obvio es que se requiere de todos los conocimientos, competencias y experiencias de los miembros del grupo pues son necesarios para sacar el trabajo o proyecto adelante. Las sinergias son parte de la clave del éxito.
- **Comunicación.** El trabajo en equipo exige una comunicación abierta y en libertad entre todos sus miembros, es esencial para poder coordinar las distintas actuaciones individuales y/o del equipo.
- **Confianza.** Cada persona tiene que confiar en el buen hacer y la valía del resto de sus compañeros/as. Es más, esta confianza le lleva a aceptar anteponer el éxito del equipo al propio alarde personal. Hemos de ser conscientes de que hay personas que tienden a confiar en los demás desde el principio, y otras personas que por experiencias previas adversas necesitan de más tiempo para construir relaciones de confianza estables en el tiempo. En este proceso, el gestor/a del equipo juega un papel determinante en la creación de un clima de confianza.

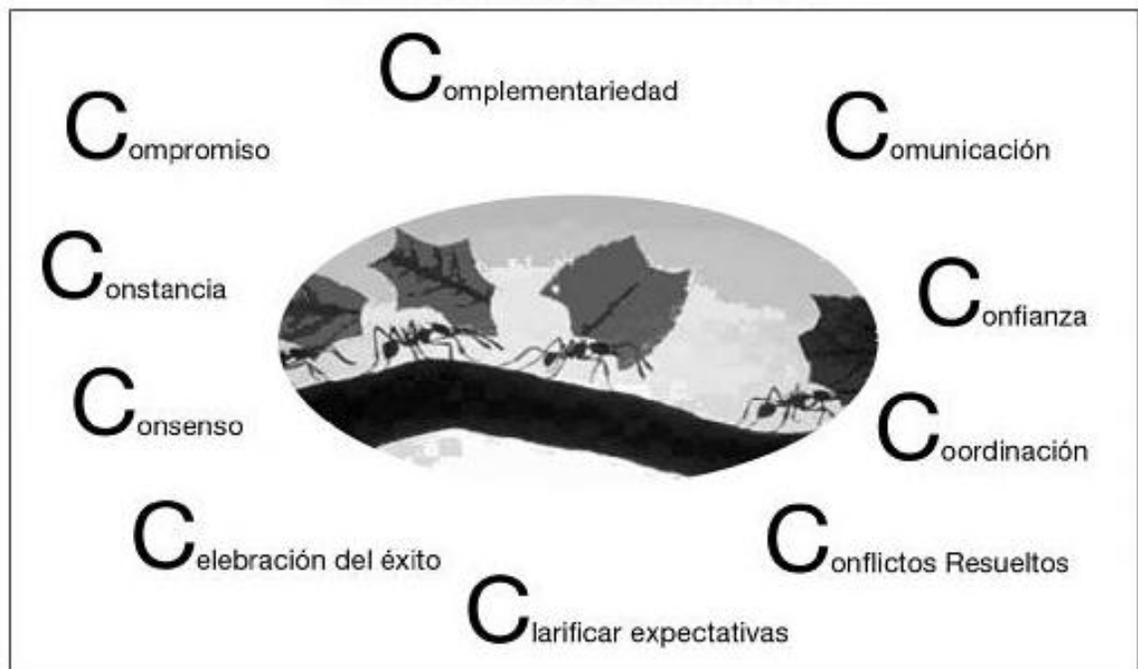
¹¹ Adaptado de Naveen T. Nair (2008): «The 5 C's of team building». En línea: <http://info.shine.com/Career-Advice-Articles/Leadership-Teamwork/The-5-Cs-of-team-building/i6o4/cjd3i.aspx> [Consulta: 27 de Febrero de 2010].

• **Coordinación.** El equipo humano, junto con su responsable o gestor/a, deben actuar de forma sistemática y organizada para así conseguir que proyecto alcance los hitos y fechas establecidas, y de esta manera puedan tener éxito.

• **Conflictos resueltos.** El conflicto no es algo que deba manejar y resolver por sí solo el Responsable del proyecto; el conflicto entre miembros del equipo debe ser manejado por las personas involucradas y a tiempo pues no se debe dilatar en el tiempo. Cuando se conduce en forma adecuada, pueden ser muy beneficioso pues:

- Hacen que los conflictos emerjan a la superficie y se resuelvan.
- Estimulan la discusión y hace que las personas aclaren sus puntos de vista, incluso cuando hay planteamientos muy divergentes.
- Favorecen que las personas busquen nuevos enfoques; luego puede fomentar la creatividad y mejorar la forma de resolver problemas.
- Ayudan a crear el equipo, especialmente, cuando se afrontan de manera apropiada y oportuna. Sin embargo, si no se procede convenientemente, puede tener una repercusión negativa sobre el equipo y los proyectos a desarrollar.

Figura 5. Las 10 Cs del trabajo en equipo.



Clarificar expectativas. Cada miembro del equipo debe tener claro lo que se espera de él/ellas. Su falta de claridad es uno de los principales motivos del fracaso de los equipos. Ahora bien, si cada una de las personas conoce y entiende su responsabilidad, habrá menos enfrentamientos, y en consecuencia se bregará en pos de los objetivos individuales y/o del equipo, y al tiempo por los objetivos finales del proyecto y/o de la Compañía.

Celebración del éxito. Dado que cada persona desempeña un papel importante en el éxito o el fracaso de un proyecto o en la consecución de los objetivos, sólo tiene sentido celebrar sus logros en equipo. Su celebración puede ser tan simple como una pizza o una nota manuscrita felicitando al equipo por los resultados del proyecto (sistema de reconocimiento de coste cero) o con sistemas tan espectaculares como un viaje de incentivos a Hawai (sistema de reconocimiento de alto coste).

Consenso. Otro factor importante es entender y cumplir con las normas que el equipo tiene para llegar a un consenso o a soluciones colegiadas. Por tanto, tiene que establecer normas en el proceso de toma de decisiones en relación a: cómo la información se recopila y comparte; cómo se procesa información; cómo se exploran nuevas opciones; cuándo se adopta una decisión al respecto; o qué método se utilizará para establecer prioridades y seleccionar la opción u opciones más adecuadas.

- **Constancia.** Sin dedicación y constancia por parte de las personas del equipo, es imposible hablar de equipos con talento. Y por supuesto, también se requiere que las personas disfruten con lo que hacen y, por supuesto, es necesario que dominen lo que hacen.

- **Compromiso.** Cada miembro se compromete a aportar lo mejor de sí mismo, a poner todo su empeño en sacar el trabajo adelante. Deben comprender las metas del equipo y la incidencia de sus objetivos con el equipo, mostrando un compromiso total y haciendo que el equipo sea cada vez más fuerte.

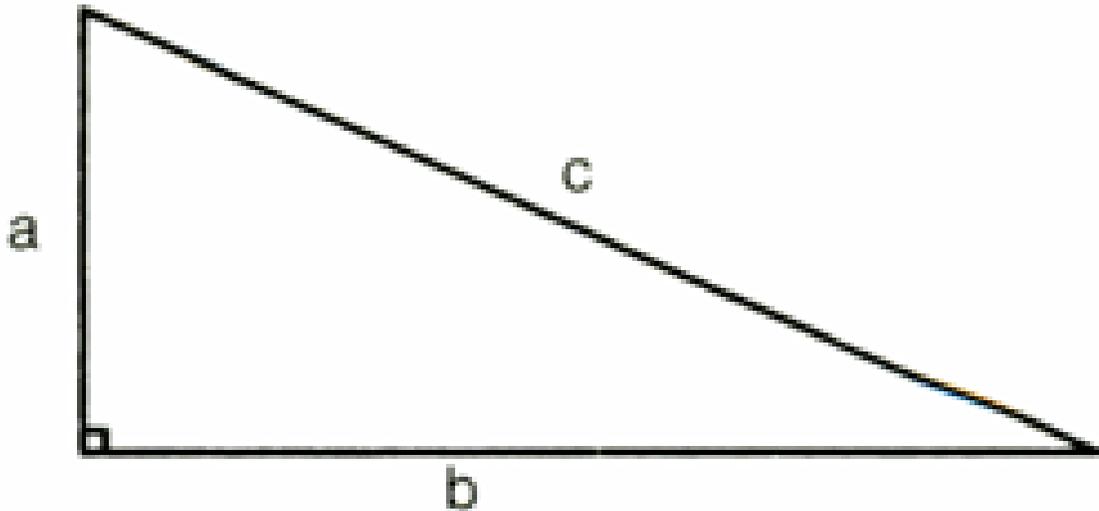
1.2 MARCO CONCEPTUAL

1.2.1 Pitágoras de Samos. Pitágoras fue posiblemente el primer genio que dio la cultura occidental y, al parecer, sentó un precedente al representar esta mezcla de intelecto privilegiado y locura sobresaliente que más tarde se convertiría en ese rasgo tan recurrente dentro de esta subespecie.

Por otra parte, a Pitágoras se le han atribuido muchas muestras de genio puro, y la memorable de ellas es, por supuesto, su teorema. Este viene a establecer que

dado un triángulo rectángulo cuyos lados midan a , b y c , siendo c el lado opuesto al ángulo recto se cumple que¹² $a^2 + b^2 = c^2$:

Figura 6. Teorema de Pitágoras.



Fuente: Strathern. 1999.

1.2.2 Historia del teorema¹³. En las Matemáticas de todas las civilizaciones históricas, las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo han sido siempre uno de los temas más relevantes objeto de estudio y especulación. La primera y más sobresaliente de estas relaciones es el Teorema universalmente asociado, por tradición, con la figura de Pitágoras, en el que se establece: (El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos). Este enunciado es considerado por muchos historiadores de la Matemática como el más deslumbrante, atractivo, famoso y útil teorema de la Geometría elemental, porque ha marcado un hito fundamental en la Historia de las Matemáticas. Además de Teorema de Pitágoras, se le ha llamado de muy diversas formas a lo largo de la Historia. Los griegos le llamaban Teorema de la mujer casada, en la Edad Media se le apodó Inventum hecatombe dignum y Magister matheseos y muy habitualmente se le ha llamado la proposición I.47, atendiendo al lugar que ocupa en Los Elementos de Euclides.

Ningún teorema matemático ha recibido tanta atención y curiosidad y tantas pruebas, ilustraciones y demostraciones de personajes muy diferentes y con

¹²STRATHERN, Paul. Pitágoras y su teorema. Siglo XXI de España Editores. Madrid. 1999.

¹³ GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel. El teorema llamado Pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. Editorial Azaroa. Barcelona, 2008.

intereses intelectuales muy heterogéneos. Es un teorema que ha causado una gran admiración a todo tipo de personas, matemáticos y no matemáticos, pero también una gran extrañeza y perplejidad a otras –Leonardo, Hobbes, Schopenhauer, Einstein– porque, a diferencia de otros teoremas, aparentemente no existe ninguna razón intuitiva para que los cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo (la hipotenusa y los catetos) deban tener un vínculo tan estrecho entre sí.

La verosimilitud del Teorema de Pitágoras no depende de un dibujo bien ilustrado sino que obedece por completo a un ejercicio intelectual puro alejado de lo sensorial (la deducción lógica). Por eso, para muchos historiadores de la Ciencia, el Teorema de Pitágoras tiene un valor simbólico iniciático como elemento cultural responsable de la aparición de la Geometría racional en la Escuela Pitagórica y por tanto forma parte ineludible de la semilla básica de la propia naturaleza de la Matemática desde su origen como ciencia especulativa y deductiva en los albores de la civilización helénica. La emergencia de este teorema en el horizonte histórico cultural pero también en el horizonte escolar señala el primer salto intelectual entre los confines de la especulación empírica y los dominios del razonamiento deductivo. En efecto, el Teorema de Pitágoras pudo estar en el origen de la demostración que caracteriza a la Matemática con respecto a las demás ciencias, ya que la prueba pitagórica del Teorema de Pitágoras tal vez sea la primera demostración verdaderamente matemática de la Historia. Y también el Teorema de Pitágoras está situado en el umbral que inicia una pauta deductiva en el desarrollo de la Matemática escolar elemental.

El Teorema de Pitágoras aparece por doquier en la Matemática. Es la base de multitud de teoremas geométricos, de los estudios sobre polígonos y poliedros, de la Geometría Analítica y de la Trigonometría, la fórmula $\text{sen}\alpha^2 + \text{cos}\alpha^2 = 1$ es un caso particular del Teorema de Pitágoras y el Teorema del coseno es una generalización del mismo. La ecuación pitagórica $x^2 + y^2 = z^2$ es la ecuación de la circunferencia y la raíz histórica del Análisis indeterminado de Diofanto y Fermat. El Teorema de Pitágoras también pudo ser el germen de la dramática aparición de la inconmensurabilidad en la Escuela Pitagórica, de gran trascendencia en la estructuración y sistematización euclídea de la Geometría griega. Así pues, por todo lo dicho y por lo que diremos acerca del Teorema de Pitágoras, estamos ante un auténtico paradigma para la Matemática y sobre todo para la Educación matemática. Por esto y por la universalidad que le caracteriza, el Teorema de Pitágoras pertenece al imaginario cultural de casi todos los pueblos¹⁴.

¹⁴ GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel. El teorema llamado Pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. Editorial Azaroa. Barcelona, 2008.

1.2.3 El Teorema de Pitágoras en las civilizaciones prehelénicas. Una tradición muy persistente, que toma como base documental a Plutarco, Diógenes Laercio, Ateneo y Proclo, atribuye el Teorema de Pitágoras al propio Pitágoras. Pero el examen arqueológico realizado en el pasado siglo de las tablillas de arcilla encontradas en Mesopotamia, pertenecientes a las civilizaciones que se desarrollaron entre los ríos Tigris y Éufrates en el segundo milenio antes de J.C., ha revelado que los antiguos babilonios conocían aspectos del Teorema, más de mil años antes que el propio Pitágoras. Algo similar se puede afirmar respecto de las culturas que aparecieron a lo largo del río Nilo, así como de la antigua civilización hindú y de las antiguas civilizaciones chinas que surgieron en las cuencas de los ríos Yangtze y Amarillo. Pero parece ser que no lo conocían ni las grandes civilizaciones precolombinas de América ni tampoco las del continente africano, exceptuando la egipcia. Las referencias prehelénicas al Teorema no contienen, sin embargo, pruebas del mismo, mientras que es generalizada la creencia de que fue Pitágoras el primero en proporcionarnos una demostración lógica del Teorema, lo que hará justo que éste haya pasado a la historia con su nombre.

El análisis histórico de la relación entre los lados de un triángulo rectángulo se puede dividir en tres estadios de desarrollo. En el estadio inicial, puramente aritmético y empírico-práctico se obtienen resultados numéricos concretos para los lados del triángulo. En el estadio siguiente aritmético-geométrico, se obtienen leyes generales de formación de los lados. Finalmente se penetra en la profundidad del pensamiento matemático investigando las demostraciones de los resultados generales de los estadios precedentes. Las dos primeras etapas corresponden a las civilizaciones orientales aludidas, mientras que a la tercera etapa sólo contribuyeron los griegos, particularmente Pitágoras y Euclides.

1.2.4 El Teorema de Pitágoras en Babilonia. Mucho antes de que Pitágoras enunciara la ley general a la que la Historia ha bautizado con su nombre, la Babilonia de la dinastía de Hammurabi sabía cómo calcular ternas de números pitagóricos. La Arqueología ha recuperado cerca de medio millón de tablillas de arcilla con textos cuneiformes, de las cuales casi trescientas tienen contenido matemático. Entre ellas sobresalen la tablilla YALE o YBC 7289, conservada en la Universidad de Yale y la PLIMPTON 322 en la Universidad de Columbia¹⁵.

1.2.5 El Teorema de Pitágoras en Egipto¹⁶. Los famosos papiros de Rhind y de Moscú, a pesar de su alto valor matemático, no mencionan el Teorema de

¹⁵ GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel. El teorema llamado Pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. Editorial Azaroa. Barcelona, 2008.

¹⁶ GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel. El teorema llamado Pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. Editorial Azaroa. Barcelona, 2008.

Pitágoras ni las ternas pitagóricas. No obstante, los egipcios conocían y utilizaban el hecho de que el triángulo de lados 3, 4 y 5 (o proporcionales a estos números), llamado “Triángulo egipcio”, es rectángulo, para trazar una línea perpendicular a otra, a modo de “escuadra de carpintero”, que era una práctica habitual de los agrimensores oficiales para recuperar las fronteras de los lindes de las tierras tras los periódicos corrimientos de tierras producidos por las crecidas del río Nilo.

Todas las pirámides de Egipto, excepto la de Keops, incorporan, de alguna manera, este triángulo rectángulo en su construcción, el cual añade a su sencillez que permite una comprobación visual instantánea del Teorema, el hecho de ser el único cuyos lados son enteros consecutivos, teniendo los obtenidos por proporcionalidad los lados en progresión aritmética.

Indicadores de logros curriculares por conjunto de grados para los distintos niveles de la educación formal, establecidos de acuerdo con lo dispuesto en la Ley 115 de 1994¹⁷.

1.3 MARCO INSTITUCIONAL

Tabla 2. Identificación institución.

Nombre del Establecimiento:	Colegio Nuestra Señora de la Sabiduría
Dirección:	Calle 40 No. 31-42 Centro. Sede Bachillerato Calle 33 B No. 40-77 Barrio el Barzal. Sede Primaria
Udel:	N 1. (Unidad de Desarrollo Educativo Local)
Ciudad:	Villavicencio
Departamento:	Meta
Teléfonos:	Sede Bachillerato: 662-28 10. Sede Primaria: 662 27 14 Teléfono celular: 321 390 7342
E-mail:	colsabi831@hotmail.com
Página Web:	www.colegiosabiduriavillavo.edu.co www.hijasdelasabiduria.org.co
Propietario:	Comunidad Religiosa Hijas de la Sabiduría
Nit:	860010524-0
Código del DANE:	350001000871
Registro S. E. M:	FOPO2002
Código del ICFES:	010918
Lic. de Funcionamiento:	Reconocimiento oficial según Resolución N 1292 del 1 de noviembre de 2001 (Modificada parcialmente según

¹⁷ REPÚBLICA DE COLOMBIA. Ley 115 de 1994. Ley General de Educación.

	Resolución N° 1276 del 12 de julio de 2011)
Calendario:	A
Carácter:	Mixto
Jornada:	Completa
Modalidades:	Académica
Naturaleza del plantel:	Privado
Confesionalidad:	Católica
Afiliado:	CONACED (Confederación Nacional de Colegios Católicos)
Santos Patronos:	San Luís María Grignon de Montfort Beata María Luisa de JESÚS.
Niveles de Enseñanza:	Transición
Básica Primaria:	1º, 2º, 3º, 4º, 5º.
Básica Secundaria:	6º, 7º, 8º, 9º.
Media Académica:	10º, 11º.

Fuente: Colegio Nuestra Señora de la Sabiduría. 2015.

El colegio nuestra señora de la sabiduría de Villavicencio es un colegio católico, de carácter privado que a partir de la espiritualidad, busca construir con calidad procesos académicos, usando la unión entre la ciencia, la vida y la fe. Formando ciudadanos competentes, comprometidos en la transformación de su entorno local y nacional; se propone para el año 2016 ser reconocido a nivel local y nacional como uno de los mejores colegios en la formación de personas competentes, con capacidad crítica, analítica e investigativa.

1.4 MARCO CURRICULAR

1.4.1 Matemáticas nivel octavo.

- Identifica y usa los números enteros y los racionales en diferentes contextos, los representa de diversas formas y establece relaciones entre ellos; redefine las operaciones básicas en los sistemas formados con estos números y establece conexiones entre
- Investiga y comprende contenidos y procedimientos matemáticos, a partir de enfoques de tratamiento y solución de problemas y generaliza soluciones y estrategias para nuevas
- Formula problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrolla y aplica diversas estrategias para resolverlos, verifica e interpreta los resultados en relación con el problema original.
- Formula, argumenta y pone a prueba hipótesis, las modifica o descarta y reconoce las condiciones necesarias para que una propiedad matemática, se

cumpla; aplica estos procedimientos en la formulación, análisis y resolución de problemas.

- Hace estimaciones sobre numerosidad, resultados de cálculos y medición de magnitudes concretas a partir de sus propias estrategias y las utiliza como criterio para verificar lo razonable de los resultados.
- Formula inferencias y argumentos coherentes, utilizando medidas de tendencia central y de dispersión para el análisis de los datos interpreta informes estadísticos y elabora críticamente conclusiones.
- Elabora modelos de fenómenos del mundo real y de las matemáticas a través de sucesiones, de series de las funciones lineal, constante, idéntica, opuesta de gráfica lineal, cuadrática y cubica.
- Representa y analiza funciones utilizando para ello tablas, expresiones orales expresiones algebraicas, ecuaciones y gráficas y hace traducciones entre estas representaciones.
- Interpreta listas de instrucciones, expresiones algebraicas y diagramas operacionales y de flujo, traduce de unos a otros y opera con ellos utilizando diferentes tipos de números.
- Constituye e interpreta fórmulas, ecuaciones e inecuaciones para representar situaciones que requieren variables, opera con cualquiera de ellas y encuentra procedimientos para resolver ecuaciones e inecuaciones.
- Construye modelos geométricos esquemas planos y maquetas utilizando escalas, instrumentos y técnicas apropiadas y visualiza, interpreta y efectúa representaciones gráficas de objetos tridimensionales en el plano.
- Visualiza, reconoce y efectúa transformaciones de polígonos en el plano y las utiliza para establecer congruencia, semejanza y simetría entre figuras.
- Comprende y usa la proporcionalidad directa e inversa de magnitudes, en distintos contextos de la vida cotidiana y utiliza diferentes procedimientos para efectuar cálculos de proporcionalidad.

1.4.2 El teorema de Pitágoras en el currículo del grado octavo, en la institución educativa nuestra señora de la sabiduría Villavicencio.

Objetivo: desarrollar el pensamiento lógico, matemático y analítico para plantarse y buscar soluciones a problemas vitales respondiendo así a la vocación del ser humano de ser creador en el largo camino de humanización y fortalecer en la persona la disciplina intelectual propia del área, ser ordenada y metódica en toda su vida.

Tabla 3. El teorema de Pitágoras en el currículo del grado octavo.

EJE TEMÁTICO	COMPETENCIAS ESPECÍFICAS DEL ÁREA	ESTÁNDAR O LINEAMIENTOS CURRICULARES	INDICADORES DE LOGRO	ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA	INSTANCIAS VERIFICADORAS
<ul style="list-style-type: none"> • Componente geométrico métrico 	<ul style="list-style-type: none"> • Hipotética • Razonamiento deductivo • Argumentativa • Comunicativa • Solución de problemas • Comparativa 	<ul style="list-style-type: none"> • Entiendo los teoremas de Thales de Mileto y de Pitágoras y los utilizo para reconocer y comparar propiedades y relaciones geométricas. • Puedo hacer una demostración (como un rompe cabezas) del teorema de Pitágoras, utilizando relaciones entre áreas; verifico. • Utilizo representaciones geométricas para resolver y solucionar problemas aritméticos y en otras clases de situaciones y condiciones. • Resuelvo y formulo problemas en los que se relacionen magnitudes de figuras planas y sólidos 	<ul style="list-style-type: none"> • Solucionan problemas usando el teorema de Pitágoras, adaptándolo a situaciones de su contexto real. • Reconoce la aplicabilidad del teorema de Pitágoras en diferentes contextos. • Desarrolla ejercicios numéricos, usando el teorema de Pitágoras y triángulos rectángulos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Estrategia didáctica basada en el trabajo en equipo • Estrategia didáctica basada en la solución de problemas según George Pólya (Ver anexo I) 	<ul style="list-style-type: none"> • Taller sobre el teorema de Pitágoras (Ver anexo B).

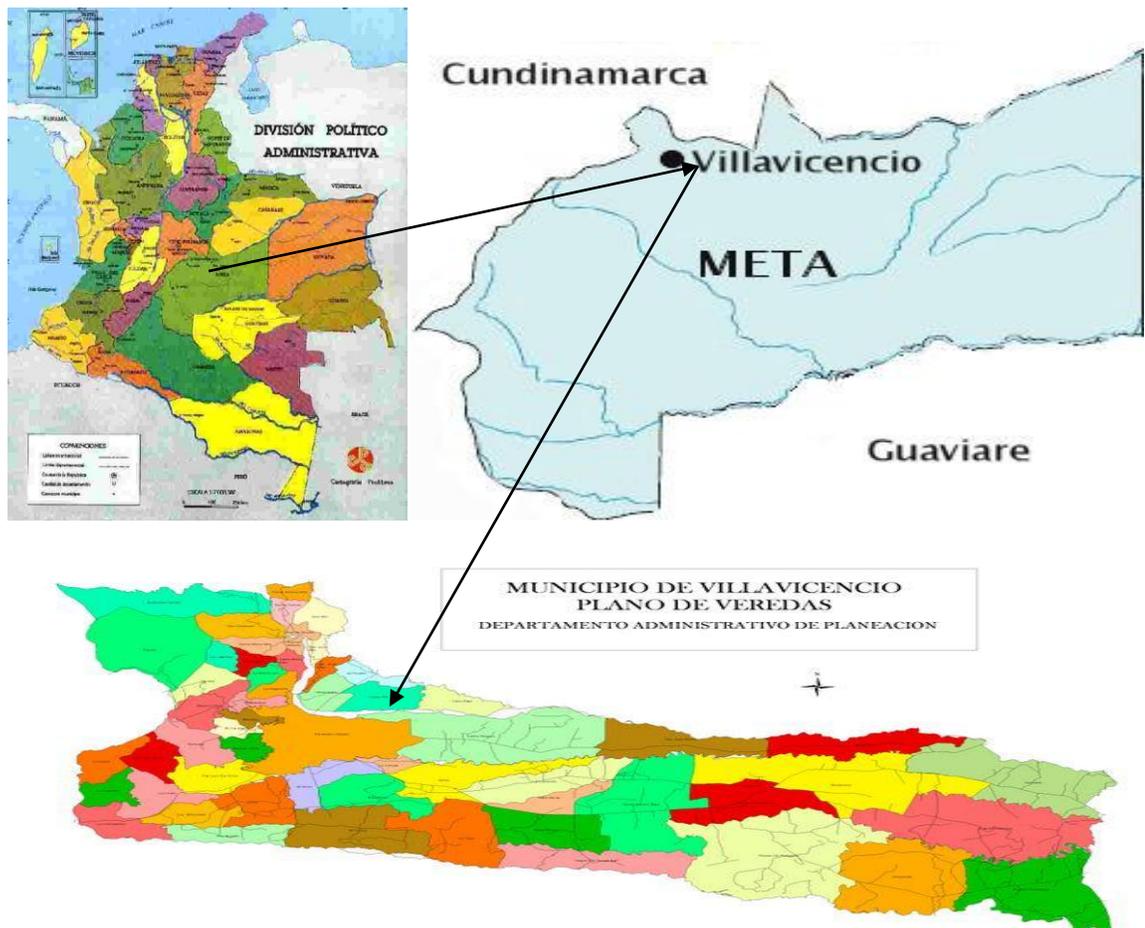
Fuente: El autor. 2015.

1.5 MARCO GEOGRÁFICO

Departamento del Meta. Está situado en la parte central del país, en la región de la Orinoquia, localizado entre los 04°54'25" y los 01°36'52" de latitud norte, y los 71°4'38" y 74°53'57" de longitud oeste. Cuenta con una superficie de 85.635 km² lo que representa el 7.5% del territorio nacional. Limita por el Norte con el departamento de Cundinamarca y los ríos Upía y Meta que lo separan del departamento del Casanare; por el Este con Vichada, por el Sur con el

departamento del Caquetá y el río Guaviare que lo separa del departamento de Guaviare; y por el Oeste con los departamentos de Huila y Cundinamarca¹⁸.

Figura 7. Mapa ubicación del departamento del Meta.



Fuente. Gobernación del Meta. Informe de coyuntura. 2013.

Municipio de Villavicencio. Capital del paisaje colombiano. A las primeras personas que llegaron a establecerse en el lugar que luego denominaron Gramalote, el Maestro Rodrigo Arenas Betancur les rindió homenaje con su monumental obra de los Fundadores, ubicada en el parque más visitado de la ciudad. Gobernación del Meta (2013).

Reseña histórica: en período sin determinar, surge de forma lenta y espontánea un asentamiento humano a partir de una posada de paso, en la que convergían

¹⁸ GOBERNACIÓN DEL META. Informe de coyuntura. 2013. P. 14 -1 8.

los caminos ganaderos provenientes de San Martín y de Casanare, donde a su vez desembocaba una vía que en 1760 comunicaba con Bogotá. Dicho lugar se encontraba en cercanías del Caño Gramalote afluente que le originó su primer nombre y en las atribuciones de la Cordillera Oriental. Ésta es la conclusión investigativa más reciente en torno a la manera como inició su vida hoy capital del Meta.

Población. 527.313 habitantes. DANE (2013).

División territorial. Comprende 234 barrios distribuidos en 8 comunas, 60 veredas y 7 corregimientos.

Temperatura. 27 grados en promedio.

Categoría. 6 estratos: de 1 al 6.

Ubicación geográfica: 409' 12" y 417' latitud norte; 7338' 06" y 7346' 21" de longitud oeste. Altitud sobre el nivel del mar: 467 metros.

Límites: sus límites municipales son: Norte: con los municipios de Restrepo y El Calvario. Oriente: con Puerto López. Sur: con Acacías y San Carlos de Guaroa. Occidente: con Acacías y el Departamento de Cundinamarca.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

Es de carácter mixto, (cualitativo – cuantitativo). La investigación Acción permitió en este proyecto el análisis de la realidad desde las experiencias de intervención social, que se utilizó con la población a investigar (estudiantes) dando con ello un aporte significativo a la teoría y práctica de la investigación; que conllevó a propiciar un cambio social, con el propósito que se tome consciencia del papel de los actores en el proceso de formación.

La investigación acción tiende a hacer una forma de indagación introspectiva, colectiva, emprendida por participantes en situaciones sociales que tienen el objeto de mejorar la racionalidad y la justicia de sus prácticas sociales y educativas, así como su comprensión de esas prácticas y de las situaciones en las que estas tienen lugar. Es decir, se trató de una forma de investigación que permitió enlazar el enfoque experimental de la ciencia social con programa de acción social que responda a los problemas sociales principales. De ahí que la investigación acción pretende tratar de forma simultánea conocimientos y cambios sociales a partir de la teoría y la práctica.

El proyecto presentó las siguientes fases o procedimientos con base en la investigación acción.

2.1.1 Fases de la investigación. El proceso investigativo se desarrolló bajo la orientación de la Investigación Acción, y se llevó a cabo las siguientes fases:

- Exploración – reflexión, consiste en la elaboración del diagnóstico y la consulta bibliográfica, empleando encuestas dirigidas a los estudiantes. La cual permitió al investigador familiarizarse con la temática de estudio.
- Fases de planificación, se diseñó la propuesta teniendo en cuenta el diagnóstico y la consulta bibliográfica.
- Acción. Se implementó actividades teórico – prácticas mediante ejercicios matemáticos, teniendo en cuanto el método didáctico de George Pólya para desarrollar el pensamiento variacional.
- Fase de evaluación. La evaluación fue continua para poder establecer acciones de mejoramiento al final se aplicó instrumentos de evaluación para establecer el aporte del método didáctico de George Pólya en el desarrollo del

pensamiento variacional en los estudiantes y en general en los docentes investigadores y la comunidad educativa.

2.2 MÉTODO DE ESTUDIO

Correspondió al método inductivo¹⁹. Proceso de conocimiento que se inicia con el propósito de llegar a conclusiones y premisas generales que pueden ser aplicadas a situaciones similares a la observada.

2.3 POBLACIÓN

La población correspondió a las estudiantes de octavo uno y dos del Colegio Nuestra Señora de la Sabiduría, ubicado en la calle 40 No. 31-42, Centro sede bachillerato.

2.3.1 Muestra. La muestra se estableció con las 40 estudiantes de los cursos octavo uno y dos del colegio nuestra señora de la sabiduría de Villavicencio

2.4 FUENTES DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

2.4.1 Fuentes primarias. Se diseñó, elaboró y aplicó un taller, una encuesta, observación y dos unidades didácticas; con el propósito de conocer e identificar el impacto de las estrategias de enseñanza de trabajo en equipo y solución de problemas según Pólya en la enseñanza del teorema de Pitágoras.

2.4.2 Fuentes secundarias. Se acudió a las siguientes fuentes de información: libros, internet, trabajos monográficos, pruebas ICFES, Saber 11, entre otros.

¹⁹ MÉNDEZ ÁLVAREZ, Carlos Eduardo. Metodología. Diseño y desarrollo del proceso de investigación. Cuarta edición. Editorial Mc Graw Hill. Bogotá, D.C. Colombia. 2004.

3. RESULTADOS

3.1 CARACTERÍSTICAS DE LAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DE TRABAJO EN EQUIPO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA CON EL FIN DE ESTRUCTURAR FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Tabla 4. Características de las estrategias.

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA	TRABAJO EN EQUIPO
<ul style="list-style-type: none"> • Método para establecer una estrategia • Método heurístico • Plantea eficazmente toda clase de problema • Problemas para resolver y demostrar • Imitación y práctica • Soluciona problemas • Mejoramiento del pensamiento matemático • Surgen preguntas, recomendaciones y operaciones intelectuales • Comprensión del problema • Concepción de un plan • Ejecución de un plan • Examinar la solución obtenida • Comprensión precisa de lo que se pide solucionar • Identificación de las relaciones que existen entre los elementos de las situaciones a resolver • Adquisición de argumentos, para discutir el • Identificación de las características del problema y el uso en la solución • Uso de experiencias propias • Se recurre a problemas previamente solucionados • Generaliza, parcializa y analogiza • Genera hábitos de pensamiento y concentración • Usa la retrospectiva 	<ul style="list-style-type: none"> • Mayor compromiso con los objetivos • Percepción de objetivos comunes • Facilita la supervisión, dirección y control • Se forma basado en principios, reglas y estrategias • Comunicación eficaz • Integración de nuevos miembros • Se trazan metas colectivas y conjuntas • Mejoramiento del pensamiento matemático • Reglas empíricas • Se estimula el liderazgo, confianza, apoyo y la autoridad • El resultado es colectivo • Se inicia con grupos hasta construir equipos • Soluciona conflictos • Se mezclan las opiniones entre superiores e inferiores, en la toma de decisiones • Mezcla compromisos generales y personales • Los integrantes querrán verse como productivos y creativos • Mayor nivel de productividad • Facilita la coordinación • Aumenta la seguridad personal • Estimula la creatividad y la innovación • Se forma crítica constructiva • Compromiso emocional

Fuente: El autor. 2015.

3.2 ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DE TRABAJO EN EQUIPO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA PARA OBTENER INFORMACIÓN PERTINENTE AL ANÁLISIS ACORDE CON EL TEOREMA DE PITÁGORAS

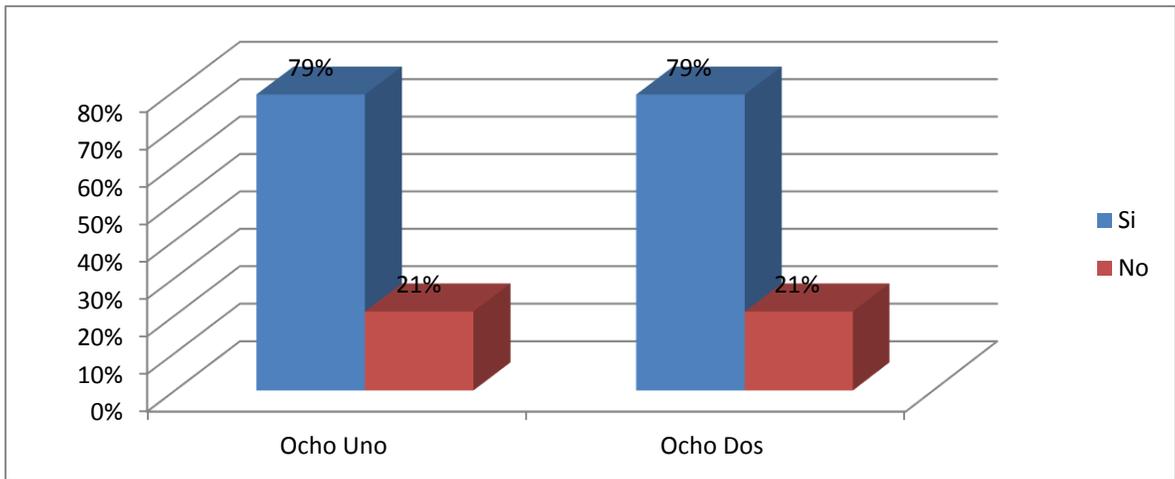
Se elaboraron dos unidades didácticas (Ver anexo I), una para cada estrategia de enseñanza, así es que, una se fundamentó en el trabajo en equipo y la otra en la solución de problemas usando el método planteado por George Pólya. El tema de las unidades didácticas fue el teorema de Pitágoras, para el desarrollo se usaron dos sesiones de dos horas cada una.

Estas unidades se estructuraron en tres partes inicio, desarrollo y cierre; en el inicio se realizan los procedimientos formales, tales como el saludo, el llamado a lista, la conceptualización, la explicación de la metodología de trabajo y la solución de inquietudes personales de las estudiantes; en el desarrollo de la clase se parte de una pregunta generadora y se contextualiza la temática del teorema de Pitágoras, además, se explican ejercicios de ejemplo y se plantean ejercicios a las estudiantes; para solucionar como actividad; finalmente para el cierre del desarrollo de las unidades se efectúan una serie de preguntas que permitirán verificar el grado de apropiación y entendimiento, por parte de las estudiantes.

3.3 GENERAR COMPARACIONES QUE PERMITAN AL DOCENTE TENER UNA DECISIÓN ACERTADA PARA EL DESARROLLO DE LA TEMÁTICA A PARTIR DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

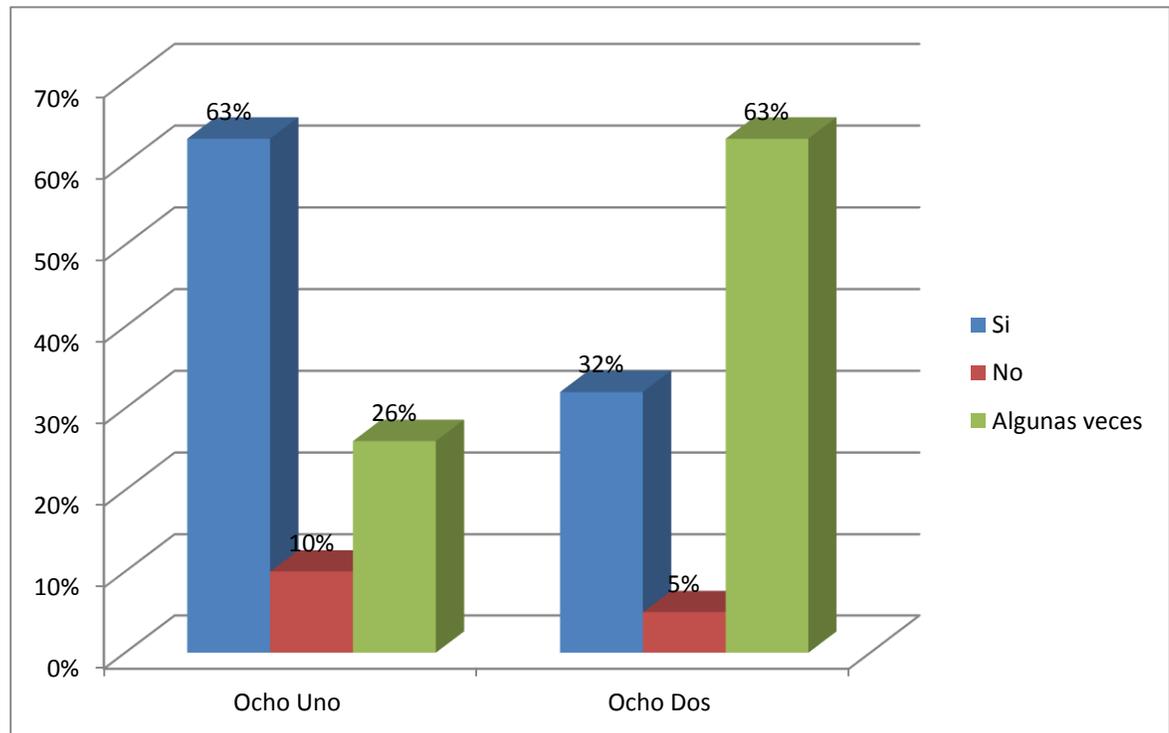
3.3.1 Encuesta realizada a las estudiantes de 8-1 y 8-2. Se realizó encuesta dirigida a los estudiantes de octavo uno y dos con el propósito de identificar los métodos de enseñanza en el proceso de descubrimiento en la solución de problemas y trabajo en equipo.

Gráfica 1. ¿Cuenta usted en el colegio con tiempo para realizar sus ejercicios en el área de matemáticas?



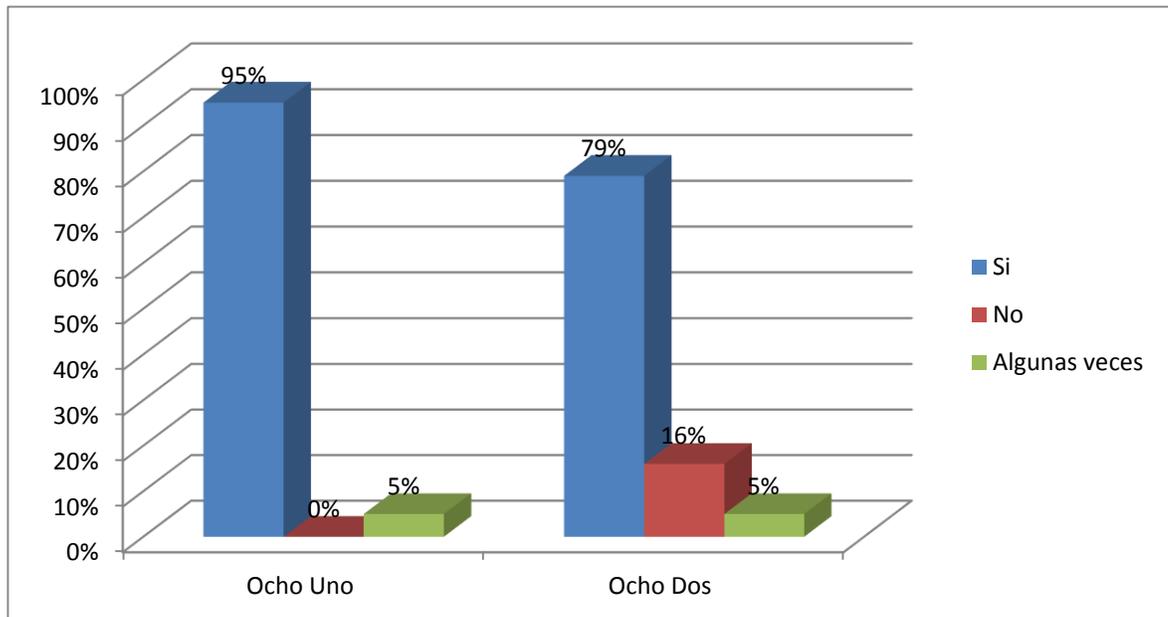
Fuente: el autor. 2015.

Gráfica 2. Su profesor deja ejercicios de matemáticas extra clase.



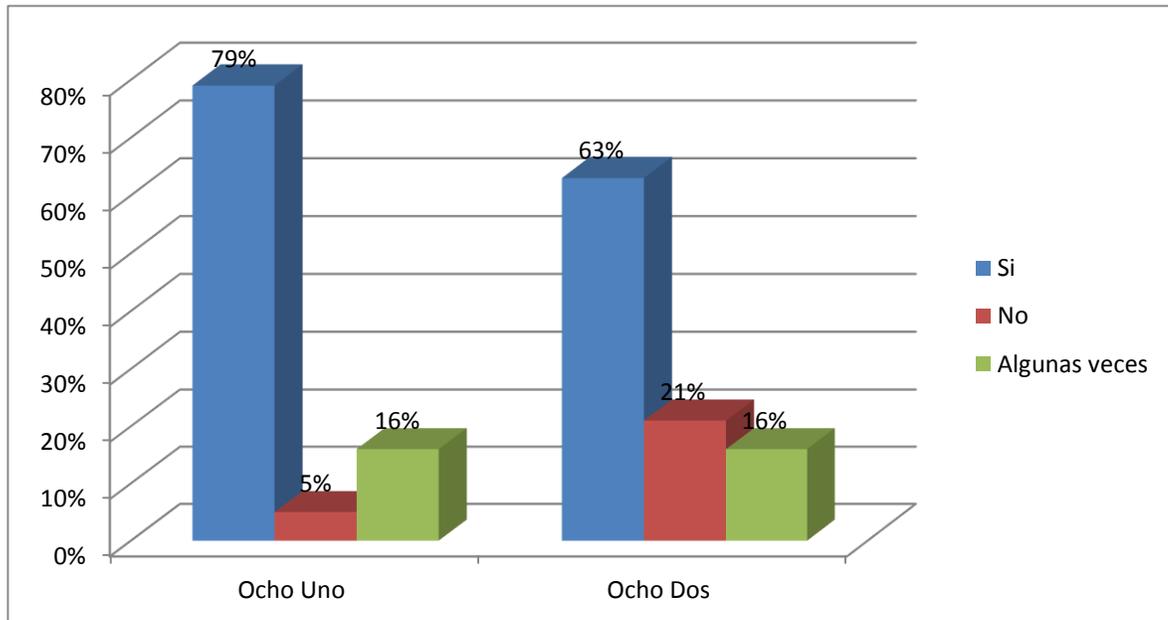
Fuente: el autor. 2015.

Gráfica 3. ¿En la institución se ha realizado prueba del saber en el tema de matemáticas?



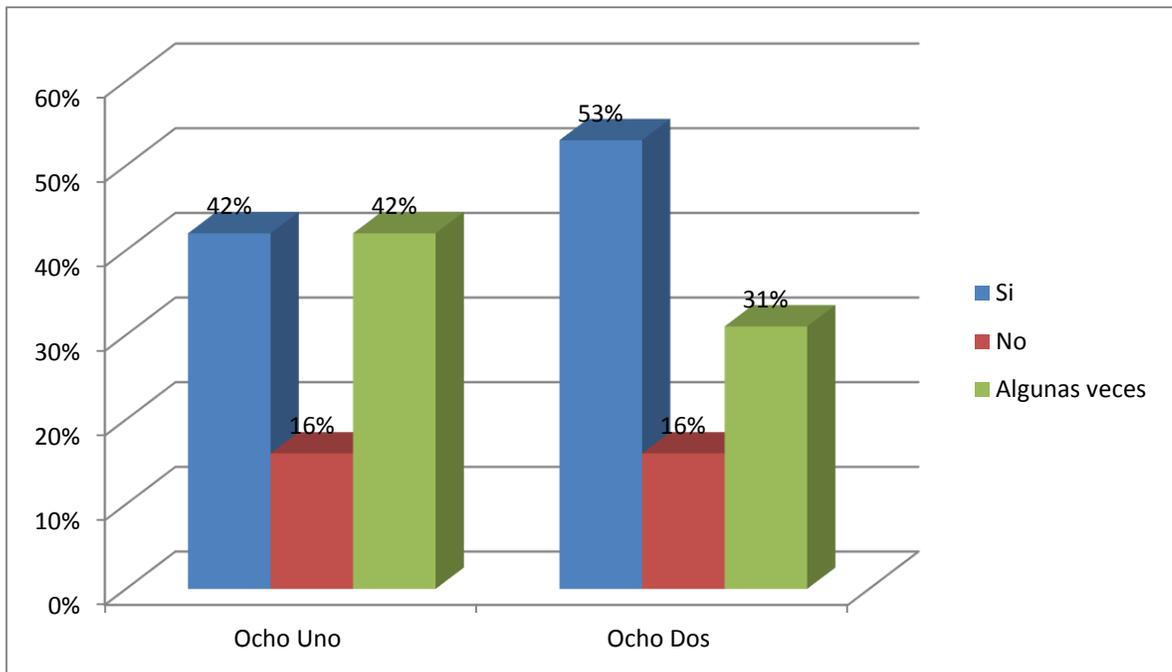
Fuente: el autor. 2015.

Gráfica 4. ¿Sus padres lo apoyan comprando material pedagógico y didáctico que le permitan practicar ejercicios en el área de Matemáticas?



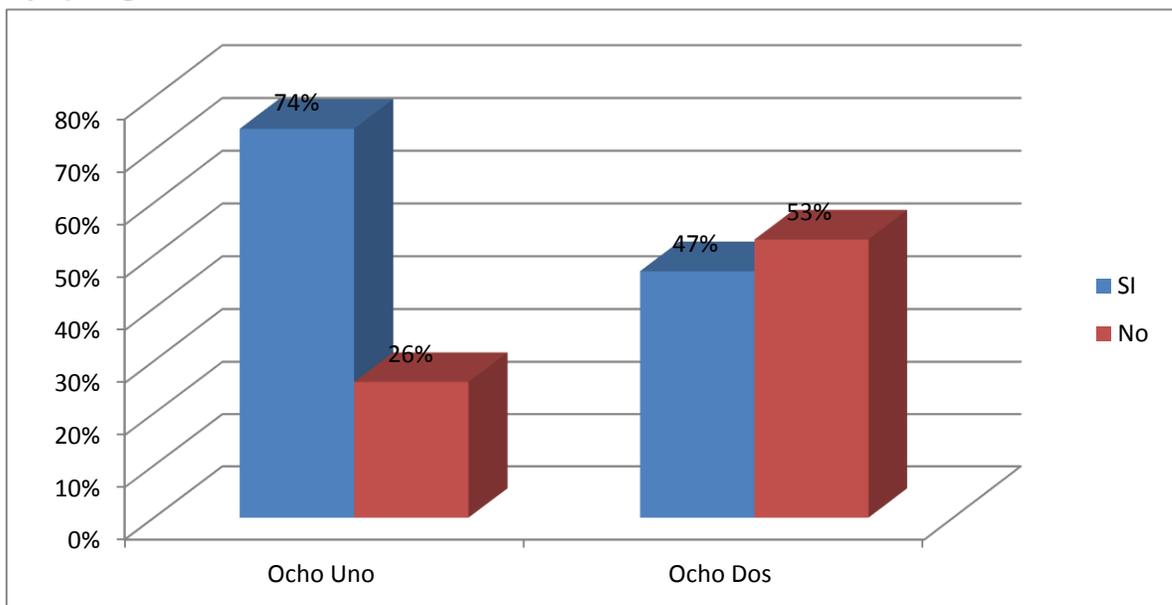
Fuente: el autor. 2015.

Gráfica 5. ¿Cuándo tiene preguntas, o inquietudes en la solución de problemas matemáticos, recurre al profesor para su explicación o ayuda?



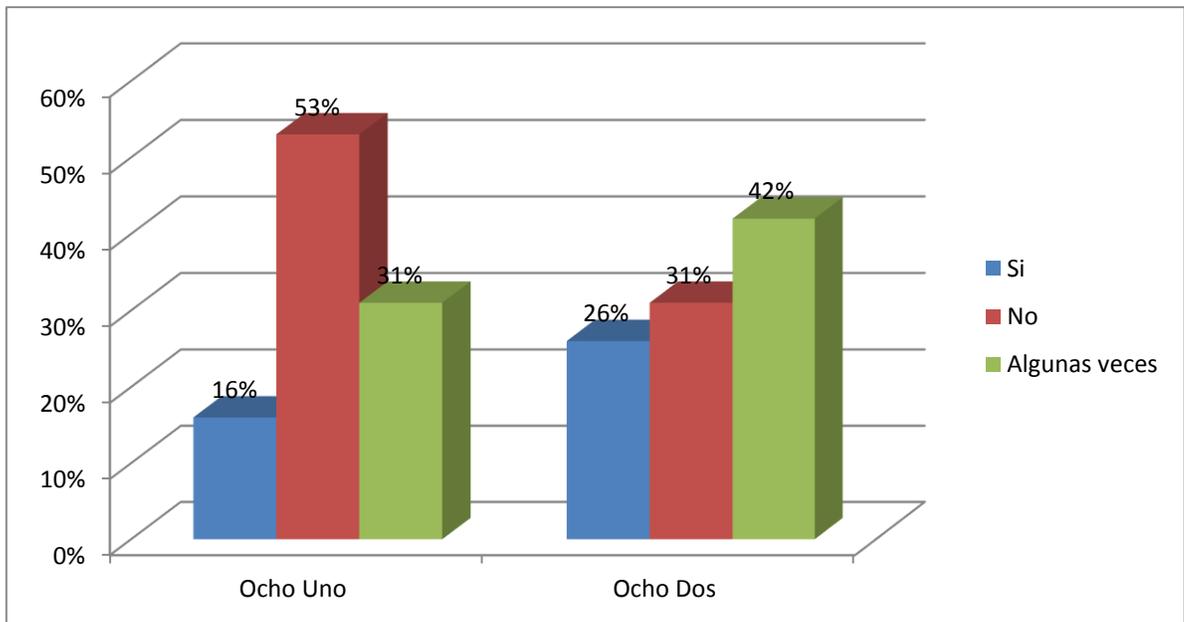
Fuente: el autor. 2015.

Gráfica 6. ¿Cuándo se le presenta un problema en el área de matemáticas los procedimientos a seguir son saber por dónde empezar, que puedo hacer y que gano haciendo esto?



Fuente: el autor. 2015.

Gráfica 7. ¿Realiza usted ejercicios en el área de matemáticas por cuenta propia durante las horas extra clase?

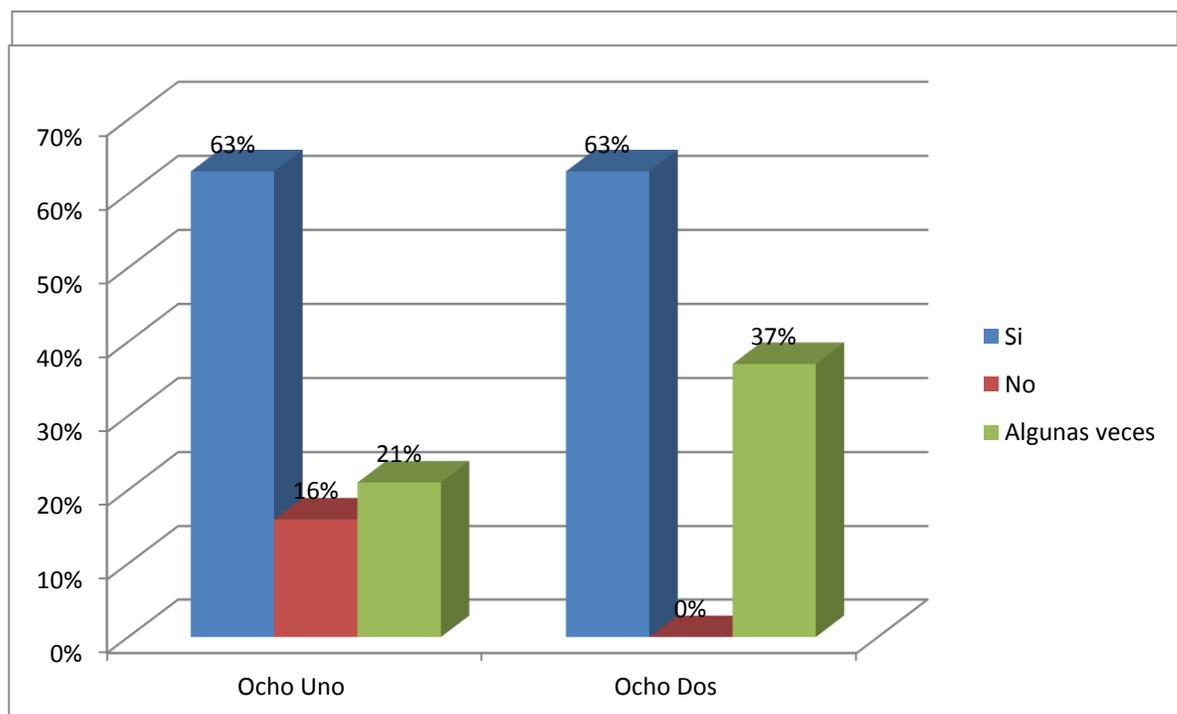


Fuente: el autor. 2015.

Gráfica 8. ¿Cuándo tiene que resolver un problema o ejercicio de matemáticas, tiene una ruta establecida para empezar a solucionar este ejercicio?

Fuente: el autor. 2015.

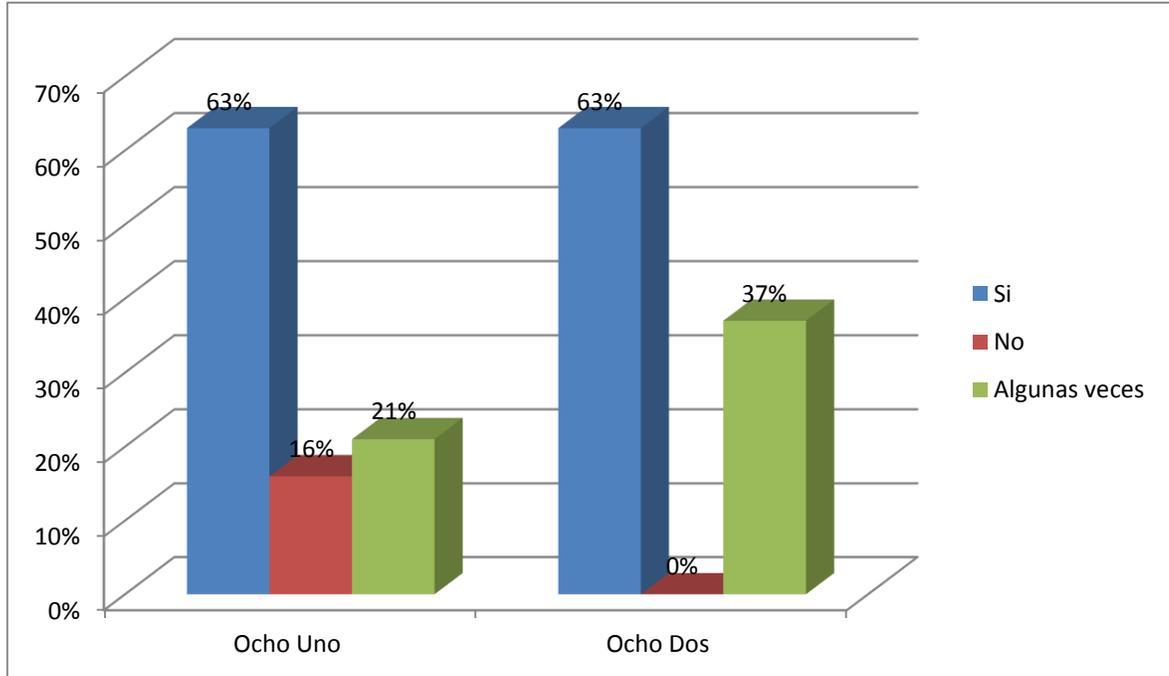
Gráfica 9. ¿Cuenta con el apoyo de sus compañeras de clase para solucionar



actividades matemáticas planteadas por el profesor?

Fuente: el autor. 2015.

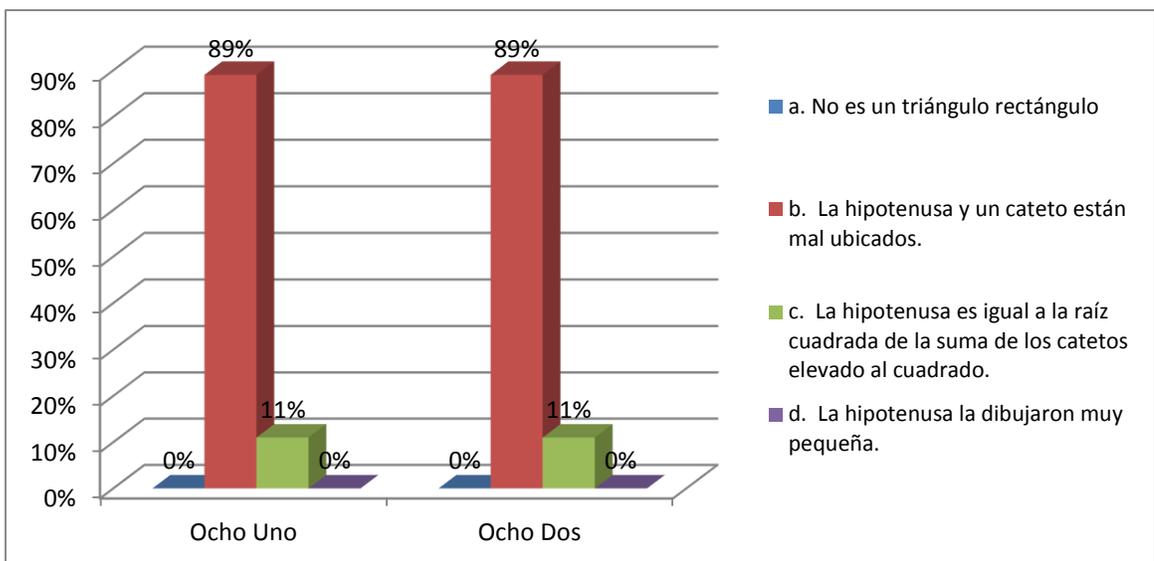
Gráfica 10. ¿La forma en que su profesor le explica las temáticas en el aula, hace que usted aprenda de una manera fácil y divertida?



Fuente: el autor. 2015.

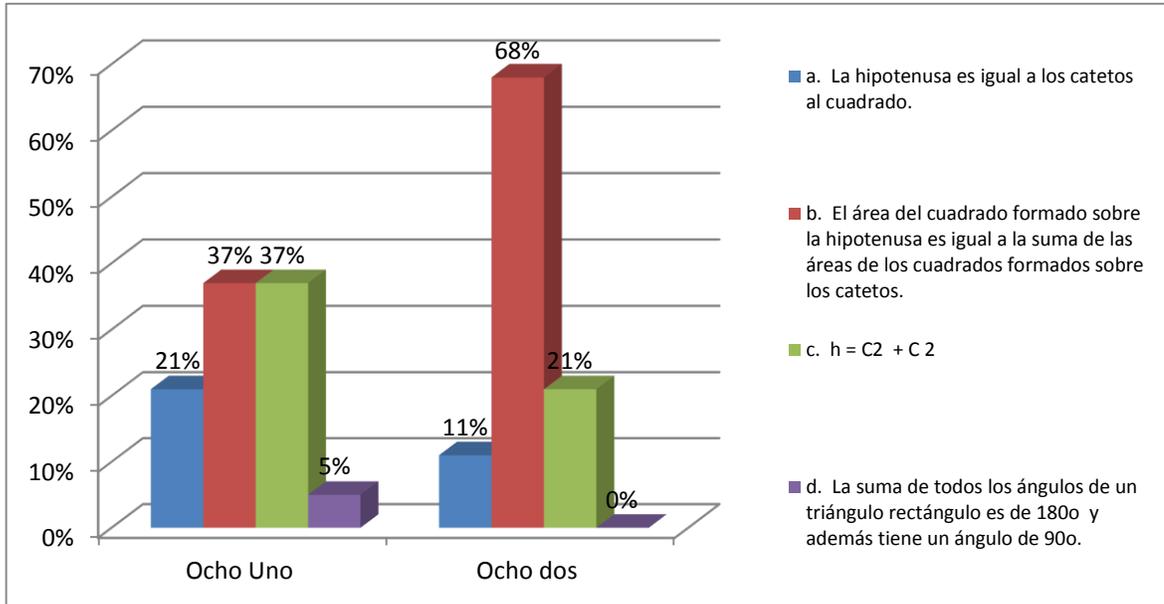
3.3.2 Taller realizado a las estudiantes de 8-1 y 8-2. Se realizó prueba matemática con el objeto de conocer las habilidades y destrezas respecto a la comprensión de la explicación respecto al teorema de Pitágoras.

Gráfica 11. Según la figura responda cuál fue el error en lo dibujado.



Fuente: el autor. 2015.

Gráfica 12. El Teorema de Pitágoras nos dice que.



Fuente: el autor. 2015.

A la pregunta tres “Encontrar el valor de la variable las estudiantes manifiestan:

Tabla 5. Respuestas pregunta tres 8-1.

Variable a	Variable b	Variable c	No contesta
5 m	24 m ²	325 m ²	
8	12	5400	
5 m	8,60 m	325 m	
5 m	24 m ²	325 m ²	
5 m	24 m ²	325 m ²	
25 m	24 m ²	125 m	
5 m ²	18 m ²	310 m ²	
5 m	24 m	3225 m	
7 m ²	24 m ²	125 m ²	
5 m	100	525 m ²	
5 m	4,9 m	325 m	
Bien 9	Bien 7	Bien 5	8

Fuente: el autor. 2015.

Tabla 6. Respuestas pregunta tres 8-2.

Variable a	Variable b	Variable c	No contesta
------------	------------	------------	-------------

25 m	24 m	325 m	
5 m	24 m ²	325 m ²	
5 m	24 m ²	325 m ²	
7 m	2	5	
7 m	2 m	5	
7 m	4 m	18 m	
7 m	2 m	5 m	
7 m	2 m	5 m	
7 m	4 m	18 m	
5 m	4 m	18 m	
5 m	4 m	18 m	
2,6 m	4,8 m ²	3,1 m	
25 m	24 m	325 m ²	
5 m	24	325	
5 m	24 m	325 m	
5 m	24 m	325 m	
5 m	24 m ²	325 m ²	
5 m	24 m ²	325 m ²	
Bien 10	Bien 14	Bien 13	1

Fuente: el autor. 2015.

A la pregunta Un niño está elevando una cometa y se da cuenta que ha gastado 25 metros de piola y que el punto exacto debajo de la cometa está a una distancia de 13 metros de sus pies. ¿Cuál será la altura de la cometa? Las estudiantes manifestaron:

Tabla 7. Respuesta pregunta cuatro 8-1.

Respuesta	No contesta
794 m ²	
27,36 m ²	
456 m ²	
456 m ²	
456 m ²	
454 m	
794 m ²	
456 m ²	
456 m ²	
Total	10

Fuente: el autor. 2015.

Tabla 8. Respuesta pregunta cuatro 8-2.

Respuesta	No contesta
426 m	
456 m ²	
456 m ²	
12 m	
12 m	
126 m	
12 m	
12 m	
460 m	
3,4 m	
4,8 m ²	
456 m	
456 m	
456 m	
456 m ²	
456 m ²	
Total	3

Fuente: el autor. 2015.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 ANÁLISIS DE LAS CARACTERÍSTICAS TEÓRICAS DE LAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DE TRABAJO EN EQUIPO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA EN LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS EN GRADO OCTAVO

Tabla 9. Análisis a características de las estrategias.

Solución de problemas según George Pólya	Trabajo en equipo
La solución de problemas planteada por Pólya es un método muy preciso y estructurado, que permite al estudiante enfrentarse a una problemática y tener claro unos pasos que debe seguir, para que no se quede encasillado preguntándose por dónde empezar; en ésta	El trabajo en equipo usado como estrategia de enseñanza, es una opción demasiado buena, ya que el estudiante no solamente se dedica a aprender la temática específica, sino que desarrolla actitudes y habilidades de tipo humanas, claro está, que se aclara que la temática específica a trabajar, el teorema de

<p>investigación se realiza el análisis desde el punto de vista, de que el estudiante trabaja de forma individual.</p> <p>Para trabajar con esta estrategia de enseñanza a el docente de matemáticas le toca aclarar y enseñar a los estudiantes cuatro pasos fundamentales, los cuales son: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y análisis de la solución obtenida; con estos pasos se solucionarán todos los problemas planteados por este mismo y así obtener respuestas acertadas.</p> <p>Al usar éste método en el aula de clases, se logró que el estudiante planteara y resolviera eficazmente cualquier clase de problema, evidenciándose en la temática del teorema de Pitágoras, ya que con este se logra una mayor habilidad en el desarrollo de ejercicios problema, además de esto, los estudiantes logran identificar todas las partes de la información que les transmite la situación del teorema que se les contextualizo.</p> <p>Luego de haber encontrado la solución al problema se abre el espacio para que los estudiantes opinen o argumenten la solución encontrada, lo que pueden realizar con facilidad, ya que tienen todos los elementos y procesos claros, los que se usaron en el desarrollo de éste, además, que lo relacionan con vivencias personales u otros problemas, solucionados con antelación. Permitiendo tener un</p>	<p>Pitágoras se desarrolló con total éxito.</p> <p>En los estudiantes se evidenció una comunicación eficaz, al establecerse sistemas de comunicación directos y reducirse el miedo a opinar, a hacer sugerencias o críticas por parte de sus compañeros, además de un mayor nivel de compromiso con los objetivos trazados por el grupo, al ser estos reconocidos y aceptados por sus mismos compañeros de clase, evidenciándose en que todos se tenían en cuenta para la toma de decisiones.</p> <p>Adicionalmente, se observó que los estudiantes afrontaron con mayor éxito las tareas que se les plantearon, en el desarrollo de la temática, y el resultado fue complejo, ya que se tenían en cuenta las opiniones de todos los miembros, para así poder tener un resultado, sin omitir que todos tienen diferentes habilidades en las que son buenos, el resultado se hace complejo.- Desde el punto de vista del que hacer docente, ésta estrategia le facilita su desempeño en el aula, aliviando sus funciones, ya que, facilita la dirección, control y supervisión del trabajo, basado en el autocontrol individual y en el control del grupo. Esto genera que la división del trabajo, también sea precisa, basándose en las competencias de cada uno de sus miembros, al no ser únicamente el coordinador, sino el equipo en su conjunto quien asigne las tareas, cada miembro realiza el trabajo para que el que este mejor preparado y que más le satisface.</p> <p>Finalmente se puede decir, que se observó que el trabajo en equipo no solamente proporciona importantes</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>mayor grado de seguridad y un léxico más amplio en el momento de explicar sus respuestas.</p> <p>Finalmente del uso de este método cómo estrategia de enseñanza, se puede decir que es muy útil en el desarrollo de cualquier temática, si y solo si, se tienen claros los procesos establecidos para ello, debido a que todos deben tener una coherencia, si lo que se quiere lograr, sean buenos resultados.</p>	<p>ventajas a nivel organizacional, sino también para los individuos que lo integran, entre sus principales beneficios se podrían destacar: los estudiantes se sintieron aceptados por sus compañeros, se observó ayuda desinteresada entre los integrantes de cada grupo, dejando claro, que lo único que tenían en mente en ese momento, era resolver el objetivo, el cual eran las tareas asignadas, aunque sin dejar a un lado que se evidenció que el trabajo en equipo no es fácil, los grupos pasan por una serie de fases antes de convertirse en equipos efectivos, y esta evolución exige tiempo, en ocasiones se observó tensiones y momentos en donde el grupo no parecía avanzar, donde todos estos aspectos son necesarios para que el grupo llegue a madurar en un verdadero equipo.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: El autor. 2015.

4.2 ANÁLISIS DE TABLAS COMPARATIVAS QUE PERMITAN AL DOCENTE TENER UNA DECISIÓN ACERTADA PARA EL DESARROLLO DE LA TEMÁTICA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

4.2.1 Análisis de los resultados de la encuesta aplicada. A continuación se presenta el análisis de cada una de las preguntas correspondientes a la encuesta aplicada a las estudiantes de los cursos octavo uno y dos, la cual está estructurada en las siguientes diez preguntas (ver anexo C).

Respecto a la pregunta ¿Cuenta usted en el colegio con tiempo para realizar sus ejercicios en el área de matemáticas? Los encuestados manifiestan grado 8-1 si el 79% y no el 21%; grado 8-2 si el 79% y no el 21%. Lo que permite mostrar que los estudiantes de 8-1 y 8-2, cuentan con la disponibilidad de tiempo para realizar ejercicios de matemáticas (en el aula y tiempo extra clase libre), aspectos que se convierten en una fortaleza para cada estudiante, si se tiene en cuenta que existe disponibilidad por un lado y otra razón fundamental es a que en el área de matemáticas particularmente se requiere de aplicación, donde el estudiante colocan los cinco sentidos, demostrando su potencialización (habilidades y destrezas numéricas), que contribuyen de manera significativa a interpretar,

comprender y analizar los problemas del área y por ende generando alternativas de solución de forma crítica.

Respecto a la pregunta dos ¿Su profesor deja ejercicios de matemáticas extra clase? Los encuestados manifiestan: 8-1 respondieron si el 63%, no el 10% y algunas veces el 26%. Mientras el grado 8-2 manifiesta si el 32%, no el 5% y algunas veces el 63%. En este aspecto es importante y necesario que el docente del área de matemáticas realice pruebas de evaluación complementaria extra clase, dejando ejercicios para que los estudiantes practiquen y retroalimenten lo aprendido en clase. Además dicho proceso estimula y motiva al desarrollo potencial de cada uno, logrando con ello establecer inquietudes o sugerencias que llevará al docente para aclarar procedimientos aplicativos en el área y contenido visto.

En cuanto a la pregunta tres ¿En la institución se ha realizado prueba del saber en el tema de matemáticas? Los encuestados manifiestan: 8-1 si el 95%, algunas veces el 5%. Frente al 8-2 que manifiesta: si el 79%, no el 16% y algunas veces el 5%. La institución a través del docente del área de matemáticas ha venido realizando las pruebas tipo saber una vez por periodo consistente en evaluar lo aprendido durante el desarrollo de las pruebas saber es contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación colombiana mediante la realización de evaluaciones aplicadas periódicamente para monitorear el desarrollo de las competencias básicas en cada uno de los estudiantes y a la vez como seguimiento de la calidad del sistema educativo. Los resultados de estas evaluaciones y el análisis de los factores asociados que inciden en los desempeños de los estudiantes, permiten que en los establecimientos educativos, la Secretaría, el Ministerio de Educación Nacional y la sociedad en general identifiquen las destrezas, habilidades y valores que los estudiantes desarrollan durante la trayectoria escolar, independientemente de su procedencia, condiciones sociales, económicas y culturales, con lo cual se pueden definir planes de mejoramiento en sus respectivos ámbitos de actuación.

En este contexto su carácter periódico posibilita además, valorar cuáles han sido los avances en un determinado lapso y establecer el impacto del programa y acciones específicas de mejoramiento.

En cuanto a la pregunta cuatro ¿Sus padres lo apoyan comprando material pedagógico y didáctico que le permitan practicar ejercicios en el área de Matemáticas? Los encuestados manifiestan: en el curso 8-1 predomina el sí con el 79% no el 5% y algunas veces el 16%. Frente al 8-2 que manifiestan si el 63%, no el 21% y algunas veces el 16%. En este aspecto es importante que los padres de familia tomen conciencia con respecto al apoyo que se le debe brindar a sus hijos mediante la compra de materiales didácticos que sirvan de información, consulta e ilustración y se tengan en casa material de consulta básica para realizar prácticas complementarias y a la vez motivar al estudiante a que debe consultar, investigar, por cuenta propia como una manera de potencializar el proceso de enseñanza –

aprendizaje y de esta manera crear hábitos o cultura de responder a los compromisos académicos y por ende desarrollar mayores habilidades y destrezas en cada una de las áreas del saber.

Respecto a la pregunta cinco ¿Cuando tiene preguntas, o inquietudes en la solución de problemas matemáticos, recurre al profesor para su explicación o ayuda? Los encuestados manifiestan: en 8-1 si el 42%, no el 16% y algunas veces el 42%. Frente a 8-2 que manifiesta si el 53%, no el 16% y algunas veces el 31%. Es necesario que en el proceso de enseñanza – aprendizaje el docente se convierta en un dinamizador, guía y compañero del estudiante; estableciendo una relación de confianza, estímulo y motivación; de tal manera que existan preguntas, sugerencias e inquietudes por parte del estudiante, al igual el maestro apoye con su conocimiento, disponibilidad de tiempo a resolver este tipo de problemas que el estudiante en algunos casos no interpreta o comprende dichos procedimientos básicos.

Se observa en la gráfica a la pregunta seis ¿Cuando se le presenta un problema en el área de matemáticas los procedimientos a seguir son saber por dónde empezar, que puedo hacer y que gano haciendo esto? Los encuestados manifiestan: 8-1 prevalece el sí con el 74%, no el 26%. Mientras que en el 8-2 predomina el no con un 53% y si el 47%. En este aspecto, se considera que la teoría de Pólya juega un papel de relevancia, si se tiene en cuenta que establecen pasos básicos fundamentales tales como, comprender el problema, concebir un plan, ejecutarlo y examinar la solución obtenida. Es así, como la habilidad del pensamiento lógico constituye un sistema de acciones que conllevan a interpretar el juicio de partida, recurrir a otras fuentes para corroborar el juicio inicial, y seleccionar las reglas lógicas que sirven de base al razonamiento. Así mismo, mediante la buena relación y comunicación (maestro-estudiante), permite que los estudiantes se apropien de las formas de trabajo y pensamiento matemáticos.

En cuanto a la pregunta siete ¿Realiza usted ejercicios en el área de matemáticas por cuenta propia durante las horas extra clase? Los encuestados manifiestan: en 8-1 prevalece el no con un 53%, seguido de algunas veces el 31% y si el 16%. Mientras en 8-2 hay mayor inclinación por algunas veces con el 42%, no el 31% y si el 26%. Lo permite evidenciar que en el área de matemáticas se requiere que el maestro esté dispuesto a escuchar al estudiante, establecer contacto visual, ponerse en el lugar del estudiante, plantear alternativas, elegir la mejor opción, comunicarse al nivel del estudiante, verificar el nivel del aprendizaje y planificar y programar talleres de manera permanente y continua que comprometan al estudiante en sus tiempos libres a retroalimentar conocimientos matemáticos logrando con ello por cuenta propia desarrollar ejercicios, análisis e interpretación y comprensión del pensamiento matemático.

Respecto a la pregunta ocho ¿Cuando tiene que resolver un problema o ejercicio de matemáticas, tiene una ruta establecida para empezar a solucionar este ejercicio?

Los encuestados manifiestan: en 8-1 si el 63%, no el 16% y algunas veces el 21%. Mientras en 8-2 el sí registra el 37%, no el 10% y algunas veces el 53%. Es conveniente que en el proceso de enseñanza – aprendizaje el maestro tenga claro que cada proceso de transmisión de conocimientos debe ser clara, precisa y concreta; logrando con ello una ejecución comprensible analítica, crítica, flexible, que genere en el estudiante motivación, estímulo y la importancia del pensamiento matemático mediante la aplicación de operaciones requeridas no solo en el que hacer académico sino en el diario vivir; logrando con ello desarrollar actitudes, aptitudes, valores y potencialidades para generar alternativas de solución.

En cuanto a la novena pregunta ¿Cuenta con el apoyo de sus compañeras de clase para solucionar actividades matemáticas planteadas por el profesor? Los encuestados manifiestan: en 8-1 si el 63%, no el 16% y algunas veces el 21%. En el 8-2 si el 63%, y algunas veces el 37%. Se muestra que existe una relación conducente a trabajo en grupo, recurriendo entre compañeros que interpretan, analizan y comprenden lo expuesto por el profesor; y que por ende es un apoyo fundamental en el proceso de aprendizaje de pensamiento matemático; estableciendo trabajo en equipo mancomunado, tanto a nivel del aula como extra clase. Eventos que si se llevan a cabo permanente y continuamente, el estudiante tendrá posibilidad de desarrollar potencialidades matemáticas.

Respecto a la pregunta diez: ¿La forma en que su profesor le explica las temáticas en el aula, hace que usted aprenda de una manera fácil y divertida? Los encuestados de 8-1 manifiestan si el 63% no el 16% y algunas veces el 21%. Mientras en 8-2 si el 63% y algunas veces el 37%. Cabe resaltar que existe la percepción que el área de matemáticas es el coco del proceso de aprendizaje. Situación que antes de iniciar el conocimiento matemático, el estudiante ya rechaza en su gran mayoría tan importante área del saber. La cual se debe a factores externos e internos a saber: cuando hablamos de lo externo tiene que ver con la percepción de las matemáticas y a nivel escolar, la metodología que utiliza el maestro debe garantizar flexibilidad, facilidad y porque no decirlo divertida; para que el estudiante se enamore de las matemáticas y cambie cualquier percepción negativa frente a ella.

4.2.2 Análisis de los resultados del taller aplicado. A continuación se muestra el análisis de cada una de las preguntas correspondientes al taller aplicado a las estudiantes de los cursos octavo uno y dos, la que se estructura en cuatro preguntas, donde la primera muestra evidenciar si el estudiante identifica el triángulo rectángulo y sus partes, con la pregunta dos se busca identificar si el estudiante se apropió de la definición del teorema de Pitágoras, la pregunta tres son ejercicios de forma algorítmica , donde tienen que encontrar el valor de cada una de las variables y la pregunta cuatro es una situación problema (ver anexo B). A la pregunta Según la figura responda cuál fue el error en lo dibujado, los encuestados manifiestan: la hipotenusa y un cateto están mal ubicado el 89%

ambos grados; y la hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma de los catetos elevado al cuadrado el 11% ambos grados.

A la pregunta el teorema de Pitágoras nos dice que, los encuestados manifiestan: a. la hipotenusa es igual a los catetos al cuadrado lo dan como acertado el 21% del grado 8-1 y el 11% del grado 8-2. b. El área del cuadrado formado sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados formados sobre los catetos, lo contestan los grados 8-1 y 8-2 el 37% y el 68% respectivamente. La opción c. $h=c^2+c^2$, el 37% del grado 8-1 y el 21 del grado 8-2. La opción d. la escoge el 5% de 8-1.

Observaciones a la prueba de contenido matemático. Es importante indicar que el procedimiento o pasos a seguir para esta prueba permitió establecer un hilo conductor a saber:

- Conceptualización y explicación del Teorema de Pitágoras.
- Participación activa de los estudiantes (pregunta generadora).
- Socialización de experiencias del quehacer diario por parte de los estudiantes.
- Obtenida a información, ilustración y visión de la temática se procede a definir términos, variables y conceptos (triángulo, rectángulo).
- Seguidamente con 8-1 se explica la metodología a seguir basándola en la Teoría de Pólya y en 8-2 se procede a la explicación de la implementación del trabajo en equipo.
- Posteriormente, se procede a explicar el Teorema de Pitágoras, realizando ejercicios orientados a la práctica vivencial.
- Aplicación de ejercicios en clase a nivel individual y grupal.
- Retroalimentación del aprendizaje.

Realizados los anteriores procedimientos, se puede sintetizar que los estudiantes respondieron en un 89% promedio a los ejercicios expuestos. A su vez se evidenció trabajo en grupo, mediante análisis, interpretación y comprensión generando resultados relativamente satisfactorios. Sin embargo, vale la pena resaltar que el grupo de 8-1, donde se aplicó la estrategia de enseñanza de solución de problemas según Pólya presenta confusión, ya que en las respuestas de la prueba aplicada, no se identificó la solución acertada a las explicadas, de acuerdo al Teorema de Pitágoras. Con respecto al grupo 8-2, donde se aplicó la estrategia de enseñanza de trabajo – equipo, presentó mayor acierto a la

respuesta correcta. Es decir, que se evidencia una mayor comprensión, análisis, interpretación del concepto explicado.

Para la solución de los ejercicios de desarrollo procedimental, se evidencia que en el curso 8-1, se adquirió de una forma menos acertada el conocimiento, evidenciándose en los resultados obtenidos, ya que las estudiantes no encontraron las respuestas adecuadas a la solución de estos triángulos rectángulos. Lo contrario en 8-2, sus resultados fueron más precisos; teniendo en cuenta que el trabajo en grupo contribuye significativamente a generar resultados más óptimos, gracias a la participación activa, dinámica y creativa de algunos estudiantes que manejan con mayor precisión, claridad y pertinencia el pensamiento matemático.

En cuanto a la solución del problema planteado, se evidencia que no fue resuelto en su totalidad sino parcialmente; mostrando deficiencias del pensamiento matemático acorde con el método planteado de Pólya.

Tabla 10. Comparativo de las estrategias de enseñanza.

Competencias	Solución de problemas según Pólya			Trabajo en equipo		
	Donde se evidencia			Donde se evidencia		
	Encuesta	Taller	Observación	Encuesta	Taller	Observación
Estudiantes analíticos	X	X	X	X	X	X
Estudiantes críticos	X	X	X			
Favorece el desarrollo personal				X	X	X
Soluciona situaciones problema		X	X		X	X
Mejoramamiento del pensamiento matemático		X	X		X	X
Compresión de la temática					X	X
Argumentación de los resultados		X	X		X	
Uso de experiencias propias	X	X	X			
Fomenta el uso de valores					X	X
Hábitos de análisis y concentración	X	X	X			
Comunicación intrapersonal					X	X
Se puede usar en situaciones futuras	X	X	X	X		
Comprensión rápida del teorema de Pitágoras					X	X
Solución acertada de ejercicios aritméticos		X	X		X	X
Trabajo extra clase		X	X			
Buen uso del tiempo libre en el colegio	X	X	X	X	X	X
Compresión de conceptos		X	X		X	X

Competencias	Solución de problemas según Pólya			Trabajo en equipo		
	Donde se evidencia			Donde se evidencia		
	Encuesta	Taller	Observación	Encuesta	Taller	Observación
Identificación gráfica de contenidos		X	X		X	X
Complemento de la explicación de forma individual		X	X			
Facilita el aprendizaje usando otros métodos					X	
Búsqueda de asesoría		X	X		X	X
El docente toma una imagen más agradable frente a los estudiantes	X			X	X	X
Comunicación acertada	X			X	X	X

Fuente: El autor. 2015.

5. CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta los objetivos propuestos, se sintetiza qué en la comparación entre las estrategias de enseñanza, solución de problemas según Pólya y trabajo en equipo, resultan características que benefician directamente el uso de una u otra, en el desarrollo de una temática como el Teorema de Pitágoras, donde Pólya plantea un método estructurado que busca que el estudiante realice un proceso previamente establecido, como lo es comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y analizar los resultados, haciendo que el estudiante realice procesos individuales, de forma mental y procedimental, que solamente lo beneficien a él. Por otra parte, el trabajo en equipo busca la unión de saberes entre los miembros que constituyen el equipo, desarrollando procesos de tipo grupal, donde cada persona tendrá que compartir sus actitudes y conocimientos, para la solución de cada tarea establecida, haciendo con eso que no solamente se alimenten los conocimientos académicos de los estudiantes, sino que también se crezca de forma humana, desde el uso de valores, tipos de pensamiento, experiencias anteriores y muchos otros que sean el producto de la interacción humana.

Desde el análisis teórico de las estrategias de enseñanza trabajadas en esta investigación, se observó que el método planteado por Pólya se realiza de forma más académica que el trabajo en equipo, ya que es un proceso estructurado en determinados pasos, donde cada uno de ellos es un espacio de análisis teórico amplio, que se deben entender para así poder ejecutarlo a cabalidad como lo pensó inicialmente George Pólya, sin interpretar con esto, que el trabajo en equipo, al tomarse como estrategia de enseñanza no se presenta como una teoría fuerte, que con el transcurso del tiempo y el aporte de grandes teóricos como Gil, se hace necesario en todo contexto social.

Al llevar estas estrategias de enseñanza al aula de clase, se hace más dispendioso moldear el pensamiento de los estudiantes, para adquirir el trabajo en equipo como método de solucionar y comprender temáticas como el teorema de Pitágoras, ya que teóricamente no se tiene unos pasos establecidos, además, que el cambio de ser un grupo para llegar a ser un equipo, es demasiado crucial para el éxito de esta estrategia, obligando al docente a manejar muy bien la estrategia y a estar pendiente del proceso que se realiza, teniendo en cuenta, que la población estudiantil son jóvenes no mayores a quince años, y están pensando en usar su tiempo en actividades enfocadas a otros aspectos como la moda y similares.

Es necesario planear de forma adecuada y precisa las unidades didácticas, en especial el proceso de enseñar, conocer y usar la estrategia de enseñanza con la que las estudiantes van a trabajar y fundamentar el desarrollo de la temática, de lo contrario no habrá claridad en ningún aspecto del desarrollo de esa misma, y el fin

que se plantea, el cual, es que los estudiantes comprendan un contenido temático, no se logrará.

Realizada la aplicación de la encuesta a las estudiantes de octavo uno y dos, con el propósito de identificar los métodos de enseñanza en el proceso de descubrimiento en la solución de problemas según George Pólya y trabajo en equipo, se establece que en la institución se cuenta con tiempo para realizar ejercicios en el área de matemáticas en un 79% promedio, eventos que se convierten en una ventaja académica para desarrollar habilidades, destrezas y potencialidades en el desarrollo generalizado del pensamiento matemático.

Por otra parte, se expresa que los padres apoyan mediante la compra de material pedagógico y didáctico para practicar ejercicios en el área de matemáticas en un promedio del 71%. Lo que significa establecer herramientas prácticas y técnicas para desarrollar de manera conceptual ejercicios a partir del ciclo en que se encuentra la estudiante.

En ese orden de ideas, las estudiantes manifestaron plantear sus inquietudes en el área de matemáticas recurriendo a la ayuda del profesor en un 48% promedio. Lo cual se debe a que por cuestión de tiempo solo tienen preguntas o inquietudes en la solución de problemas académicos en el horario académico.

También se destaca que realizan ejercicios en el área de matemáticas por cuenta propia extra clase solo en un 21%; no lo lleva a cabo en un 48% y algunas veces en un 36%. Significa que existe cierto desinterés o pocos hábitos para incrementar el aprendizaje en el área de matemáticas.

Se expresa que cuenta con el apoyo de sus compañeros de clase para solucionar actividades matemáticas en un 66%. En este aspecto aprovechan las oportunidades de integración en el aula para realizar actividades o ejercicios en equipo; logrando con ello establecer reglas empíricas, liderazgo compartido, confianza unas a otras y apoyo mutuo.

Para el desarrollo de las temáticas matemáticas es necesario que no solamente el docente maneje y use en el aula de clase, las explicación netamente conceptuales del tema a trabajar, sino que también conozca la historia de la temática y de cómo ha evolucionado a lo largo de la historia, como el teorema de Pitágoras que su historia es bastante antigua que ha venido mejorando con el transcurrir de los años, con el aporte de cada una de las culturas que han trabajado con él; además, se necesita expresarle a las estudiantes la aplicabilidad de la temática a usar, como por ejemplo, el uso del teorema de Pitágoras en la trigonometría y otros aspectos matemáticos, haciendo que el pensamiento matemático de las estudiantes sea más complejo y preciso.

Basándonos en el taller aplicado a las estudiantes para verificar el aprendizaje del Teorema de Pitágoras, se concluye que el trabajo en equipo como estrategia de enseñanza es más acertado para el aprendizaje de esta temática, ya que las estudiantes obtuvieron mejores resultados, al promediar y analizar estos mismos, como se observa en la parte de resultados y análisis de resultados; también desde la observación se concluye, que fue más ameno y menos dispendioso para las estudiantes y para el docente, el trabajar en equipos; adicional a esto, se evidenciaron cualidades de las estudiantes al sentirse participes en sus respectivos equipos de trabajo y un mayor nivel de participación y unión entre los miembros del aula de clase.

Se establece con base en la teoría de George Pólya que el desarrollo del pensamiento matemático orienta en cómo resolver problemas en el área de matemáticas.

No sobra indicar que la heurística tiene múltiples ramificaciones: los matemáticos, los logístas los psicólogos, los pedagogos e incluso los filósofos pueden reclamar varias de su parte como pertenecientes a s dominio especial. El autor, consciente de la posibilidad de críticas provenientes de los más diversos medios y muy al tanto de sus limitaciones, se permite observar que tiene cierta experiencia en la solución de problemas y en la enseñanza de matemáticas en diversos niveles.

6. RECOMENDACIONES

Es importante que las niñas adquieran un mayor compromiso en el desarrollo de las habilidades del pensamiento matemático, mediante el cumplimiento de sus talleres, en clase y extraclase para minimizar las dificultades que se vienen presentando.

Es conveniente que las niñas aclaren, realicen preguntas, contextualicen e investiguen sobre el pensamiento matemático y lleven estas inquietudes al profesor para su respectivo acompañamiento.

Es importante indicar que los profesores, organicen mayor material didáctico, práctico y técnico, a través de factores aplicativos básicos, para que las niñas desarrollen y generen estrategias pedagógicas de mejoramiento en el pensamiento de cómo plantear y resolver problemas expuestos por George Pólya.

Es relevante, que el profesor del área de matemáticas deje trabajos extraclase a los estudiantes, que permiten contribuir a mejorar el desarrollo de actividades pertinentes a los ejercicios de matemáticas.

Se debe entregar a los estudiantes por parte del profesor, talleres creativos y pensamiento más dinámicos y armónicos, conducente a mejorar el desarrollo del pensamiento en dicha área.

Se considera relevante realizar ejercicios de las pruebas del saber en el área de matemáticas, ya que dicho evento a estimular y motivar la participación total de la comunidad educativa.

Es importante planificar y programar con anterioridad clases que permitan mayor confianza, planeamiento curricular, pedagógico, didáctico, y metodológico en el área de matemáticas.

Fortalecer el trabajo en equipo como una forma de aprendizaje más eficaz, motivante y desarrollo de potencialidades.

BIBLIOGRAFÍA

AUSUBEL, David.P. The Acquisition and Retention of Knowledge. Dordrecht, Netherlands: Kluwer. Edición en español: Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. Barcelona: Paidós Ibérica. 2000. 326 pág.

BAUERSFELD, H. The structuring of the structures: Development and function of mathematizing as a social practice. En L. Steffe y J. Gale (Eds.). Constructivism in Education. (pp. 137-158). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Ass. Pub. 1995.

BEDOLLA SOLANO, Ramón. Ensayar sobre el aprendizaje significativo en la búsqueda de los conocimientos. 2009.

BENEDITO, V. Introducción a la Didáctica. Fundamentación teórica y diseño curricular. Barcelona: Barcanova. 1987.

BROUSSEAU, G. La tour de Babel. Etudes en Didactique des Mathématiques. Article occasionnel n. 2. IREM de Bordeaux. 1989.

BUNGE, M. Epistemología. Barcelona: Ariel. 1985.

DÍAZ GODINO, Juan. Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Brasil, 2011.

GIL RODRÍGUEZ, F. y ALCOVER, C. M. Introducción a la Psicología de las Organizaciones. Madrid: Alianza Editorial. 2005.

GOBERNACIÓN DEL META. Informe de coyuntura. 2013. P. 14 -1 8.

GODINO, J. D. y LLINARES, S. El interaccionismo simbólico en educación matemática. Educación Matemática. 2000.

GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel. El teorema llamado Pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. Editorial Azaroa. Barcelona, 2008.

HAY GROUP. Factbook Recursos Humanos. Elcano: Aranzadi & Thomson. 1 2006.

KATZENBACH, J.R. SMITH D.G. The wisdom of team Boston. H.B.S. Pres.

LÓPEZ MONTALVO, Gerardo de la Merced; BERROCAL BERROCAL, Francisca; PALOMO BADILLO, María Teresa. Trabajo en equipo. Editorial Pirámide. Madrid España. 2001.

MÉNDEZ ÁLVAREZ, Carlos Eduardo. Metodología. Diseño y desarrollo del proceso de investigación. Cuarta edición. Editorial Mc Graw Hill. Bogotá, D.C. Colombia. 2004.

MI PRIMERA ENCICLOPEDIA CIENTÍFICA. Matemáticas. Editorial Zamora. México. 2014. ISBN 958-9085-92-X.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Pruebas Saber 11, ICFES, 2014.
PÓLYA George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México, febrero de 1989, p. 25 – 41.

REBOLLAR MORATE, Alfredo. Una variante para la construcción del proceso de aprendizaje de la matemática, a partir de una forma de organizar el contenido en la escuela media cubana. 2008.

REPÚBLICA DE COLOMBIA. Ley 115 de 1994. Artículo 8. Ley General de Educación.

REVISTA HIPERENCICLOPEDIA DE DIVULGACIÓN DEL SABER. Segunda época, año IX. Volumen 8. Número 1. De enero a marzo de 2014.

RODRÍGUEZ FERNÁNDEZ, A. Introducción a la Psicología del Trabajo y de las Organizaciones. Madrid: Pirámide. 2001.

ROMBERG, T. Necessary ingredients for a Theory of Mathematics Education. En: H.G. Steiner y A. Vermandel (Eds), Foundations and Methodology of the discipline Mathematics Education. Procceding 2nd TME- Conference. Bielefeld - Antwerp: Dept of Didactics and Criticism Antwerp Univ. &IDM. 1988.

SHULMAN, L.S. Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporar y perspective. En M.C. Wittrock (Ed.) Handbook of resear chonteaching. London: Macmillan. 1986. [Traducción castellana en: La investigación de la enseñanza, I, Paidós-MEC, 1989].

STEINER, H.G. Theory of mathematics education (TME): an introduction. Forthe Learning of Mathematics, Vol 5. n. 2, 1985. pp. 11-17.

STRATHERN, Paul. Pitágoras y su teorema. Siglo XXI de España Editores. Madrid. 1999.

VALDIVIA SARDIÑAS, María de los Ángeles; MARTÍN MARILÚ, Jorge; CABRERA SARMIENTO, Lizardo. La utilización de los procedimientos heurísticos en la formación del concepto de sucesión numérica convergente. 2007.

VASCO URIBE, Carlos. Reflexiones sobre pedagogía y didáctica. tomado de Díaz, Mario y Muñoz, José. Pedagogía, discurso y poder. Editorial El Griot. Bogotá. 1990.

VOIGT, J. Thematic patterns of interaction and socio mathematical norms. 1995. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.). (pp. 163-199).

VYGOTSKI, L.S. El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona. Editorial Grijalbo. 1979.

ANEXOS

ANEXO A. LISTADO DE ESTUDIANTES.

Nombre	Edad
ALEJANDRA AYA	14
ALEXANDRA MARÍN	13
ANA CRISTANCHO	14
ANA MARÍA OLARTE	14
ANA MARÍA RIVERA	15
ANDREA FONTECHA	15
ANGIE PENAGOS	14
ANGIE RIVILLAS	14
AURA REGINO	14
CAMILA BARRERA	14
DANIELA TOVAR	14
ERICA ZAENS	14
FERNANDA MORA	14
FERNANDA VARGAS	14
GABRIELA REY	14
GERAL VELÁSQUEZ	15
JULIANA CHAPARRO	15
JULIETH PÉREZ	13
KAREN CLAVIJO	16
KAREN JIMÉNEZ	15
LAURA AVELLA	15
LAURA DUQUE	16
LAURA SANABRIA	16
LAURA SOFÍA SÁNCHEZ	14
LAURA TAPIERO	15
LAURA XIMENA GONZÁLEZ	13
MARÍA FERNANDA TOVAR	14
MARIANELA ACEVEDO	15
MARYI FANDIÑO	14
MÓNICA MARTÍNEZ	13
NICOLL RODRÍGUEZ	16
PAOLA OCHICA	15
PAULA PATIÑO	14
PAULA RÍOS	14
SILVIA DIMAS	14
TATIANA VÉLEZ	14
VALENTINA LÓPEZ	14
VALENTINA PÉREZ	14
VALENTINA TOVAR	14
ZURI ZADAY	13

Fuente: el autor. 2015.

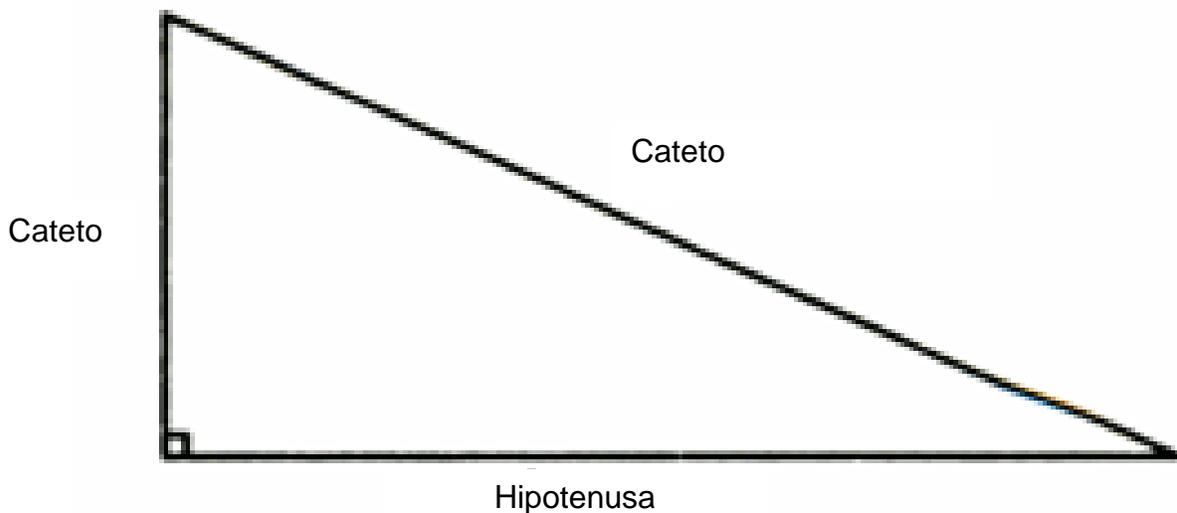
ANEXO B. TALLER SOBRE EL TEOREMA DE PITÁGORAS.

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015

NOMBRES Y APELLIDOS DE LA ESTUDIANTES

Objetivo: conocer las habilidades y destrezas respecto al a comprensión de la explicación respecto al teorema de Pitágoras:

1. Según la figura responda cuál fue el error en lo dibujado.



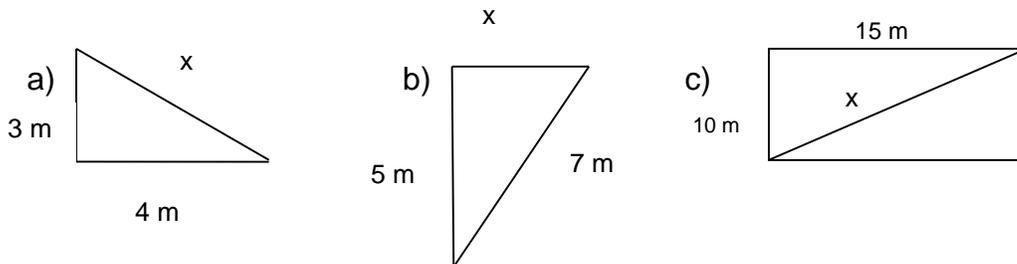
- a) _____ No es un triángulo rectángulo.
- b) _____ La hipotenusa y un cateto están mal ubicados.
- c) _____ La hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma de los catetos elevados al cuadrado.
- d) _____ La hipotenusa la dibujaron muy pequeña.

CONTINUACIÓN ANEXO B.

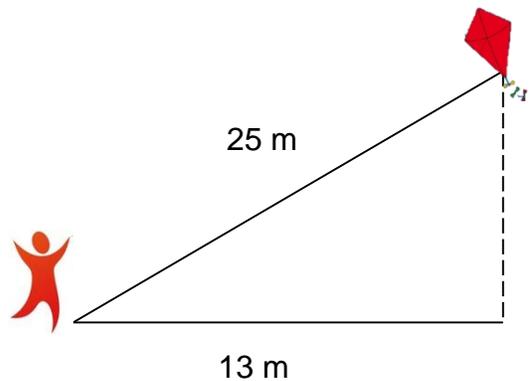
2. El teorema de Pitágoras nos dice que:

- a) _____ La hipotenusa es igual a los catetos al cuadrado.
- b) _____ El área del cuadrado formado sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados formados sobre los catetos.
- c) _____ $h = C^2 + C^2$.
- d) _____ La suma de todos los ángulos de un triángulo rectángulo es de 180° y además tiene un ángulo de 90° .

3. Encontrar el valor de la variable.



4. Un niño está elevando una cometa y se da cuenta que ha gastado 25 metros de piola y que el punto exacto debajo de la cometa está a una distancia de 13 metros de sus pies. ¿Cuál será la altura de la cometa?



ANEXO C. FORMATO DE ENCUESTA.

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015

Encuesta No. _____

Objetivo: Encuesta dirigida a los estudiantes de octavo con el propósito de identificar los métodos de enseñanza en el proceso de descubrimiento en la solución de problemas y trabajo en equipo.

1. ¿Cuenta usted en el colegio con tiempo para realizar sus ejercicios en el área de matemáticas?

a. _____ Si b. _____ No

2. Su profesor deja ejercicios de matemáticas extra clase,

a. _____ Si b. _____ No c. _____ Algunas veces.

3. ¿En la institución se ha realizado prueba del saber en el tema de matemáticas?

a. _____ Si b. _____ No c. _____ Algunas veces.

4. ¿Sus padres lo apoyan comprando material pedagógico y didáctico que le permitan practicar ejercicios en el área de Matemáticas?

a. _____ Si b. _____ No c. _____ Algunas veces.

5. Cuando tiene preguntas, o inquietudes en la solución de problemas matemáticos, recurre al profesor para su explicación o ayuda

a. _____ Si b. _____ No c. _____ Algunas veces.

6. Cuando se le presenta un problema en el área de matemáticas los procedimientos a seguir son saber por dónde empezar, que puedo hacer y que gano haciendo esto.

a. _____ Si b. _____ N

CONTINUACIÓN ANEXO C.

7. Realiza usted ejercicios en el área de matemáticas por cuenta propia durante las horas extra clase

a. _____ Si b. _____ No c. _____ Algunas veces.

8. Cuando tiene que resolver un problema o ejercicio de matemáticas, tiene una ruta establecida para empezar a solucionar este ejercicio.

a. _____ Si b. _____ No c. _____ Algunas veces.

9. Cuenta con el apoyo de sus compañeras de clase para solucionar actividades matemáticas planteadas por el profesor.

a. _____ Si b. _____ No c. _____ Algunas veces.

10. La forma en que su profesor le explica las temáticas en el aula, hace que usted aprenda de una manera fácil y divertida.

a. _____ Si b. _____ No c. _____ Algunas veces.

ANEXO D. TABULACIÓN ENCUESTA GRADO 8-1.

No.	1. ¿Cuenta usted en el colegio con tiempo para realizar sus ejercicios en el área de matemáticas?		2. Su profesor deja ejercicios de matemáticas extra clase			3. ¿En la institución se ha realizado prueba del saber en el tema de matemáticas?			4. ¿Sus padres lo apoyan comprando material pedagógico y didáctico, que le permitan practicar ejercicios en el área de matemáticas?			5. ¿Cuándo tiene preguntas o inquietudes en la solución de problemas matemáticos, recurre al profesor para su explicación o ayuda?		
	Si	No	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces
1		X			X	X					X			X
2		X		X		X			X					X
3	X		X			X			X			X		
4	X		X			X					X		X	
5		X	X			X			X				X	
6	X		X			X			X			X		
7	X		X			X			X					X
8	X		X					X	X			X		
9	X				X	X				X		X		
10	X		X			X			X					X
11	X		X			X			X			X		
12	X		X			X			X			X		
13		X			X	X			X				X	
14	X		X			X			X			X		
15	X		X			X			X					X
16	X		X			X			X					X
17	X				X	X					X	X		
18	X				X	X			X					X
19	X			X		X			X					X
Total	15	4	12	2	5	18	0	1	15	1	3	8	3	8

CONTINUACIÓN ANEXO D.

6. ¿Cuándo se le presenta un problema en el área de matemáticas los procedimientos a seguir son saber por dónde empezar, que puedo hacer y qué gano haciendo esto?		7. ¿Realiza usted ejercicios en el área matemáticas por cuenta propia durante las horas extra clase?			8. ¿Cuándo tiene que resolver un problema o ejercicio de matemáticas, tiene una ruta establecida para empezar a solucionar este ejercicio?			9. Cuenta con el apoyo de sus compañeras de clase para solucionar actividades matemáticas planteadas por el profesor?			10. ¿La forma en que su profesor le explica las temáticas en el aula, hace que usted aprenda de una manera fácil y divertida?		
SI	No	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces
	X		X				X	X					X
X				X			X			X			X
	X		X		X			X			X		
X			X				X			X		X	
	X	X			X			X				X	
	X	X				X		X			X		
X				X	X					X	X		
X			X		X			X					X
X			X		X				X		X		
X			X		X				X		X		
X			X		X	X			X		X		
X			X			X			X		X		
X			X		X		X						X
X		X					X	X			X		
	X		X		X				X				X
X			X		X						X		
X			X		X					X	X		
X				X	X				X		X		
14	5	3	10	6	12	3	4	12	3	4	11	2	6

ANEXO E. TABULACIÓN ENCUESTA GRADO 8-2.

No.	1. ¿Cuenta usted en el colegio con tiempo para realizar sus ejercicios en el área de matemáticas		2. Su profesor deja ejercicios de matemáticas extra clase			3. ¿En la institución se ha realizado prueba del saber en el tema de matemáticas?			4. ¿Sus padres lo apoyan comprando material pedagógico y didáctico, que le permitan practicar ejercicios en el área de matemáticas?			5. ¿Cuándo tiene preguntas o inquietudes en la solución de problemas matemáticos, recurre al profesor para su explicación o ayuda?		
	Si	No	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces
1	X		X			X				X		X		
2		X	X					X	X				X	
3	X				X	X					X	X		
4	X				X	X			X			X		
5	X				X	X			X			X		
6	X				X	X			X				X	
7		X			X	X			X					X
8		X			X	X			X					X
9		X			X	X					X		X	
10	X		X			X			X					X
11	X				X		X		X					X
12	X		X				X			X		X		
13	X				X		X		X					X
14	X				X	X			X					X
15	X				X	X			X			X		
16	X				X	X					X	X		
17	X			X		X			X			X		
18	X		X			X				X		X		
19	X		X			X				X		X		
Total	15	4	6	1	12	15	3	1	12	4	3	10	3	6

CONTINUACIÓN ANEXO E.

6. ¿Cuándo se le presenta un problema en el área de matemáticas los procedimientos a seguir son saber por dónde empezar, que puedo hacer y qué gano haciendo esto?		7. ¿Realiza usted ejercicios en el área matemáticas por cuenta propia durante las horas extra clase?			8. ¿Cuándo tiene que resolver un problema o ejercicio de matemáticas, tiene una ruta establecida para empezar a solucionar este ejercicio?			9. ¿Cuenta con el apoyo de sus compañeras de clase para solucionar actividades matemáticas planteadas por el profesor?			10. ¿La forma en que su profesor le explica las temáticas en el aula, hace que usted aprenda de una manera fácil y divertida?		
SI	No	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces	Si	No	Algunas veces
X		X			X			X			X		
	X		X				X			X			X
	X	X					X			X		X	
	X		X		X			X					X
	X	X					X			X			X
	X	X					X			X		X	
	X		X				X			X			X
X				X			X	X					X
	X			X		X				X		X	
X				X	X			X			X		
X			X		X			X				X	
	X		X			X		X				X	
X				X	X					X	X		
X				X	X			X			X		
X		X					X	X					X
	X			X			X	X			X		
X				X			X	X			X		
9	10	5	6	8	7	2	10	12	0	7	6	6	7

ANEXO F. TABULACIÓN PRUEBA APLICADA AL GRADO 8-1.

No.	1. Según la figura responda cuál fue el error en lo dibujado.				2. El Teorema de Pitágoras nos dice que:			
	a. No es un triángulo rectángulo	b. La hipotenusa y un cateto están mal ubicados.	c. La hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma de los catetos elevado al cuadrado.	d. La hipotenusa la dibujaron muy pequeña.	a. La hipotenusa es igual a los catetos al cuadrado.	b. El área del cuadrado formado sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados formados sobre los catetos.	c. $h = C^2 + C^2$	d. La suma de todos los ángulos de un triángulo rectángulo es de 180° y además tiene un ángulo de 90° .
1		X					X	
2		X			X			
3		X					X	
4		X				X		
5		X				X		
6		X				X		
7		X			X			
8		X					X	
9		X				X		
10		X						X
11		X				X		
12		X			X			
13			X			X		
14		X			X			
15		X					X	
16		X					X	
17		X					X	
18			X			X		
19		X					X	
Total	0	17	2	0	4	7	7	1

CONTINUACIÓN ANEXO F.

3. Encontrar el valor de la variable				4. Un niño está elevando una cometa y se da cuenta que ha gastado 25 metros de piola y que el punto exacto debajo de la cometa está a una distancia de 13 metros de sus pies. ¿Cuál será la altura de la cometa?	
Variable a	Variable b	Variable c	No contesta	Respuesta	No contesta
			X		X
5 m	24 m ²	325 m ²		794 m ²	
8	12	5400			X
5 m	8,60 m	325 m		27,36 m ²	
5 m	24 m ²	325 m ²		456 m ²	
5 m	24 m ²	325 m ²		456 m ²	
25 m	24 m ²	125 m			X
5 m ²	18 m ²	310 m ²		456 m ²	
5 m	24 m	3225 m		454 m	
			X		X
			X		X
			X		X
			X		X
7 m ²	24 m ²	125 m ²		794 m ²	
5 m	100	525 m ²		456 m ²	
			X		X
			X		X
			X		X
5 m	4,9 m	325 m		456 m ²	
			8		10

ANEXO G. TABULACIÓN PRUEBA APLICADA AL GRADO 8-2.

No.	1. Según la figura responda cuál fue el error en lo dibujado.				2. El Teorema de Pitágoras nos dice que:			
	a. No es un triángulo rectángulo	b. La hipotenusa y un cateto están mal ubicados.	c. La hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma de los catetos elevado al cuadrado.	d. La hipotenusa la dibujaron muy pequeña.	a. La hipotenusa es igual a los catetos al cuadrado.	b. El área del cuadrado formado sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados formados sobre los catetos.	c. $h = C^2 + C^2$	d. La suma de todos los ángulos de un triángulo rectángulo es de 180° y además tiene un ángulo de 90° .
1		X			X			
2		X				X		
3		X				X		
4		X				X		
5		X				X		
6		X					X	
7		X				X		
8		X				X		
9		X					X	
10		X					X	
11		X					X	
12			X			X		
13			X			X		
14		X			X			
15		X				X		
16		X				X		
17		X				X		
18		X				X		
19		X				X		
Total		17	2		2	13	4	

CONTINUACIÓN ANEXO G.

3. Encontrar el valor de la variable				4. Un niño está elevando una cometa y se da cuenta que ha gastado 25 metros de piola y que el punto exacto debajo de la cometa está a una distancia de 13 metros de sus pies. ¿Cuál será la altura de la cometa?	
Variable a	Variable b	Variable c	No contesta		
25 m	24 m	325 m		426 m	
5 m	24 m ²	325 m ²		456 m ²	
5 m	24 m ²	325 m ²		456 m ²	
7 m	2	5		12 m	
7 m	2 m	5		12 m	
7 m	4 m	18 m		126 m	
7 m	2 m	5 m		12 m	
7 m	2 m	5 m		12 m	
7 m	4 m	18 m			X
5 m	4 m	18 m		460 m	
5 m	4 m	18 m		3,4 m	
			X		X
2,6 m	4,8 m ²	3,1 m		4,8 m ²	
25 m	24 m	325 m ²			X
5 m	24	325		456 m	
5 m	24 m	325 m		456 m	
5 m	24 m	325 m		456 m	
5 m	24 m ²	325 m ²		456 m ²	
5 m	24 m ²	325 m ²		456 m ²	
			1		3

ANEXO H. GLOSARIO.

Aprender a aprender: adquirir una serie de habilidades y estrategias que hacen posible aprendizajes futuros de un modo autónomo.

Aprendizaje mecánico: aprendizaje mediante el cual lo aprendido casi siempre de forma memorística y repetitiva no se utiliza en contextos distintos al contexto escolar, ni sirve para futuros aprendizajes, ni permanece demasiado tiempo en la estructura cognitiva de la persona, por lo que a menudo este tipo de aprendizajes se olvidan en poco tiempo.

Capacidades: conjunto de posibilidades que pueden desarrollarse a lo largo de los procesos de enseñanza y aprendizaje. En la actualidad los objetivos educativos se expresan en términos de capacidades cognitivas e intelectuales, motrices, de equilibrio personal o afectivas de relación interpersonal y de actuación e inserción social. En el área de lengua y literatura, estas capacidades se orientan a la adquisición de un saber lingüístico y de un saber hacer con las palabras que facilite el desarrollo cognitivo el intercambio comunicativo y la socialización de las personas.

Heurística: técnica o procedimiento práctico o informal, para resolver problemas. Alternativamente se puede definir como un conjunto de reglas metodológicas no necesariamente forzosas, positivas y negativas, que sugieren o establecen cómo proceder y qué problemas evitar a la hora de generar soluciones y elaborar hipótesis.

Maestro: un maestro (del lat. magister) es alguien que ha estudiado magisterio y se encarga de la educación formal e institucionalizada de los niños de Educación Infantil, Primaria o Especial en escuelas o colegios. Algunos maestros pueden estar destinados en institutos de educación secundaria en programas de garantía social, educación compensatoria o apoyo a alumnos con necesidades educativas especiales, así como en centros de Educación de Personas Adultas.

Matemáticas: (del lat. mathematica, y este del gr. μαθηματικά, derivado de μάθημα, conocimiento) es una ciencia formal que, partiendo de axiomas y siguiendo el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones entre entidades abstractas (números, figuras geométricas, símbolos). Las matemáticas se emplean para estudiar relaciones cuantitativas, estructuras, relaciones geométricas y las magnitudes variables.

Metodología: estrategias de enseñanza en las que se reflejan las opciones didácticas del profesorado y que condicionan la manera de organizar la secuencia de actividades, el tipo de interacciones comunicativas en el aula, el modo de distribuir el tiempo y el espacio en las fases, la organización de los contenidos, el

CONTINUACIÓN ANEXO H.

uso y las características de los materiales didácticos y los criterios e instrumentos de evaluación.

Objetivos educativos: conjunto de intenciones que se persiguen mediante los procesos de enseñanza y aprendizaje. Se orientan a la formación integral del estudiantado y expresan las capacidades de todo tipo que se pretenden desarrollar, los hábitos que se esperan consolidar y los valores y actitudes que se intentan transmitir.

Programación didáctica: diseño de un programa de enseñanza para un área o materia, elaborado por el departamento didáctico, en el que se adecúan, organizan, seleccionan y secuencian los objetivos, contenidos y criterios de evaluación para cada curso y ciclo de una etapa educativa. Debe incorporar también los denominados temas o contenidos transversales del currículo, algunas orientaciones metodológicas, los materiales didácticos escogidos, las actividades complementarias y extraescolares, las medidas de atención a la diversidad y las adaptaciones curriculares.

Visión retrospectiva: es retroceder en el tiempo para observar cómo eran los artículos antes de ser innovados, por ejemplo, observar la pluma, que antes se usaba como la pluma de un animal remojándola en tinta; en cambio ahora existen diversos tipos de plumas.

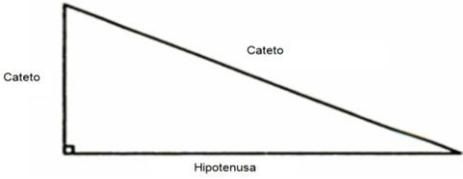
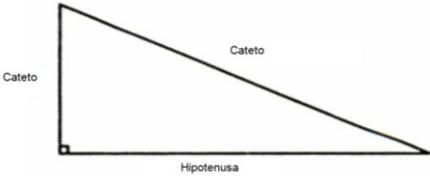
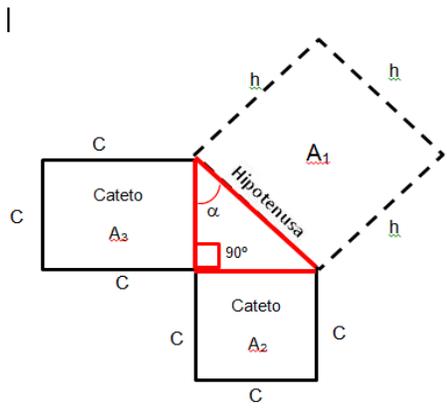
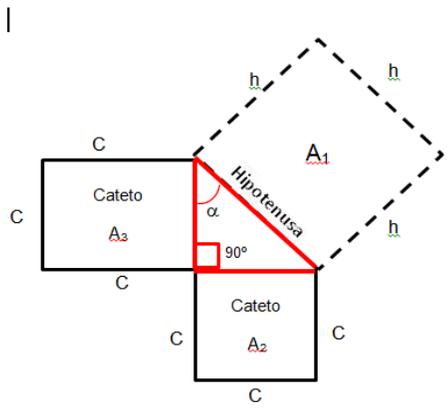
ANEXO I. UNIDADES DIDÁCTICAS.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA	ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE TRABAJO EN EQUIPO
<p align="center">COLEGIO NUESTRA SEÑORA DE LA SABIDURÍA EDUCACIÓN MEDIA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS CURSO: OCTAVO</p>	<p align="center">COLEGIO NUESTRA SEÑORA DE LA SABIDURÍA EDUCACIÓN MEDIA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS CURSO: OCTAVO</p>
TEMA: Teorema de Pitágoras	TEMA: Teorema de Pitágoras
ESTÁNDAR: Estrategias didácticas de trabajo en equipo y solución de problemas, Teorema de Pitágoras.	ESTÁNDAR: De acuerdo con los resultados obtenidos (objetivo común, más sentido de pertenencia, más normas).
OBJETIVO: Analizar el uso de la estrategia didáctica de solución de problemas según Pólya con el propósito de la enseñanza de la temática del Teorema de Pitágoras.	OBJETIVO: Analizar el uso de la estrategia didáctica de trabajo en equipo, con el propósito de la enseñanza de la temática del Teorema de Pitágoras.
COMPETENCIAS:	COMPETENCIAS:
Cognitiva: A través de un taller sobre el Teorema de Pitágoras, las estudiantes mostrarán habilidades y destrezas para resolver ejercicios.	Cognitiva: A través de un taller sobre el Teorema de Pitágoras, las estudiantes mostrarán habilidades y destrezas para resolver ejercicios.
Procedimental: Se tendrá en cuenta la solución de problemas según Pólya, que permita generar mayores habilidades y destrezas en el área de matemáticas.	Procedimental: se tendrá en cuenta el trabajo en equipo, que permita generar más destrezas en el área de matemáticas.
Actitudinal: En clase y mediante la participación activa y dinámica, las estudiantes socializarán los resultados del uso del método de solución de problemas según Pólya; al igual que el Teorema de Pitágoras.	Actitudinal: En clase y mediante la participación activa y dinámica las estudiantes socializaron los resultados del uso del trabajo en equipo, al igual que el Teorema de Pitágoras.
JUSTIFICACIÓN: Mediante la estrategia didáctica de solución de problemas; se aplicará la enseñanza del Teorema de Pitágoras que conlleve al mejoramiento del aprendizaje de matemáticas, estableciendo competencia, motivación y desarrollo de habilidades y destrezas matemáticas.	JUSTIFICACIÓN: mediante la estrategia didáctica de trabajo en equipo, se aplicará la enseñanza del Teorema de Pitágoras que conlleve al mejoramiento del aprendizaje de matemáticas estableciendo competencias, motivación y desarrollo de habilidades y destrezas matemáticas.
TIEMPO: 2 secciones de 2 horas.	TIEMPO: 2 secciones de 2 horas.

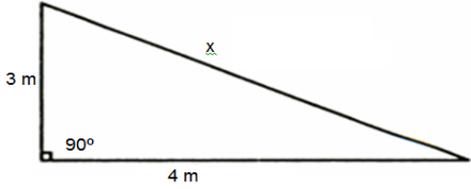
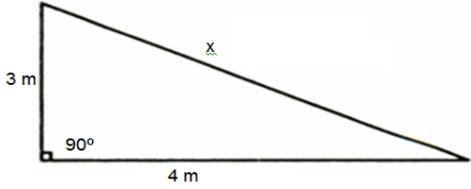
CONTINUACIÓN ANEXO I.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA	ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE TRABAJO EN EQUIPO
<p>INICIO DE CLASE:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Llamado a lista. • Conceptualización de la Teoría del teorema de Pitágoras. • Indicaciones para la metodología y desarrollo de actividades. • Resolución de inquietudes o sugerencias por parte de las estudiantes. 	<p>INICIO DE CLASE:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Llamado a lista. • Conceptualización de la Teoría del teorema de Pitágoras. • Indicaciones para la metodología y desarrollo de actividades. • Resolución de inquietudes o sugerencias por parte de las estudiantes.
DESARROLLO DE CLASE:	DESARROLLO DE CLASE:
<p>1. Pregunta generadora ¿Cómo aplicamos la matemática en nuestro diario vivir?</p>	<p>1. Pregunta generadora ¿Cómo aplicamos la matemática en nuestro diario vivir?</p>
<p>2. Conceptualización o enfoque de la temática del Teorema de Pitágoras, partiendo de la pregunta generadora.</p> <p>Se les hace una introducción para ilustrar, conocer, identificar, y visionar la aplicación del Teorema de Pitágoras, mediante los siguientes procesos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se les pregunta como hacían para medir la altura de un edificio muy alto, lo que se orienta y se explica cómo se forma un triángulo rectángulo con la sombra y el haz de luz. • Se le pide que digan donde han visto que se forman triángulos rectángulos, en la naturaleza que los rodea, y se da la explicación con claridad de la función del triángulo rectángulo con sus partes. <p>Triángulo rectángulo: figura geométrica plana que tiene tres lados y tres ángulos, uno de sus lados se llama hipotenusa y los otros dos catetos, además que su principal característica es que uno de sus ángulos mide 90°.</p>	<p>2. Conceptualización o enfoque de la temática del Teorema de Pitágoras, partiendo de la pregunta generadora.</p> <p>Se les hace una introducción para ilustrar, conocer, identificar, y visionar la aplicación del Teorema de Pitágoras, mediante los siguientes procesos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se les pregunta como hacían para medir la altura de un edificio muy alto, lo que se orienta y se explica cómo se forma un triángulo rectángulo con la sombra y el haz de luz. • Se le pide que digan donde han visto que se forman triángulos rectángulos, en la naturaleza que los rodea, y se da la explicación con claridad de la función del triángulo rectángulo con sus partes. <p>Triángulo rectángulo: figura geométrica plana que tiene tres lados y tres ángulos, uno de sus lados se llama hipotenusa y los otros dos catetos, además que su principal característica es que uno de sus ángulos mide 90°.</p>

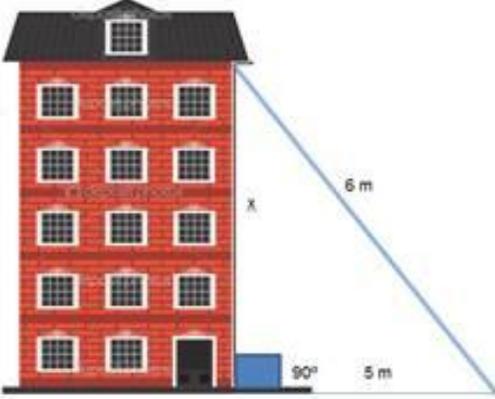
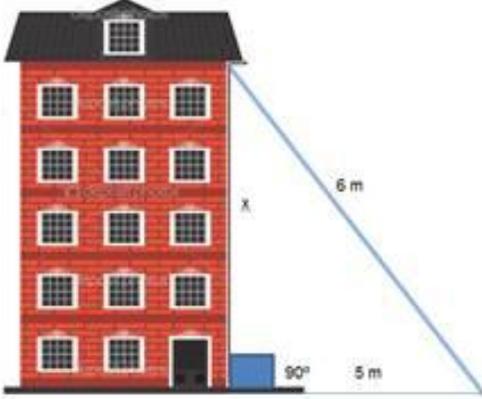
CONTINUACIÓN ANEXO I.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA	ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE TRABAJO EN EQUIPO
 <p>Hipotenusa siempre es la diagonal, el lado más largo y el que está al frente del ángulo de 90°.</p>	 <p>Hipotenusa siempre es la diagonal, el lado más largo y el que está al frente del ángulo de 90°.</p>
<p>3. Explicación de la metodología de trabajo para desarrollar la clase a las estudiantes.</p>	<p>3. Explicación de la metodología de trabajo para desarrollar la clase a las estudiantes.</p>
<p>4. Desarrollo de la explicación teórica del Teorema de Pitágoras.</p> <p>Teorema de Pitágoras.</p> <p>El área del cuadrado que se forma sobre la hipotenusa, siempre será igual a la suma de las áreas de los cuadrados que se forman sobre los catetos.</p> <p>Hipotenusa = h Cateto = c Área sobre la hipotenusa = A₁ Área sobre cateto = A₂ Área sobre cateto = A₃</p>  <p>Area del cuadrado = Lado por lado</p>	<p>4. Desarrollo de la explicación teórica del Teorema de Pitágoras.</p> <p>Teorema de Pitágoras.</p> <p>El área del cuadrado que se forma sobre la hipotenusa, siempre será igual a la suma de las áreas de los cuadrados que se forman sobre los catetos.</p> <p>Hipotenusa = h Cateto = c Área sobre la hipotenusa = A₁ Área sobre cateto = A₂ Área sobre cateto = A₃</p>  <p>Area del cuadrado = Lado por lado</p>

CONTINUACIÓN ANEXO I.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA	ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE TRABAJO EN EQUIPO
<p>$Ac = L * L$ o $Ac = L^2$</p> <p>$A_1 = L^2 = A_1 = (h)^2 = A_1 = h^2$ $A_2 = L^2 = A_2 = (c)^2 = A_1 = c^2$ $A_3 = L^2 = A_3 = (c)^2 = A_1 = c^2$</p> <p>$A_1 = A_2 + A_3$</p> <p>$h^2 = C^2 + C^2$ ecuación del teorema de Pitágoras.</p> <p>Posteriormente se plantea el siguiente ejercicio algorítmico como ejemplo.</p>  <p>Encontrar el valor para la incógnita.</p> <p>Solución:</p> $h^2 = C^2 + C^2 = (x)^2 = (4m)^2 + (3m)^2$ $x^2 = 16m^2 + 9m^2$ $x^2 = 25 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{25m^2}$ $X = 5m.$ <p>Finalmente, se plantea un problema donde se aplica el teorema de Pitágoras.</p> <p>Una escalera de 6 metros de longitud está apoyada sobre la pared de un edificio y la parte inferior de la misma, está separada 5 metros de la parte inferior de dicha pared. ¿A qué altura se encuentra la parte superior de la escalera?</p> <p>$h^2 = C^2 + C^2 =$ $C^2 = h^2 - h^2 =$</p>	<p>$Ac = L * L$ o $Ac = L^2$</p> <p>$A_1 = L^2 = A_1 = (h)^2 = A_1 = h^2$ $A_2 = L^2 = A_2 = (c)^2 = A_1 = c^2$ $A_3 = L^2 = A_3 = (c)^2 = A_1 = c^2$</p> <p>$A_1 = A_2 + A_3$</p> <p>$h^2 = C^2 + C^2$ ecuación del teorema de Pitágoras.</p> <p>Posteriormente se plantea el siguiente ejercicio algorítmico como ejemplo.</p>  <p>Encontrar el valor para la incógnita.</p> <p>Solución:</p> $h^2 = C^2 + C^2 = (x)^2 = (4m)^2 + (3m)^2$ $x^2 = 16m^2 + 9m^2$ $x^2 = 25 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{25m^2}$ $X = 5m.$ <p>Finalmente, se plantea un problema donde se aplica el teorema de Pitágoras.</p> <p>Una escalera de 6 metros de longitud está apoyada sobre la pared de un edificio y la parte inferior de la misma, está separada 5 metros de la parte inferior de dicha pared. ¿A qué altura se encuentra la parte superior de la escalera?</p> <p>$h^2 = C^2 + C^2 =$ $C^2 = h^2 - h^2 =$</p>

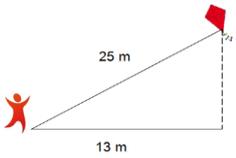
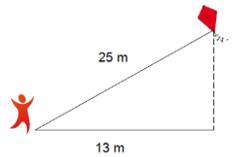
CONTINUACIÓN ANEXO I.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA	ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE TRABAJO EN EQUIPO
<p> $(x)^2 = (6m)^2 - (5m)$ $x^2 = 36m^2 - 25 m^2$ $x^2 = 9 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{9m^2}$ $X = 3m.$ </p>  <p>Rta: la parte superior de la escalera se encuentra a una altura de 3 metros.</p>	<p> $(x)^2 = (6m)^2 - (5m)$ $x^2 = 36m^2 - 25 m^2$ $x^2 = 9 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{9m^2}$ $X = 3m.$ </p>  <p>Rta: la parte superior de la escalera se encuentra a una altura de 3 metros.</p>
<p>5. Cierre de la clase.</p> <p>a. Se realiza las siguientes preguntas con el fin de verificar y reforzar los conceptos explicados.</p> <p>¿Cuál es la principal características de un triángulo rectángulo?</p> <p>¿Cuántos ángulos tiene un triángulo?</p> <p>¿Qué nos dice el Teorema de Pitágoras?</p> <p>¿Cómo se puede diferenciar la hipotenusa de los catetos?</p> <p>¿Cómo es la ecuación que resulta del teorema de Pitágoras?</p> <p>Plantee una pregunta que pueda resolver</p>	<p>5. Cierre de la clase.</p> <p>d. Se realiza las siguientes preguntas con el fin de verificar y reforzar los conceptos explicados.</p> <p>¿Cuál es la principal características de un triángulo rectángulo?</p> <p>¿Cuántos ángulos tiene un triángulo?</p> <p>¿Qué nos dice el Teorema de Pitágoras?</p> <p>¿Cómo se puede diferenciar la hipotenusa de los catetos?</p> <p>¿Cómo es la ecuación que resulta del teorema de Pitágoras?</p> <p>Plantee una pregunta que pueda resolver</p>

CONTINUACIÓN ANEXO I.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA	ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE TRABAJO EN EQUIPO
<p>usando el Teorema de Pitágoras.</p> <p>b. Se aplica la encuesta (ver anexo C, formato de encuesta).</p> <p>c. Se aplica el taller donde se evalúa o se verifica el resultado del trabajo realizado por el grupo (Ver anexo B, Taller).</p> <p>Solución:</p> <p>1. Según la figura responda cuál fue el error en lo dibujado. La opción correcta es la b. La hipotenusa y un cateto están mal ubicados.</p> <p>2. El teorema de Pitágoras nos dice que: la opción correcta es la b El área del cuadrado formado sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados formados sobre los catetos. $h^2 = C^2 + C^2$.</p> <p>3. Encontrar el valor de la variable.</p> <p>Opción a:</p> $h^2 = C^2 + C^2 =$ $(x)^2 = (4m)^2 + (3m)$ $x^2 = 16m^2 + 9 m^2$ $x^2 = 25 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{25m^2}$ $X = 5m^2$ <p>Opción b:</p> $h^2 = C^2 + C^2 =$ $C^2 = h^2 - h^2 =$ $(x)^2 = (7m)^2 - (5m)$ $x^2 = 49m^2 - 25 m^2$ $x^2 = 24 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{24m^2}$ $X = \sqrt{24m}$	<p>usando el Teorema de Pitágoras.</p> <p>e. Se aplica la encuesta (ver anexo C, formato de encuesta).</p> <p>f. Se aplica el taller donde se evalúa o se verifica el resultado del trabajo realizado por el grupo (Ver anexo B, Taller).</p> <p>Solución:</p> <p>1. Según la figura responda cuál fue el error en lo dibujado. La opción correcta es la b. La hipotenusa y un cateto están mal ubicados.</p> <p>2. El teorema de Pitágoras nos dice que: la opción correcta es la b El área del cuadrado formado sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados formados sobre los catetos. $h^2 = C^2 + C^2$.</p> <p>3. Encontrar el valor de la variable.</p> <p>Opción a:</p> $h^2 = C^2 + C^2 =$ $(x)^2 = (4m)^2 + (3m)$ $x^2 = 16m^2 + 9 m^2$ $x^2 = 25 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{25m^2}$ $X = 5m^2$ <p>Opción b:</p> $h^2 = C^2 + C^2 =$ $C^2 = h^2 - h^2 =$ $(x)^2 = (7m)^2 - (5m)$ $x^2 = 49m^2 - 25 m^2$ $x^2 = 24 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{24m^2}$ $X = \sqrt{24m}$

CONTINUACIÓN ANEXO I.

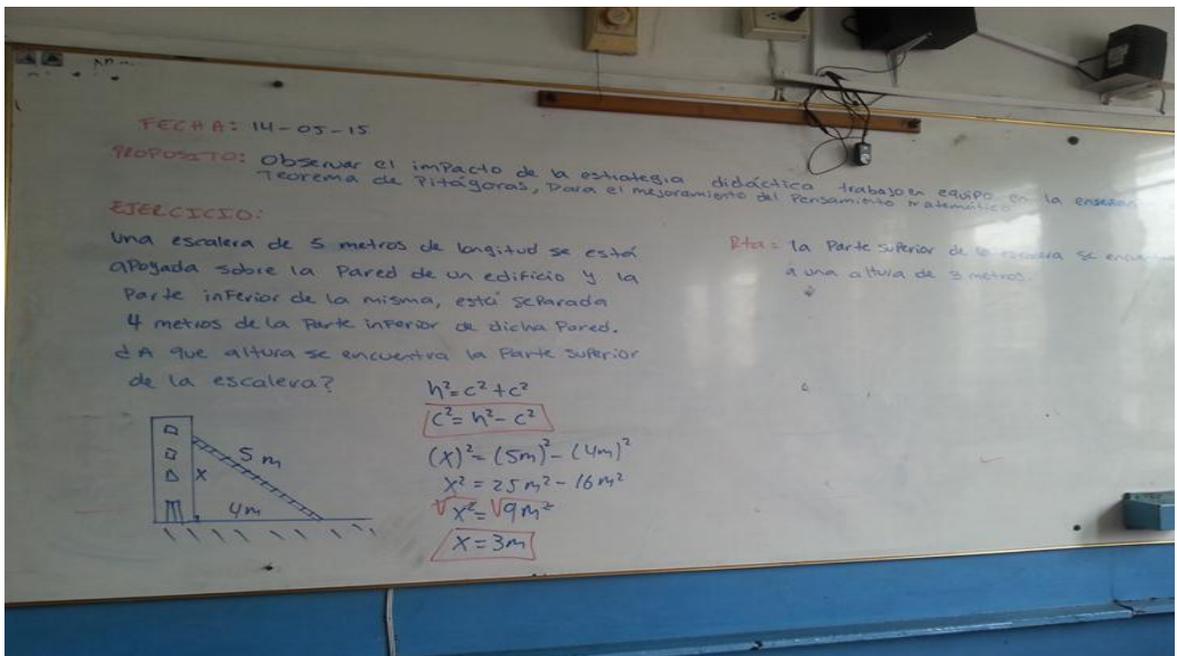
ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA	ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE TRABAJO EN EQUIPO
<p>Opción c:</p> $h^2 = C^2 + C^2 =$ $(x)^2 = (15m)^2 + (10m^2)$ $x^2 = 225m^2 + 100 m^2$ $x^2 = 325 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{325m^2}$ $X = 325m$ <p>Pregunta 4. Un niño está elevando una cometa y se da cuenta que ha gastado 25 metros de piola y que el punto exacto debajo de la cometa está a una distancia de 13 metros de sus pies. ¿Cuál será la altura de la cometa?</p> $h^2 = C^2 + C^2 =$ $C^2 = h^2 - h^2 =$ $(x)^2 = (25m)^2 -$ $(13m^2)$ $x^2 = 625m^2 - 169$ m^2 $x^2 = 456 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{456m^2}$ $X = \sqrt{456m}$ 	<p>Opción c:</p> $h^2 = C^2 + C$ $(x)^2 = (15m)^2 + (10m^2)$ $x^2 = 225m^2 + 100 m^2$ $x^2 = 325 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{325m^2}$ $X = 325m$ <p>Pregunta 4. Un niño está elevando una cometa y se da cuenta que ha gastado 25 metros de piola y que el punto exacto debajo de la cometa está a una distancia de 13 metros de sus pies. ¿Cuál será la altura de la cometa?</p> $h^2 = C^2 + C^2 =$ $C^2 = h^2 - h^2 =$ $(x)^2 = (25m)^2 -$ $(13m^2)$ $x^2 = 625m^2 - 169$ m^2 $x^2 = 456 m^2$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{456m^2}$ $X = \sqrt{456m}$ 

Fuente: el autor. 2015.

ANEXO J. TOMAS FOTOGRÁFICAS.



Fachada Colegio Nuestra Señora de la Sabiduría. Fotografía tomada a las 8:00 am del 10 de mayo de 2015.



Contextualización de la temática del Teorema de Pitágoras, socializado el 14 de mayo de 2015 a las estudiantes del curso 8-2.

CONTINUACIÓN ANEXO J.

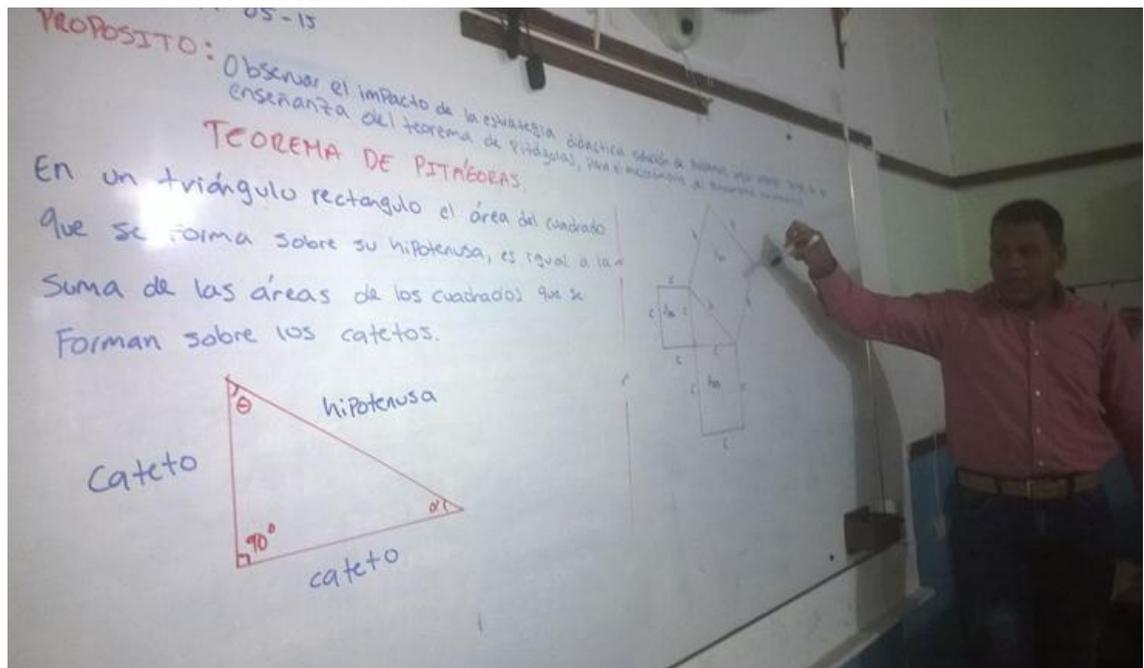


Estudiantes del curso 8-1 siguiendo las pautas establecidas en la estrategia de enseñanza solución de problemas de George Pólya.



Estudiantes de 8-2 trabajando en equipo.

CONTINUACIÓN ANEXO J.



Aplicación de la unidad didáctica diseñada para trabajar en el curso 8-1. Desarrollada por el autor de la presente investigación.



Aplicación de la unidad didáctica diseñada para trabajar en el curso 8-2, desarrolladas por el autor de la presente investigación.

CONTINUACIÓN ANEXO J.



Alumnas del grado 8-2 desarrollando el taller, trabajando en equipos.



Explicación de las pautas a seguir para trabajar y conformar equipos en el desarrollo de la temática del Teorema de Pitágoras.

RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO

RAE - RESUMEN ANALÍTICO EDUCATIVO UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

A. TIPO DE DOCUMENTO/ OPCIÓN DE GRADO	DE	TESIS COMO OPCIÓN DE GRADO PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
B. ACCESO DOCUMENTO	AL	Universidad de los Llanos, Biblioteca, Hemeroteca
1. TÍTULO DOCUMENTO	DEL	COMPARACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS DE TRABAJO EN EQUIPO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN GEORGE PÓLYA EN LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS, PARA EL MEJORAMIENTO DEL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN OCTAVO
2. NOMBRE APELLIDOS AUTOR (ES)	Y DE	JIMMY ALEJANDRO MORENO PÁEZ
3. AÑO DE PUBLICACIÓN	LA	2015
4. UNIDAD PATROCINANTE		Universidad de los Llanos, Facultad de Ciencias Humanas, Escuela de pedagogía, Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física.
5. PALABRAS CLAVES		Comparación, estrategia de enseñanza, método de George Pólya, trabajo en equipo, solución de problemas, teorema de Pitágoras, unidad didáctica.
6. DESCRIPCIÓN		La problemática evidenciada relaciona los siguientes aspectos básicos fundamentales: resolver problemas que necesita el estudiante y su debida comprensión; concebir y ejecutar un plan, al igual que examinar la solución obtenida, requiriendo de la ayuda, por parte del docente acorde con las limitaciones, inquietudes o sugerencias que posee el educando.

	<p>A manera de alternativa se propone la formación del aprendizaje de las estrategias didácticas de trabajo en equipo y solución de problemas podrá realizarse para identificar en el menor tiempo posible soluciones concretas y precisas para un determinado problema. De ahí que el método de George Pólya, está orientado a la solución entre ejercicios y problemas, aplicando un procedimiento que le permita llevarlo a la respuesta requerida.</p>
<p>7. FUENTES</p>	<p>AUSUBEL, David.P. The Acquisition and Retention of Knowledge. Dordrecht, Netherlands: Kluwer. Edición en español: Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. Barcelona: Paidós Ibérica. 2000. 326 pág.</p> <p>BAUERSFELD, H. The structuring of the structures: Development and function of mathematizing as a social practice. En L. Steffe y J. Gale (Eds.). Constructivism in Education. (pp. 137-158). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Ass. Pub. 1995.</p> <p>BEDOLLA SOLANO, Ramón. Ensayar sobre el aprendizaje significativo en la búsqueda de los conocimientos. 2009.</p> <p>BENEDITO, V. Introducción a la Didáctica. Fundamentación teórica y diseño curricular. Barcelona: Barcanova. 1987.</p> <p>BROUSSEAU, G. La tour de Babel. Etudes en Didactique des Mathématiques. Article occasionnel n. 2. IREM de Bordeaux. 1989.</p> <p>BUNGE, M. Epistemología. Barcelona: Ariel. 1985.</p> <p>DÍAZ GODINO, Juan. Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Brasil, 2011.</p> <p>GIL RODRÍGUEZ, F. y ALCOVER, C. M. Introducción a la Psicología de las Organizaciones. Madrid: Alianza Editorial. 2005.</p>

	<p>GOBERNACIÓN DEL META. Informe de coyuntura. 2013. P. 14 -1 8.</p> <p>GODINO, J. D. y LLINARES, S. El interaccionismo simbólico en educación matemática. Educación Matemática. 2000.</p> <p>GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel. El teorema llamado Pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. Editorial Azaroa. Barcelona, 2008.</p> <p>HAY GROUP. Factbook Recursos Humanos. Elcano: Aranzadi & Thomson. 1 2006.</p> <p>KATZENBACH, J.R. SMITH D.G. The wisdom of team Boston. H.B.S. Pres.</p> <p>LÓPEZ MONTALVO, Gerardo de la Merced; BERROCAL BERROCAL, Francisca; PALOMO BADILLO, María Teresa. Trabajo en equipo. Editorial Pirámide. Madrid España. 2001.</p> <p>MÉNDEZ ÁLVAREZ, Carlos Eduardo. Metodología. Diseño y desarrollo del proceso de investigación. Cuarta edición. Editorial Mc Graw Hill. Bogotá, D.C. Colombia. 2004.</p> <p>MI PRIMERA ENCICLOPEDIA CIENTÍFICA. Matemáticas. Editorial Zamora. México. 2014. ISBN 958-9085-92-X.</p> <p>MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Pruebas Saber 11, ICFES, 2014.</p> <p>PÓLYA George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México, febrero de 1989, p. 25 – 41.</p> <p>REBOLLAR MORATE, Alfredo. Una variante para la construcción del proceso de aprendizaje de la matemática, a partir de una forma de organizar el contenido en la escuela media cubana. 2008.</p> <p>REPÚBLICA DE COLOMBIA. Ley 115 de 1994. Artículo 8. Ley General de Educación.</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>REVISTA HIPERENCICLOPEDIA DE DIVULGACIÓN DEL SABER. Segunda época, año IX. Volumen 8. Número 1. De enero a marzo de 2014.</p> <p>RODRÍGUEZ FERNÁNDEZ, A. Introducción a la Psicología del Trabajo y de las Organizaciones. Madrid: Pirámide. 2001.</p> <p>ROMBERG, T. Necessary ingredients for a Theory of Mathematics Education. En: H.G. Steiner y A. Vermandel (Eds), Foundations and Methodology of the discipline Mathematics Education. Proceeding 2nd TME-Conference. Bielefeld - Antwerp: Dept of Didactics and Criticism Antwerp Univ. & IDM. 1988.</p> <p>SHULMAN, L.S. Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporary perspective. En M.C. Wittrock (Ed.) Handbook of research on teaching. London: Macmillan. 1986. [Traducción castellana en: La investigación de la enseñanza, I, Paidós-MEC, 1989].</p> <p>STEINER, H.G. Theory of mathematics education (TME): an introduction. For the Learning of Mathematics, Vol 5. n. 2, 1985. pp. 11-17.</p> <p>STRATHERN, Paul. Pitágoras y su teorema. Siglo XXI de España Editores. Madrid. 1999.</p> <p>VALDIVIA SARDIÑAS, María de los Ángeles; MARTÍN MARILÚ, Jorge; CABRERA SARMIENTO, Lizardo. La utilización de los procedimientos heurísticos en la formación del concepto de sucesión numérica convergente. 2007.</p> <p>VASCO URIBE, Carlos. Reflexiones sobre pedagogía y didáctica. tomado de Díaz, Mario y Muñoz, José. Pedagogía, discurso y poder. Editorial El Griot. Bogotá. 1990.</p> <p>VOIGT, J. Thematic patterns of interaction and socio-mathematical norms. 1995. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.). (pp. 163-199).</p> <p>VYGOTSKI, L.S. El desarrollo de los procesos</p>
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	psicológicos superiores. Barcelona. Editorial Grijalbo. 1979.
8. CONTENIDOS	<p>La estructura del proceso investigativo enmarca los siguientes aspectos:</p> <p>Introducción, marcos de referencia que detallan el marco teórico, marco conceptual, marco institucional, marco curricular y marco geográfico. Incluye además materiales y métodos, resultados, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos.</p>
9. METODOLOGÍA	<p>Es de carácter mixto, (cualitativo – cuantitativo). La investigación Acción permitió en este proyecto el análisis de la realidad desde las experiencias de intervención social, que se utilizó con la población a investigar (estudiantes) dando con ello un aporte significativo a la teoría y práctica de la investigación; que conllevó a propiciar un cambio social, con el propósito que se tome consciencia del papel de los actores en el proceso de formación.</p> <p>El método de estudio correspondió al método inductivo. Proceso de conocimiento que se inicia con el propósito de llegar a conclusiones y premisas generales que pueden ser aplicadas a situaciones similares a la observada.</p> <p>La población correspondió a las estudiantes de octavo uno y dos del Colegio Nuestra Señora de la Sabiduría, ubicado en la calle 40 No. 31-42, Centro sede bachillerato. La muestra se estableció con las 40 estudiantes de los cursos octavo uno y dos del colegio nuestra señora de la sabiduría de Villavicencio</p>
10. CONCLUSIONES	<p>Teniendo en cuenta los objetivos propuestos, se sintetiza qué en la comparación entre las estrategias de enseñanza, solución de problemas según Pólya y trabajo en equipo, resultan características que benefician directamente el uso de una u otra, en el desarrollo de una temática como el Teorema de Pitágoras, donde Pólya plantea un método estructurado que busca que el estudiante realice un proceso previamente establecido, como lo es comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y analizar los resultados, haciendo que el estudiante realice procesos individuales, de forma mental y procedimental, que solamente lo beneficien a él. Por</p>

	<p>otra parte, el trabajo en equipo busca la unión de saberes entre los miembros que constituyen el equipo, desarrollando procesos de tipo grupal, donde cada persona tendrá que compartir sus actitudes y conocimientos, para la solución de cada tarea establecida, haciendo con eso que no solamente se alimenten los conocimientos académicos de los estudiantes, sino que también se crezca de forma humana, desde el uso de valores, tipos de pensamiento, experiencias anteriores y muchos otros que sean el producto de la interacción humana.</p> <p>Desde el análisis teórico de las estrategias de enseñanza trabajadas en esta investigación, se observó que el método planteado por Pólya se realiza de forma más académica que el trabajo en equipo, ya que es un proceso estructurado en determinados pasos, donde cada uno de ellos es un espacio de análisis teórico amplio, que se deben entender para así poder ejecutarlo a cabalidad como lo pensó inicialmente George Pólya, sin interpretar con esto, que el trabajo en equipo, al tomarse como estrategia de enseñanza no se presenta como una teoría fuerte, que con el transcurso del tiempo y el aporte de grandes teóricos como Gil, se hace necesario en todo contexto social.</p> <p>Al llevar estas estrategias de enseñanza al aula de clase, se hace más dispendioso moldear el pensamiento de los estudiantes, para adquirir el trabajo en equipo como método de solucionar y comprender temáticas como el teorema de Pitágoras, ya que teóricamente no se tiene unos pasos establecidos, además, que el cambio de ser un grupo para llegar a ser un equipo, es demasiado crucial para el éxito de esta estrategia, obligando al docente a manejar muy bien la estrategia y a estar pendiente del proceso que se realiza, teniendo en cuenta, que la población estudiantil son jóvenes no mayores a quince años, y están pensando en usar su tiempo en actividades enfocadas a otros aspectos como la moda y similares.</p> <p>Es necesario planear de forma adecuada y precisa las unidades didácticas, en especial el proceso de enseñar, conocer y usar la estrategia de enseñanza con la que las</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>estudiantes van a trabajar y fundamentar el desarrollo de la temática, de lo contrario no habrá claridad en ningún aspecto del desarrollo de esa misma, y el fin que se plantea, el cual, es que los estudiantes comprendan un contenido temático, no se logrará.</p> <p>Para el desarrollo de las temáticas matemáticas es necesario que no solamente el docente maneje y use en el aula de clase, las explicación netamente conceptuales del tema a trabajar, sino que también conozca la historia de la temática y de cómo ha evolucionado a lo largo de la historia, como el teorema de Pitágoras que su historia es bastante antigua que ha venido mejorando con el transcurrir de los años, con el aporte de cada una de las culturas que han trabajado con él; además, se necesita expresarle a las estudiantes la aplicabilidad de la temática a usar, como por ejemplo, el uso del teorema de Pitágoras en la trigonometría y otros aspectos matemáticos, haciendo que el pensamiento matemático de las estudiantes sea más complejo y preciso.</p> <p>Basándonos en el taller aplicado a las estudiantes para verificar el aprendizaje del Teorema de Pitágoras, se concluye que el trabajo en equipo como estrategia de enseñanza es más acertado para el aprendizaje de esta temática, ya que las estudiantes obtuvieron mejores resultados, al promediar y analizar estos mismos, como se observa en la parte de resultados y análisis de resultados; también desde la observación se concluye, que fue más ameno y menos dispendioso para las estudiantes y para el docente, el trabajar en equipos; adicional a esto, se evidenciaron cualidades de las estudiantes al sentirse participes en sus respectivos equipos de trabajo y un mayor nivel de participación y unión entre los miembros del aula de clase.</p> <p>Se establece con base en la teoría de George Pólya que el desarrollo del pensamiento matemático orienta en ómo resolver problemas en el área de matemáticas.</p> <p>No sobra indicar que la heurística tiene múltiples ramificaciones: los matemáticos, los logístas los psicólogos, los pedagogos e incluso los filósofos pueden reclamar varias de su parte como pertenecientes a s</p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	dominio especial. El autor, consciente de la posibilidad de críticas provenientes de los más diversos medios y muy al tanto de sus limitaciones, se permite observar que tiene cierta experiencia en la solución de problemas y en la enseñanza de matemáticas en diversos niveles.
11. FECHA ELABORACIÓN	DE Septiembre de 2015.