TALLERES PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTHONY A. PHIPPS DE VILLAVICENCIO

SHARA LIZETH BLANCO LOZANO
KAREN FUENTES QUINTERO

Directora:
M.s.c. BEATRIZ AVELINA VILLARRAGA BAQUERO

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015

TALLERES PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTHONY A. PHIPPS DE VILLAVICENCIO

SHARA LIZETH BLANCO LOZANO
Código: 141002525
KAREN FUENTES QUINTERO
Código: 141002511

Este informe final se presenta como parte del Proyecto de Proyección Social titulado "talleres de desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4°, 5°, 6°, 7° y 8° de las instituciones educativas de Villavicencio", como opción de grado para optar el título de Licenciado en Matemáticas y Física

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
VILLAVICENCIO
2015

AUTORIZACIÓN

Yo **SHARA LIZETH BLANCO LOZANO**, identificada con C.C. No. 1.121.876.132 de Villavicencio - Meta, y **KAREN FUENTES QUINTERO**, identificado con C.C No. 40.411.643 de Villavicencio - Meta, autores del trabajo de grado titulado **TALLERES PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN ESTUDIANTES DE GRADO 5° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTHONY A. PHIPPS DE VILLAVICENCIO**, presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física, hacemos entrega del ejemplar autorizamos a la Universidad de los Llanos, según los términos establecidos en la Ley 13de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993 y Decreto 460 de formas, los derechos patrimoniales de reproducción alquiler, préstamo, público e importaciones que me corresponde como creador de la obra objeto del presente documento. PARÁGRAFO: La presente autorización se hace extensiva, no solo a las facultades y derechos de uso sobre la obra en formato o soporte material, sino también para formato virtual, electrónico, digital, óptico, usos en red, internet, extranet, etc.; y en general para cualquier formato conocido y por conocer.

El AUTOR-ESTUDIANTE, manifiesta que la obra objeto de la presente autorización, es original y la realizó sin violentar o usurpar derechos de autor de terceros, por lo tanto, la obra es de exclusiva autoría y detecta la titularidad sobre la misma. PARAGRAFO: en caso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión, El ESTUDIANTE-AUTOR, asumirá toda la responsabilidad y saldrá en defensa de los derechos aquí autorizados, para todos los efectos de la Universidad actúa como un tercero de buena fe. Para constancia, se firma el presente documento en dos (2) ejemplares del mismo valor y tenor en Villavicencio, Meta: a los dos (27) días del mes de octubre del dos mil quince (2015).

_____	_____
Shara Lizeth Blanco Lozano	**Karen Fuentes Quintero**
C.C. 1.121.876.132	C.C. 40.411.643
Villavicencio – Meta	Villavicencio – Meta

AUTORIDADES ACADÉMICAS

OSCAR DOMÍNGUEZ GONZÁLEZ
Rector

WILTON ORACIO CALDERÓN CAMACHO
Vicerrector Académico

DEIVER GIOVANNY QUINTERO REYES
Secretario General

MANUEL EDUARDO HOZMAN MORA
Decano de la Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación

CLAUDIO VINICIO VÉLEZ SUAREZ
Director de la Escuela de Pedagogía y Bellas Artes

FREDY LEONARDO DUBEIBE MARÍN
Director del Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física

NOTA DE ACEPTACIÓN

_____
_____
_____
_____

_____
Director Centro de Investigación
Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación

_____
PhD. FREDY LEONARDO DUBEIBE
Director de Programa
Licenciatura en Matemáticas y Física

_____
MSc. BEATRIZ AVELINA VILLARRAGA BAQUERO
Directora

_____
MSc. NASLY YANIRA MARTÍNEZ VELÁSQUEZ
Jurado

_____
MSc. BEATRIZ ROJAS GARCÍA
Jurado

Villavicencio, 27 de octubre del 2015

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos primeramente a Dios por sus bendiciones y por la oportunidad de culminar con éxito esta etapa en nuestras carreras profesionales. A nuestras hermosas familias por su amor, solidaridad, ánimo y esfuerzo. A cada uno de nuestros queridos docentes de carrera que nos estuvieron acompañando durante nuestra formación académica y humanística. Agradecimientos al docente Edison Ivanú Sabogal Pérez por habernos invitado a participar en este interesante proyecto. Agradecimientos especiales a las docentes Nasly Yanira Martínez, Beatriz Rojas García y Beatriz Avelina Villarraga Velásquez, por sus valiosos aportes a nuestro trabajo de grado, así como a cada uno de los docentes que hacen parte del proyecto.

CONTENIDO

Pág

INTRODUCCIÓN 14

1. MARCO CONCEPTUAL 16

1.1. CONCEPTUALIZACIÓN SOBRE LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS 16

1.1.1. Estado 1: familiarizarse con el problema. 18

1.1.2. Estado 2: idear un plan o una estrategia. 19

1.1.3. Estado 3: ejecutar el plan. 19

1.1.4. Estado 4: mirar hacia atrás. 20

1.2. PROBLEMAS DESDE LA OLIMPIADA COLOMBIANA DE MATEMÁTICAS 20

1.2.1. Olimpiada Colombiana de Matemáticas. 21

1.3. LA HEURÍSTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OLIMPIADAS 22

2. MATERIALES Y MÉTODOS 26

2.1. POBLACIÓN Y MUESTRA 26

2.1.1 Población. 26

2.1.2 Muestra 26

2.1.3 Características de la muestra 26

2.2. FASES 27

2.2.1. Capacitación 27

2.2.2. Elaboración de talleres 27

2.2.3. Implementación de talleres 27

2.2.4. Resultados y análisis 27

3. RESULTADOS 28

3.1. TALLERES IMPLEMENTADOS 28

3.2. ANÁLISIS DE TALLERES PROPUESTOS DURANTE LAS SESIONES CON LOS ESTUDIANTES. 29

3.2.1 Taller No.1 29

3.2.2 Taller No.2 38

3.2.3. Taller No. 3 45

3.2.4 Taller No. 4 51

3.3 ANÁLISIS PRUEBA INTERINSTITUCIONAL 59

4. IMPACTO TALLERES DE DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ESTUDIANTES GRADO 5 GRUPO A I.E ANTHONY A. PHIPPS. 71

4.1. NIVELES F3 Y F4 EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS 71

4.2. MOTIVACIÓN HACIA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR PARTE DE LOS ESTUDIANTES DEL GRADO 5 GRUPO A DE LA I.E ANTHONY A. PHIPPS 71

4.3. TRABAJO COLABORATIVO ENTRE DOCENTES DE LA I.E Y LAS EPS. ... 72

4.4. RESULTADOS PRUEBAS OLIMPIADAS EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS 2014. 72

4.5 ENTREVISTA A DOCENTE TITULAR 72

BIBLIOGRAFÍA 76

ANEXOS 78

RESUMEN ANALITICO ESPECIALIZADO (RAE) 82

LISTA DE TABLAS

Pág

Tabla 1 Escalas de valoración cualitativas basadas en las cuatro fases en resolución de problemas según George Polya. 28

Tabla 2 Categorización soluciones taller 1. 66

Tabla 3. Categorización soluciones taller 2. 66

Tabla 4.Categorización soluciones taller 3. 67

Tabla 5. Categorización soluciones taller 4. 67

Tabla 6 Categorización prueba interinstitucional. 68

LISTA DE FIGURAS

Pág

Figura 1 Clasificación de los recursos heurísticos.....24
Figura 3 Clasificación de los procedimientos heurísticos. 24
Figura 4. Resolución de problema 1 taller 1 propuesta por el estudiante E9. 30
Figura 5. Resolución de problema 1 taller 1 propuesta por el estudiante E15. 30
Figura 6. Resolución de problema 1 taller 1 propuesta por el estudiante E12. 31
Figura 7. Resolución de problema 1 taller 1 propuesta por el estudiante E19. 31
Figura 8. Resolución de problema 2 taller 1 propuesta por el estudiante E6. 32
Figura 9. Resolución de problema 2 taller 1 propuesta por el estudiante E19. 32
Figura 10. Resolución de problema 2 taller 1 propuesta por el estudiante E15. ...33
Figura 11. Resolución de problema 2 taller 1 propuesta por el estudiante E9 33
Figura 12. Resolución de problema 3 taller 1 propuesta por el estudiante E19 34
Figura 13. Resolución de problema 3 taller 1 propuesta por el estudiante E19 35
Figura 14. Resolución de problema 3 taller 1 propuesta por el estudiante E2 35
Figura 15. Resolución de problema 3 taller 1 propuesta por el estudiante E4 36
Figura 16. Resolución de problema 4 taller 1 propuesta por el estudiante E2 36
Figura 17. Resolución de problema 4 taller 1 propuesta por el estudiante E5 37
Figura 18. Resolución de problema 4 taller 1 propuesta por el estudiante E19 37
Figura 19. Resolución de problema 1 taller 2 propuestas por el estudiante E9 38
Figura 20. Resolución de problema 1 taller 2 propuestas por el estudiante E13 ..38
Figura 21. Resolución de problema 1 taller 2 propuestas por el estudiante E15 ..39
Figura 22. Resolución de problema 1 taller 2 propuestas por el estudiante E20 ..39
Figura 23. Resolución de problema 2 taller 2 propuesta por el estudiante E9 40
Figura 24. Resolución de problema 2 taller 2 propuesta por el estudiante E12 ...40
Figura 25. Resolución de problema 2 taller 2 propuesta por el estudiante E15 ...40
Figura 26. Resolución de problema 2 taller 2 propuesta por el estudiante E20 ...41
Figura 27. Resolución de problema 3 taller 2 propuesta por el estudiante E9 41

Figura 28. Resolución de problema 3 taller 2 propuesta por el estudiante E7 42
Figura 29. Resolución de problema 3 taller 2 propuesta por el estudiante E11 ...42
Figura 30. Resolución de problema 3 taller 2 propuesta por el estudiante E5 43
Figura 31. Resolución de problema 4 taller 2 propuesta por el estudiante E8 43
Figura 32. Resolución de problema 4 taller 2 propuesta por el estudiante E5 44
Figura 33. Resolución de problema 4 taller 2 propuesta por el estudiante E11 ...44
Figura 34. Resolución de problema 4 taller 2 propuesta por el estudiante E3 45
Figura 35. Resolución de problema 1 taller 3 propuesta por el estudiante E7 46
Figura 36. Resolución de problema 1 taller 3 propuesta por el estudiante E2 46
Figura 37. Resolución de problema 1 taller 3 propuesta por el estudiante E11 ...46
Figura 38. Resolución de problema 1 taller 3 propuesta por el estudiante E5 47
Figura 39. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E2 47
Figura 40. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E18 ...48
Figura 41. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E5 48
Figura 42. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E11 ...49
Figura 43. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E7 49
Figura 44. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E2 50
Figura 45. Resolución de problema 3 taller 3 propuesta por el estudiante E18 ...50
Figura 46. Resolución de problema 3 taller 3 propuesta por el estudiante E5 51
Figura 47. Resolución de problema 3 taller 3 propuesta por el estudiante E4 51
Figura 48. Resolución de problema 1 taller 4 propuesta por el estudiante E12 52
Figura 49. Resolución de problema 1 taller 4 propuesta por el estudiante E17 ...52
Figura 50. Resolución de problema 1 taller 4 propuesta por el estudiante E14 ...53
Figura 51. Resolución de problema 1 taller 4 propuesta por el estudiante E15 ...53
Figura 52. Resolución de problema 2 taller 4 propuesta por el estudiante E9 54
Figura 53. Resolución de problema 2 taller 4 propuesta por el estudiante E17 ...54
Figura 54. Resolución de problema 2 taller 4 propuesta por el estudiante E10 55
Figura 55. Resolución de problema 2 taller 4 propuesta por el estudiante E15 ...55
Figura 56. Resolución de problema 3 taller 4 propuesta por el estudiante E17 ...56
Figura 57. Resolución de problema 3 taller 4 propuesta por el estudiante E12 ...56

Figura 58. Resolución de problema 3 taller 4 propuesta por el estudiante E15 ...57
Figura 59. Resolución de problema 3 taller 4 propuesta por el estudiante E11 ...57
Figura 60. Resolución de problema 4 taller 4 propuesta por el estudiante E9 58
Figura 61. Resolución de problema 4 taller 4 propuesta por el estudiante E15 ...58
Figura 62. Resolución de problema 4 taller 4 propuesta por el estudiante E3 58
Figura 63. Resolución de problema 1 propuesta por el estudiante E13 59
Figura 64. Resolución de problema 1 propuesta por el estudiante E5 60
Figura 65. Resolución de problema 1 propuesta por el estudiante E3 60
Figura 66. Resolución de problema 1 propuesta por el estudiante E2 60
Figura 67. Resolución de problema 2 propuesta por el estudiante E3 61
Figura 68. Resolución de problema 2 propuesta por el estudiante E5 61
Figura 69. Resolución de problema 2 propuesta por el estudiante E11 61
Figura 70. Resolución de problema 2 propuesta por el estudiante E12 62
Figura 71. Resolución de problema 3 propuesta por el estudiante E3 62
Figura 72. Resolución de problema 3 propuesta por el estudiante E9 63
Figura 73. Resolución de problema 3 propuesta por el estudiante E12 63
Figura 74. Resolución de problema 3 propuesta por el estudiante E11 63
Figura 75. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E2 64
Figura 76. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E3 64
Figura 77. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E3 65
Figura 78. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E2 65
Figura 79. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E1 65
Figura 80. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E3 66

LISTA DE ANEXOS

Pág

ANEXO A. Taller de desarrollo de habilidades en resolución de problemas aplicado 1 77

ANEXO B. Taller de desarrollo de habilidades en resolución de problemas aplicado 2 78

ANEXO C. Taller de desarrollo de habilidades en resolución de problemas aplicado 3 79

ANEXO D. Taller de desarrollo de habilidades en resolución de problemas aplicado 4 80

INTRODUCCIÓN

En el mundo entero y en especial en Colombia se está trabajando para desarrollar en los estudiantes competencias matemáticas. Actualmente los estudiantes de los niveles de primaria, secundaria, media y universitario, tienen la oportunidad de participar en diferentes eventos organizados para tal fin. Uno de ellos son las "Olimpiadas Colombianas de Matemáticas" organizadas por la Universidad Antonio Nariño, éste evento cuenta con tres diferentes categorías que permiten congregar estudiantes de distintos grados de escolaridad[1]. Los estudiantes del país también cuentan con el "Canguro Matemático", certamen organizado por la Asociación Canguro Matemático Sin Fronteras (originario de Francia). En estas pruebas existen las categorías: Escolar, Benjamin, Cadete, Junior y Estudiante; abarcándose todos los grados de escolaridad hasta el nivel preuniversitario. Dentro de este marco de eventos se encuentran dos más organizados por la Universidad Antonio Nariño llamados "Competencia Regional de Matemáticas" y la "Olimpiada Iberoamericana". A nivel regional, el programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de los Llanos realiza "Olimpiadas en Matemáticas y Física" donde participan estudiantes de diferentes instituciones educativas del departamento del Meta distribuidos en diferentes niveles con el fin de congregar el mayor número de estudiantes participantes.

El presente informe final es producto de un año de participación en el Proyecto Institucional de Proyección Social (PPS) titulado "Talleres de desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 4, 5, 6, 7 y 8 de las instituciones educativas de Villavicencio. Fase 2".Durante este periodo de tiempo (I y II semestre de 2014), se diseñaron e implementaron talleres con problemas tipo olimpiada en las instituciones educativas participantes, siendo la Institución Educativa Anthony A. Phipps la asignada para las estudiantes de proyección social autoras del presente informe.

La Institución Educativa Anthony A. Phipps es de carácter oficial; se encuentra ubicada en la Cra 37 No. 22-40 del barrio San Benito de la ciudad de Villavicencio, cuenta con dos sedes: la sede principal donde se encuentran los grados quinto a once y preescolar, la Institución cuenta con la sede Antonia Santos donde se imparten clases a estudiantes delos grado primero a cuarto de básica primaria. Como se consagra en su PEI, es una dependencia de la Secretaría de Educación de Villavicencio que pretende formar talento humano por medio de una formación integral, inclusiva y pertinente, basada en el desarrollo de competencias, identidad cultural e investigación cimentada bajo los principios de liderazgo, solidaridad, igualdad, tolerancia y creatividad.

[1] Tomado de la Universidad Antonio Nariño. (2012). www.uan.edu.coRecuperado el 13 junio de 2015 de la URL: http://olimpia.uan.edu.co/olimpiadas/public/frameset.jsp.

Los talleres fueron aplicados para estudiantes de grado 5 grupo A pertenecientes a esta Institución, con el objeto de cumplir con los propósitos del PPS que consisten en mejorar el aprendizaje de las matemáticas a partir del desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de lógica y análisis matemático para estudiantes de instituciones educativas de la ciudad de Villavicencio en particular la I.E Anthony A. Phipps. Una vez aplicados los talleres se procedió a la observación de las distintas soluciones propuestas por los estudiantes con el propósito de realizar un análisis que permitió determinar el impacto que el PPS generó en los estudiantes de dicho grado de la I.E Anthony A. Phipps.

1. MARCO CONCEPTUAL

El proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas se inicia en la escuela colombiana desde los primeros grados, con el objetivo de preparar a los estudiantes para que sean capaces de resolver los problemas de la vida cotidiana. En este capítulo se ofrece una conceptualización sobre la resolución de problemas.

1.1. CONCEPTUALIZACIÓN SOBRE LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Se conoce al enfoque de resolución de problemas como "… *una variedad de formas de trabajo que abarcan desde la simple incorporación de problemas en el desarrollo de una clase, hasta propuestas sumamente elaboradas apoyadas en teorías sobre el desarrollo cognitivo o el procesamiento de la información*"[2]. La resolución de problemas como estrategia didáctica se fundamenta en "*… que el problema es el principio, la motivación y el fin;…*"[3].

Diferentes investigadores, han realizado investigaciones donde abordan problemas como propuestas didácticas, entre los que se destacan: Polya, G.,Fridman, L., Martínez, M., Majmutov, M. Rohn, K.,Schoenfeld, A., Mayer, R., Sánchez, L. ,Garret, R., Labarrere, G., Campistrous, L. y Rizo C. y Álvarez, C.

Sobre la conceptualización de problema matemático hay una amplia literatura, encontrándose autores como Polya y su libro: Como plantear y resolver problemas[4]; Borasi, R[5]. Quien da elementos estructurales para una tipología de problemas; Schoenfeld, A., quien propone un marco con cuatro componentes (los recursos, la heurística, el control y los sistemas de creencias). Otros autores como Gascón, J. Identifica lo que denomina siete paradigmas para la resolución de problemas (teoricista, tecnicista, modernista, constructivista, procedimental, de la modelación y de los momentos didácticos). Por su parte Guzmán, M.[6] elaboró un modelo donde incluye decisiones ejecutivas y de control, así como las heurísticas para la resolución de problemas. También el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) propuso en 1980 como eslogan educativo de la matemática escolar la resolución de problemas.

---

[2]Mancera, E.*Saber matemáticas es saber resolver problemas.* México: Grupo Editorial Iberoamérica, 2000.
[3]Falk, M. *La enseñanza a través de problemas.*Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 1980.
[4]POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas.Trillas, 1981.
[5] PINO CEBALLOS, Juan; BLANCO, Lorenzo J. Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad, 2008.
[6] DE GUZMÁN, M. Para pensar mejor: Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos, 2006

El término problema se define, en un sentido amplio, como aquella tarea a la que una persona se enfrenta y desea o necesita encontrar una solución sin poseer un procedimiento accesible y fácil para encontrarla y, como consecuencia, realiza distintos intentos. En su libro *Mathematical Discovery*, Polya, G, se vio obligado a proporcionar una definición de problema. Pero no para empezar su disertación, sino en el capítulo cinco, y después de una amplia exposición práctica sobre algunos procesos que intervienen en la resolución de problemas; en el escrito plantea que tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata.

Otra definición, parecida a la de Polya, G. es la de Krulik, S. y Rudnik, J[7]., quienes plantean que: "*Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para el cuál no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma"*[8]. Esta última definición de problema es compartida por las autoras del presente informe final, por considerarla como la más cercana a lo que se pretende en la investigación. Diversos autores han dado estrategias sobre resolución de problemas que buscan en general llevar a feliz término la solución. Según Schoenfeld, A[9]., en la resolución de problemas: "*el estudiante debe tener dominio de recursos informáticos, manejo de las estrategias heurísticas y meta cognitivas y al sistema de creencias que tenga sobre las matemáticas*"[10].

Polya, señala métodos para la mejora de un derrotero para llevar a feliz término la resolución de problemas, lo cual quedó plasmado en su libro: "Howtosolveit[11]*".* Su técnica comprendía cuatro etapas:

- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Revisión retrospectiva.

Para cada una de las etapas anteriores plantea una serie de preguntas que orientan a quien pretende resolver el problema. Hadamard, J[12]., determina de manera similar a Polya, cuatro etapas en la solución de problemas: preparación, incubación, iluminación y comprobación.

---

[7]KRULIK, Stephen; RUDNICK, Jesse A. La reflexión: estrategias para razonar y resolver problemas. Reston (USA): ArithmeticTeacher, 1994, p. 334-338

[8]Krulik, S., & Rudnik, J. *Problem solving: a handbook for teachers.* Boston: Allyn and Bacon, 1980 . pág. 4.

[9]Schoenfeld, A. (1989). La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. Resnick, L. y Klopfer, L.(1989). Curriculum y Cognición. Buenos Aires: Aique.

[10]Schoenfeld, A. Mathematical Problem Solving. AcademicPress, San Diego, CA, USA, 1985.

[11]POLYA, G. How to solve it?.Trillas, 1981.

[12]GUERRA ALVARADO, Vladimir David. La Conducción del método heurístico en la enseñanza de la matemática. 2009.

Por su parte Dewey, J[13].describe una secuencia para la resolución de problemas:

- Presentación del problema.
- Definición del problema, tomando sus elementos esenciales.
- Formulación de una hipótesis.
- Ensayo de la hipótesis.
- Comprobación de la hipótesis.

Guzmán, M[14]., parte de las ideas de Polya, J. y Mason, J., et al. , y de los trabajos de Schoenfeld, A., y elabora un modelo para la ocupación con problemas, donde se incluyen tanto las decisiones ejecutivas y de control como las heurísticas. La finalidad de tal modelo es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática a fin de eliminar obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces, en otras palabras, lo que Polya denominó pensamiento productivo. El modelo cuenta con cuatro pasos donde se recopilaron elementos que en cierta medida facilitan el llevar a cabo el proceso para la solución de un problema matemático. Los pasos son:

- Familiarizarse con el problema.
- Buscar estrategias.
- Llevar adelante la estrategia.
- Revisar el proceso y sacar consecuencias de él.

Cada uno de los autores antes citados presenta una estrategia, con la que se piensa guiar al estudiante por un camino que le facilite llegar a la solución. Estos investigadores han realizado sus trabajos orientados en general hacia la aritmética y el álgebra, pero a juicio de las autoras del presente informe final, hay algunos campos de la matemática que requieren de un tratamiento ligeramente especial, por ejemplo la solución de problemas geométricos. Basado en los anteriores autores se puede proponer una estrategia que pueda servir como orientadora para resolver los problemas geométricos de olimpiadas que involucren componentes aritmética, algebraica y/o trigonométrica. Esta constaría de cuatro estados que se describen a continuación: familiarizarse con el problema, idear un plan o una estrategia, ejecutar el plan y mirar hacia atrás[15]. A continuación se explican en cada uno de estos estados una guía para ir avanzando en el desarrollo del problema.

1.1.1. Estado 1: familiarizarse con el problema. Hacer que el estudiante se entere del problema, que sea capaz de repetirlo con sus propias palabras y capaz de comprender la situación que aparece. Para ello se sugiere:

[13]Rico, L. Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas, 2009.
[14]DE GUZMÁN, M.*Para pensar mejor*. Labor, 1991
[15]POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas.Trillas, 1981.51-53p

- Leer el problema despacio, mentalmente, para entender a fondo la situación.
- Jugar con la situación.
- Ver cuáles son los datos.
- Escoger un lenguaje básico y adecuado de uso común, así como una notación apropiada.
- Percibir las figuras involucradas.
- Dibujar una figura o completar la figura dada con segmentos, rectas que pueden ser de utilidad en la solución.
- Usar propiedades geométricas o aritméticas para identificar posibles soluciones, compararlas, ordenarlas o caracterizarlas.
- Preguntar: ¿Cuál es la incógnita (lo que busca).
- Ver qué relación existe entre la incógnita y los datos.
- Preguntar ¿Sobran datos? Puede ser importante dar más datos de los necesarios para que el estudiante escoja los más importantes o necesarios.
- Ir trabajando con paz, con tranquilidad, a su ritmo.

1.1.2. Estado 2: idear un plan o una estrategia. Referente a contestar el interrogante: ¿Cómo se debe abordar el problema?, se debe tener en cuenta lo siguiente:

- Empezar por lo que se considera fácil, experimentar.
- Preguntar ¿Qué se conoce?
- ¿Qué se quiere conocer?
- ¿Qué conceptos y pasos se necesitan?
- ¿Qué operaciones se requieren?
- Describir las partes que integran el problema, enunciar las propiedades de sus partes y analizar las propiedades matemáticas.
- Pensar si existen parecidos con problemas anteriores.
- Interrogarse:¿Se puede plantear de problema de otra manera?
- Imaginar otro problema parecido, pero más sencillo (si los números son grandes, hacerlos más pequeños); de otro problema resuelto hacerlo al contrario.
- Preguntar ¿Se utilizaron todos los datos?
- Actuar con cierta flexibilidad, no ser terco con una idea si no funciona, buscar otra visión.

1.1.3. Estado 3: ejecutar el plan. El estudiante deberá ejecutar el plan teniendo en cuenta lo siguiente:

- ¿Qué propiedades relacionan los elementos del problema?
- ¿Qué propiedades relacionan dos o más datos?
- Relacionar los elementos matemáticos a los geométricos.
- Comprobar cada uno de los pasos.
- ¿Puede verse que cada uno de los pasos es correcto?

- Antes de dar un paso, preguntarse ¿qué consigo con esto?, es decir no calcular por calcular.
- Acompañar cada paso con una explicación de lo que se hace y para qué se hace (es importantísimo).
- Cuando se tropiece con alguna dificultad que lo bloquee, romper con lo que se está haciendo y volver al principio.

1.1.4. Estado 4: mirar hacia atrás. Comprobar si la solución obtenida parece buena, lógica o adecuada. Para ello se debe:

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Fijarse en la solución y comprobar si parece lógica.
- Comprobar la solución, ¿seguro?
- ¿Habrá algún otro modo de resolver ese problema?
- ¿Puede existir alguna otra solución distinta?
- ¿Existe una definición equivalente de un concepto que se puede utilizar indistintamente?
- ¿Hubo claridad en el uso de axiomas, definiciones o teoremas a aplicar?
- Acompañar siempre la solución de una explicación que aclare lo que se ha encontrado, es decir las matemáticas no son solo números, sino pensamientos que hay que contrastar con palabras.
- Saca consecuencias y conclusiones para el futuro.

La propuesta realizada enriquece las secuencias presentadas por otros autores y va encaminada a mejorar el desarrollo de las soluciones en problemas de tipo olimpiadas.

1.2. PROBLEMAS DESDE LA OLIMPIADA COLOMBIANA DE MATEMÁTICAS

Además de los elementos o factores tenidos en cuenta en la solución de problemas, en las Olimpiadas de Matemáticas se les propone a los estudiantes ciertos tipos de problemas, todos ellos retadores**.** *"Los problemas retadores son problemas que invitan al estudiante a pensar autónomamente, a indagar, a cuestionar, a razonar y a explicar su razonamiento."*[16]

"*Los problemas retadores exigen la integración de conceptos relacionados y el establecimiento de nexos con otras áreas de la matemática (argumentos y elementos), se pretende lograr un dominio y una comprensión profunda de la matemática elemental sin tratar de extender los conocimientos de los estudiantes*

[16]Pérez, F. (2004). *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas para primaria 2000 - 2004.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño.

hacia conceptos propios de la matemática superior"[17]*.* Los anteriores criterios son compartidos por las autoras del presente informe final.

Cada problema seleccionado para los concursos de Olimpiadas de Matemáticas abre la puerta "… *al estudiante para razonar, investigar, conjeturar, comprobar y demostrar,*…"[18]Los problemas con estas connotaciones abarcan los campos de la matemática escolar: aritmética, álgebra, geometría, combinatoria, estadística y probabilidad.

Para que un problema genere motivación debe tener tres características, *"…que sea una situación que estimula el pensamiento, que sea interesante para el alumno, y que la solución no sea inmediata"*[19]. Lo que se busca es que el estudiante adquiera el hábito de resolver problemas, donde se recuerde los ya resueltos, que lo haga con esmero y lo convierta en un arte.
El proceso de resolución de problemas se ve favorecido por habilidades intelectuales tales como la flexibilidad de pensamiento, la reversibilidad de pensamiento, la generalización, la estimación, la imaginación espacial, la discriminación y la habilidad en el cálculo mental, cuestiones estas que las autoras de éste informe final consideran que son determinantes para la resolución de problemas de olimpiadas.

En la resolución de un problema se debe tener claridad con lo escrito (caligrafía), lo que lleva a dar elegancia a su solución, pues en el momento de ser evaluado sería tomado en cuenta. Medina, F[20].menciona siete pasos basados en preguntas para facilitar la crítica sobre la autoevaluación relacionados con la claridad en la exposición, claridad en las gráficas, desarrollo ordenado, construcciones auxiliares adecuadas, claridad en los resultados preliminares, ordenadas proposiciones auxiliares y sobre la solución o soluciones que sean probadas y entendibles. La buena presentación debe estar presente y aún más allá, "*Hay que inculcar en el alumno la estética matemática, es decir, la solución a un problema es más elegante en cuanto menos difícil sea la teoría empleada para solucionarlo, o sea, la solución más sencilla es la más elegante e ingeniosa*"[21].

1.2.1. Olimpiada Colombiana de Matemáticas. Con relación a las Olimpiadas Colombiana de Matemáticas, en este proyecto se asumen algunos elementos de la filosofía de éstas, las cuales son normativas de la Universidad Antonio Nariño. La misión de las olimpiadas es mostrar a los estudiantes las puertas abiertas a

[17]ibidem
[18]Ibídem, Pag II.
[19]Falk, M.. *La enseñanza a través de problemas.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño 1980. 16p.
[20]Carrasco, F. El Lazarillo de Medina: problemas de genética textual. In Studia in honoren Germán Orduna (pp. 149-162). Universidad de Alcalá, 2001.
[21]Valderrama, J. (1986). *Problemas de Olimpiadas. Primer Nivel.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño.

cuestiones matemáticas como: razonar, investigar, conjeturar, comprobar y demostrar.

La visión de las olimpiadas de matemáticas es formar en nuestro país una comunidad científica numerosa y de gran capacidad, donde se aproveche al máximo tanto las capacidades individuales como el trabajo en grupo, fomentados desde temprana edad en los diferentes eventos propuestos.
Las Olimpiadas de Matemáticas en Colombia dieron inicio en 1980; han sido más de treinta años de incansable trabajo a favor de las generaciones de jóvenes talentosos. El fruto de este trabajo se resume en más de 200 medallas en diferentes certámenes internacionales como reconocimiento al esfuerzo, dedicación y talento de los estudiantes colombianos, en numerosos eventos internacionales, algunos coordinados por Colombia, y ante todo en un gran grupo de estudiantes interesados en las matemáticas y en el avance científico del país en general.

A continuación se presentan los objetivos de las olimpiadas colombianas de Matemática.

- *"Proponer ante la comunidad estudiantil metas consecuentes con la búsqueda de la excelencia académica en matemáticas.*
- *Impulsar la investigación y el pensamiento creativo de los estudiantes del país dentro del marco de sus estudios, desde la escuela primaria hasta los universitarios.*
- *Identificar estudiantes con especial interés y capacidad en Matemáticas para brindarles orientación y apoyo en sus estudios.*
- *Formar líderes de la comunidad científica colombiana.*

Los nueve eventos nacionales y cinco internacionales de las Olimpiadas de Matemáticas conforman un programa completo de enriquecimiento del aprendizaje de la matemática que comprende actividades a distintos niveles y de diversa naturaleza que permiten a cada estudiante buscar su óptimo nivel de realización en matemáticas. Es además un programa de apoyo al profesor en su búsqueda de la excelencia en el salón de clase. Algunos eventos permiten abarcar también actividades investigativas en el marco de solución de problemas que requieren varias semanas o meses de dedicación, indagación y pensamiento."[22]

1.3. LA HEURÍSTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE OLIMPIADAS

[22]Tomado de la Universidad Antonio Nariño. (2012). www.uan.edu.co. Recuperado el 15 de 08 de 2014 de la URL: http://olimpia.uan.edu.co/olimpiadas/public/frameset.jsp.

La heurística puede describirse como el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente. Este proceso es un rasgo característico de los seres humanos.

En psicología el término está relacionado con la creatividad, entendido como una norma sencilla y eficiente que guía la toma de decisiones para que de una manera práctica se llegue a un juicio o a la solución de un problema. Polya, G, fue uno de los autores que dio a conocer el concepto de heurística en la enseñanza de la matemática, en su libro: *Cómo resolverlo*. El libro contiene una guía a base de preguntas para seguir paso a paso la solución de un problema. Cuatro de las orientaciones que se seguían permiten comprender el concepto:

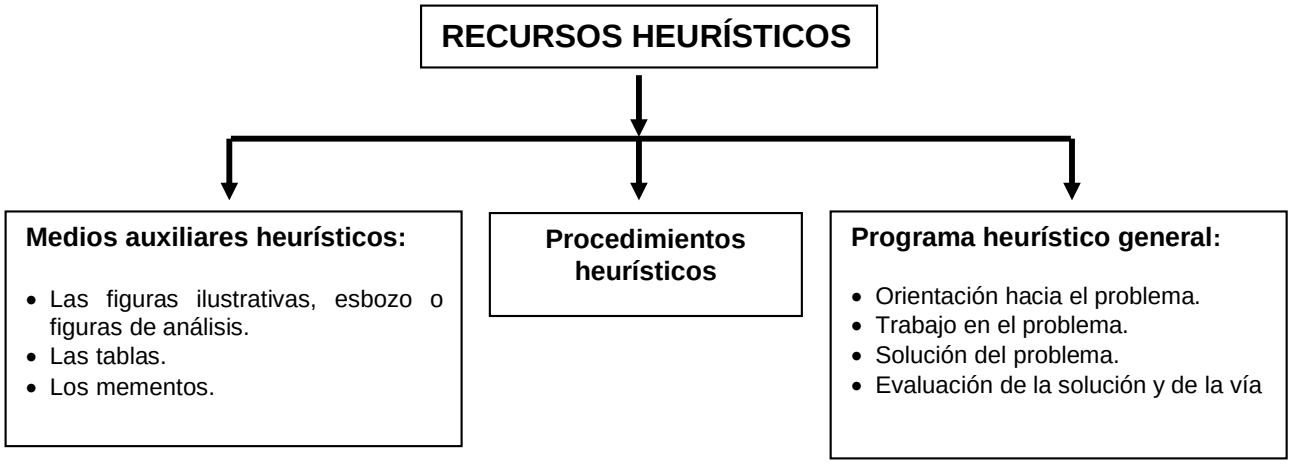
- Si no consigues entender un problema, dibuja un esquema.
- Si no encuentras la solución, haz como si ya la tuvieras y mira qué puedes deducir *de ella* (razonando a la inversa).
- Si el problema es abstracto, prueba a examinar un ejemplo concreto.
- Intenta abordar primero un problema más general.

Autores como Ballester, P., Torres, P., Rizo, C., entre otros hacen referencia al método heurístico. Este método es aquel "*… mediante el cual se le plantean a los alumnos impulsos que facilitan la búsqueda independiente de problemas y soluciones de éstos, donde el maestro no le informa al alumno los conocimientos terminados, sino que los lleva al redescubrimiento de las suposiciones y reglas correspondientes de forma independiente*"[23] .

En la Figura se clasifican los recursos heurísticos en medios auxiliares heurísticos, procedimientos heurísticos y el programa heurístico general.

[23]Ballester et al., (1992a). Metodología de la enseñanza de la matemática, Tomo I. La Habana: Pueblo y educación. p. 225.

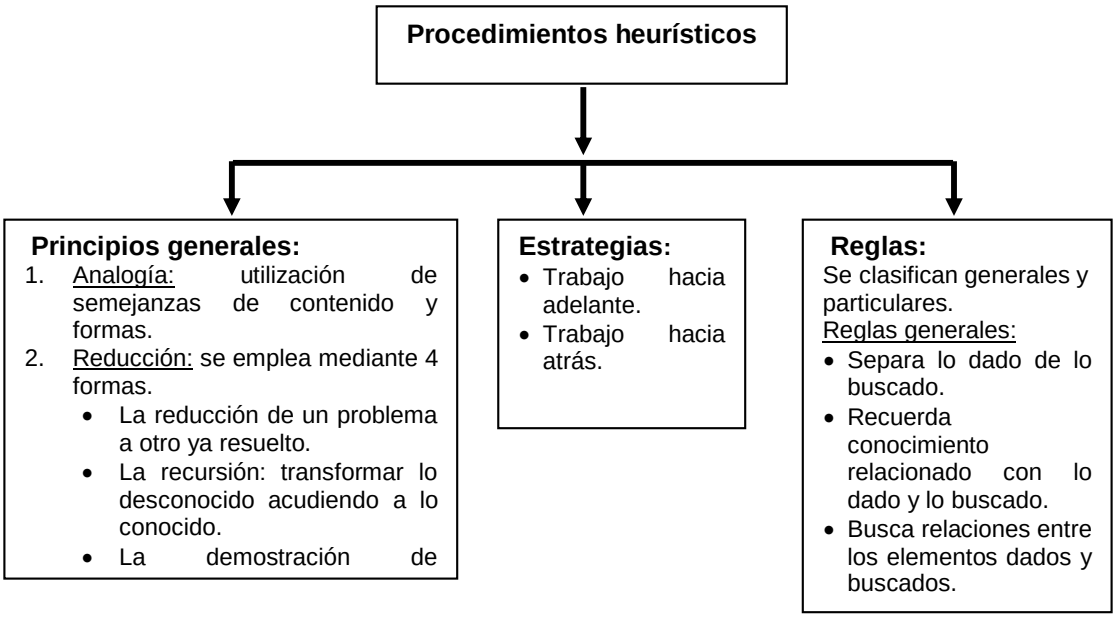
Figura 1 Clasificación de los recursos heurísticos



Fuente: Las autoras

Estos autores, a su vez clasifican los procedimientos heurísticos en principios generales, estrategias y reglas, tal como se muestra en la siguiente Figura.

Figura 2 Clasificación de los procedimientos heurísticos.



Fuente: Las autoras

Además de los principios generales relacionados en la Figura 2, se consideran otros principios llamados especiales, los cuales se aplican en el proceso de resolución de problemas, ellos son: principio de generalización, de movilidad, de medir y comparar, y de consideración de casos especiales y casos límites (Ballester et al., 1992ª).Por otra parte los impulsos heurísticos constituyen una herramienta

intangible y fundamental para cada una de las etapas en la solución de los problemas. Estos impulsos pueden considerarse "…*como una actividad externa que realiza el docente y que provoca un estímulo en el sistema de conocimientos y recursos del alumno. Este se realiza sobre una situación dada, de modo que lo impela a buscar lo que se requiere en un momento dado para resolver una situación no conocida total o parcialmente, pero sin ofrecer directamente la vía de solución, la que debe ser encontrada por el alumno*"[24].La heurística aplicada a la solución de problemas de olimpiadas, tiene como fin hallar las reglas y métodos que le llevan paso a paso a la solución creativa y eficiente de cada uno de los problemas, donde se tiene en cuenta la lógica de los principios, reglas, estrategias y del programa heurístico general.

El uso de la heurística es importante en la enseñanza aprendizaje de la matemática, particularmente en la solución de problemas geométricos de olimpiadas, pues contribuye a: desarrollar la actividad creadora y la independencia cognoscitiva de los alumnos, la integración de los nuevos conocimientos geométricos, obtenidos a partir de los conocimientos previos de la geometría plana o del espacio, existentes en el alumno, con los ya asimilados, favorecer las operaciones intelectuales (análisis, síntesis, abstracción) como su componente fundamental, desarrollar la intuición, la creatividad, la imaginación, etcétera, a través de la utilización de métodos y procedimientos activos y medios visuales en las clases, favorecer el uso de las formas de trabajo y de pensamiento de la matemática, como la variación de condiciones y la búsqueda de relaciones y dependencias. En la medida en que el docente y el estudiante interioricen y hagan de la heurística un hábito, se garantizará el éxito en la solución de problemas de olimpiadas y por ende se minimizará al máximo el error.

[24] Rojas, O. (2009). Modelo didáctico para favorecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría del espacio con un enfoque desarrollador. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Ciencias pedagógicas "José de la luz y caballero". Holguín. p. 31

2. MATERIALES Y MÉTODOS

El PPS se desarrolló en tres etapas: capacitación, elaboración e implementación de talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas. En la primera etapa se recibió capacitación por parte de los docentes de la Universidad de los Llanos pertenecientes al proyecto quienes impartieron instrucción sobre conceptos matemáticos referentes al tema, la regularidad de participación fue de dos horas a la semana durante la mitad del primer periodo académico del año 2014; adicionalmente se desarrollaron problemas tomados de la serie de libros sobre olimpiadas matemáticas en Colombia de la Universidad Antonio Nariño[25].

En la siguiente etapa desarrollada a partir de la segunda mitad del primer periodo académico del año 2014, se diseñaron las diferentes situaciones problemas, basadas en la serie de libros sobre olimpiadas matemáticas en Colombia de la Universidad Antonio Nariño, luego en las reuniones con el grupo realizadas los días martes en un tiempo de dos horas se socializaban las situaciones problemas con los docentes y estudiantes, permitiendo las revisiones y correcciones necesarias.

La tercera etapa realizada en el segundo periodo académico del año 2014 consistió en la implementación de los talleres para los estudiantes del grado quinto grupo A de la I.E Anthony A. Phipps así como de un entrenamiento basado en lógica matemática, teoría de números, análisis matemático y geometría. Finalizando ésta etapa se procedió a realizar un análisis de resultados a partir de los talleres implementados.

2.1. POBLACIÓN Y MUESTRA

2.1.1 Población. La población correspondió a los estudiantes del grado 5 grupo A de la Institución Educativa Anthony A. Phipps Jornada de la Mañana del año 2014.

2.1.2 Muestra. Se tomó como muestra representativa a 20 estudiantes de la población descrita anteriormente.

2.1.3 Características de la muestra. La muestra estaba compuesta por niños entre 10 y 11 años, de género masculino y femenino, pertenecientes a estratos socioeconómicos 2 a 3, de familias en su mayoría nucleares. Los datos señalados anteriormente fueron facilitados por personal de la Institución Educativa a partir de la información proveniente del estudio socioeconómico realizado durante el primer semestre del año 2014

[25] Valderrama, J. (1986). *Problemas de Olimpiadas, Nivel Superior, 1985.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño

2.2. FASES

El PPS se ejecutó en tres etapas diferentes (capacitación, elaboración, implementación y análisis de talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas):

2.2.1. Capacitación. En el transcurso de esta etapa las estudiantes de proyección social (EPS) participaron en capacitaciones impartidas por docentes de la Universidad de los Llanos en diferentes temáticas como teoría de números, conceptos geométricos, pasos para la resolución de problemas basados en el pensamiento de Polya, variable compleja, manejo de aplicativos como Matlab, Derive y Latex entre otros. Por otro lado los EPS desarrollaron problemas tomados de los libros de Olimpiadas Matemáticas publicados por la Universidad Antonio Nariño.

2.2.2. Elaboración de talleres. Una vez finalizada la capacitación, los EPS y docentes encargados del PPS procedieron a diseñar los diferentes problemas que estarían contenidos en los diferentes talleres. Cada uno de los problemas retadores elaborados por los EPS contó con las observaciones necesarias en cuanto a redacción, solución y contexto entre otros.

2.2.3. Implementación de talleres. Durante el primero y segundo semestre de 2014 se procedió al entrenamiento de los estudiantes a través de los problemas propuestos en los talleres para las Instituciones Educativas participantes, que para el caso de las EPS autoras del presenten informe final correspondió a la IE Anthony A. Phipps. Durante esta etapa de entrenamiento a través de la implementación de los talleres se tuvieron en cuenta temáticas relacionadas con lógica, teoría de conjuntos, teoría de números y conceptos matemáticos entre otros. Una vez finalizado el proceso de la implementación de talleres (Anexo A) se aplicó una prueba interinstitucional (ver Anexo B).

2.2.4. Resultados y análisis. Luego de recopilar la información proveniente de los talleres solucionados por los estudiantes y las pruebas interinstitucionales se procedió a realizar un análisis con el fin de observar el impacto del PPS sobre la muestra. Para los resultados se realizó un análisis a partir de una categorización que permitió apreciar el nivel en resolución de problemas alcanzado en los problemas realizados por los estudiantes.

3. RESULTADOS

3.1. TALLERES IMPLEMENTADOS

Durante sus visitas a la I.E Anthony A. Phipps las EPS tuvieron un espacio proporcionado por la docente directora del grado 5 grupo A, para la aplicación de los talleres de desarrollo de habilidades en resolución de problemas. Las sesiones se dividían en dos bloques siendo el primero aprovechado para repasar los conceptos matemáticos necesarios para la solución de los problemas así como la solución de dudas por parte de los estudiantes. Una vez terminado el primer bloque se procedía a la aplicación del taller donde los estudiantes contaban con el apoyo de las EPS en caso de alguna dificultad durante la resolución de los problemas.

Una vez recopilados los talleres se procedió a una observación de las soluciones planteadas por los estudiantes. Se tomaron como base para el análisis cuatro de los talleres y las pruebas interinstitucionales aplicadas. Para organizar la información proveniente del análisis se procedió a enumerar a los estudiantes (E1, E2, E3,…, E20) y se crearon unas escalas de valoración cualitativas basadas en las fases de resolución de problemas planteadas por George Polya. La tabla se muestra a continuación

Tabla 1 Escalas de valoración cualitativas basadas en las cuatro fases en resolución de problemas según George Polya.

Escala	Descripción
F1 **El estudiante comprende la situación problema.**	Se evidencia que: - - Entiende el enunciado. - Identifica la incógnita o incógnitas objeto del problema. - Realiza una representación de la situación problema.
F2 **El estudiante modela la situación problema.**	Se evidencia que: Propone un instrumento matemático (operaciones, fórmulas, ecuaciones, graficas de funciones) que considera pertinente para la solución de la situación problema.
F3 **El estudiante hace uso del instrumento matemático**	Se evidencia que: Reemplaza los valores en el instrumento matemático y plantea una posible solución para el objeto del problema.

F4 **El estudiante verifica el resultado obtenido**	Se evidencia que: Realiza una comprobación de los resultados obtenidos. Revisa el resultado obtenido. Propone otros instrumentos matemáticos de ser necesario.

Fuente: las autoras.

3.2. ANÁLISIS DE TALLERES PROPUESTOS DURANTE LAS SESIONES CON LOS ESTUDIANTES.

La cantidad de talleres aplicados durante las intervenciones de las EPS con el grupo de estudiantes del grado 5 grupo A fue de catorce. Para realizar el análisis se tomaron en cuenta cuatro de esos talleres. A continuación se muestran el análisis proveniente de la observación y categorización de las soluciones planteadas en estos talleres.

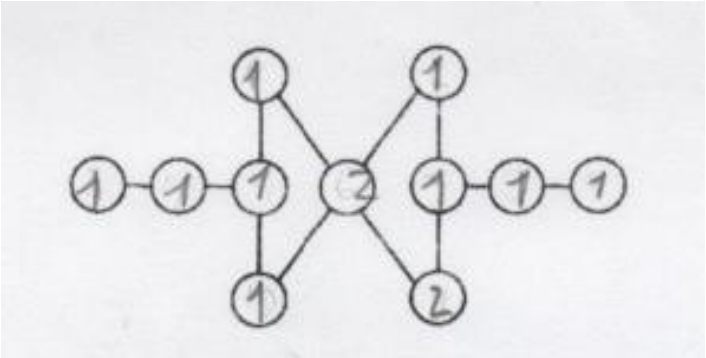
3.2.1 Taller No.1

T11: "Ubique los siguientes números 1,2,2,3,3,4,4,5,6,7 y 8 de tal forma que la suma de cada tres círculos colineales conectados sea igual a 13"

El problema buscaba mediante ensayo y error que el estudiante hiciera uso de ciertas cantidades a fin de encontrar tres números que ubicados en círculos colineales se adicionaran y dieran como resultado el número trece. En los siguientes ejemplos se muestran las soluciones propuestas por los estudiantes E9, E15, E12 y E19 así como las distintas escalas de resolución de problemas alcanzados por éstos.

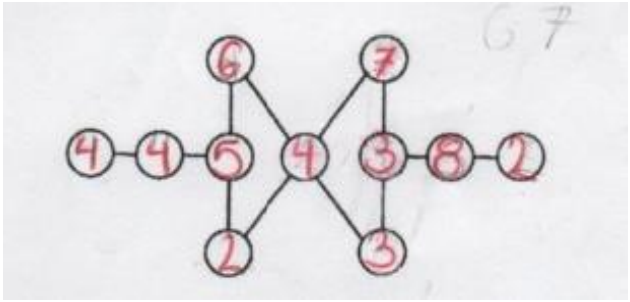
La imagen muestra una solución catalogada en escala F3 realizada por el estudiante E9. Se evidencia que identificó las cantidades dadas, así como las condiciones del problema, pero debido a que al parecer desconocía el concepto de puntos colineales no realizó de manera correcta el problema; sin embargo al realizar la suma de la totalidad de cifras el resultado que se obtiene corresponde al número trece; esto permite identificar que el estudiante hizo uso de un instrumento matemático como consecuencia de la creación y ejecución de un plan.

Figura 3. Resolución de problema 1 taller 1 propuesta por el estudiante E9.



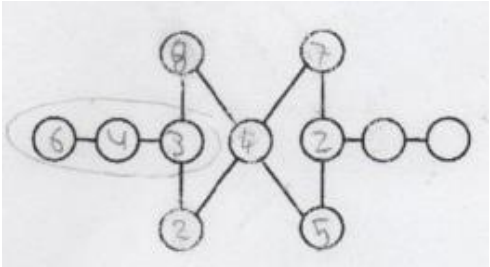
A continuación se presenta la solución propuesta por el estudiante E15 que fue categorizada en escala F3 a partir de las siguientes consideraciones. Se observó que el estudiante comprendió la situación problema al identificar las cantidades del enunciado así como las condiciones del problema pues cada terna de círculos colineales suma 13. De igual forma se puede evidenciar que el estudiante planeó y ejecutó un plan que consistió en reemplazar las cifras en un instrumento matemático a fin de obtener el número trece. Se observó que en la solución el estudiante utilizó la cifra cuatro más de dos veces; debido a esto se comprueba que no existió una verificación de los resultados obtenidos.

Figura 4. Resolución de problema 1 taller 1 propuesta por el estudiante E15.



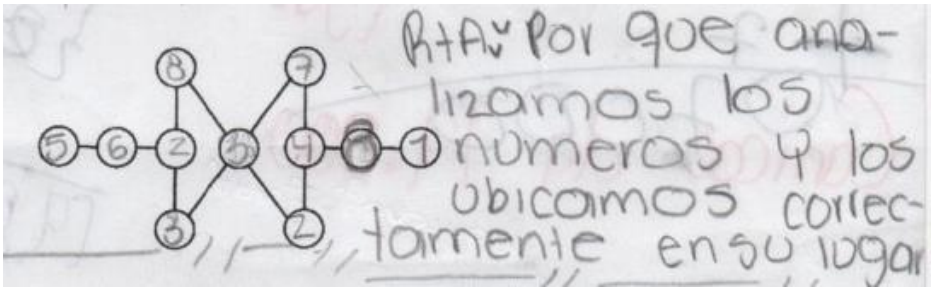
La siguiente resolución fue propuesta por el estudiante E12. En la imagen se observa que el estudiante ubicó algunas de las cantidades propuestas en el enunciado del problema siendo muestra de un reconocimiento de las cantidades y de la incógnita. Se evidencia que en algunas de las ternas la suma de las cifras satisface la incógnita, lo que muestra que el estudiante modeló la situación problema mediante el uso del instrumento matemático. Se observó que en cuatro de las ternas los resultados no fueron los esperados, esto permite concluir que el estudiante no realizó una retrospección a fin de comprobar los resultados obtenidos o que simplemente desistió de continuar realizando intentos. A partir de las anteriores apreciaciones se ubicó la solución en escala F3.

Figura 5. Resolución de problema 1 taller 1 propuesta por el estudiante E12.



En la solución planteada por el estudiante E19, categorizada en escala F4; se evidenció un reconocimiento de las cantidades y condiciones propuestas en el problema pues hizo uso de las cifras y las ubicó según lo que planteaba el enunciado. Se evidencia la planeación y ejecución de un plan a través del uso de un instrumento matemático que le permitió ubicar los números de tal manera que cada una de las ternas de círculos colineales cumplió con la condición de adición igual a trece. Por otra parte ser correcta la respuesta es evidente que el estudiante realizó la verificación de los resultados obtenidos.

Figura 6. Resolución de problema 1 taller 1 propuesta por el estudiante E19.



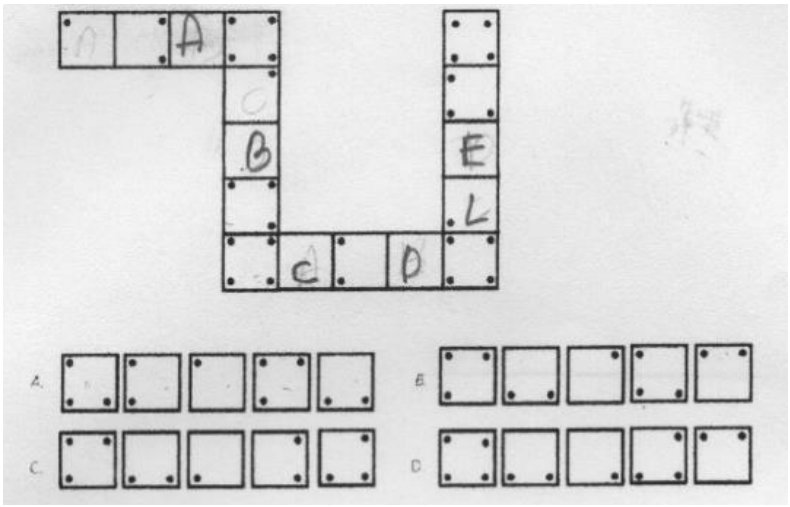
T12: "observe la siguiente figura. ¿Cuál de las opciones A,B,C o D llenaría los espacios en blanco de tal manera que se satisfaga la secuencia?"

El problema pretendía que el estudiante lograra inferir el patrón de la secuencia que seguía cada una de las figuras, donde era necesario tener en cuenta que los puntos aparecían aumentando en uno hasta el número cuatro así como de intuir la ubicación a izquierda y a derecha del conjunto puntos. En las imágenes se muestran las soluciones propuestas por los estudiantes E6, E9, E15 y E19 así como las distintas escalas de resolución de problemas alcanzados por éstos.

En la imagen se observa que el estudiante E6 interpretó un patrón de cambio en la figura y lo representó a través de la escritura de letras en los espacios que se encontraban en blanco. En la primera parte escribió la letra A que corresponde a una solución que empieza con la figura correspondiente a tres puntos alineados hacia la izquierda; dejando ver que el estudiante identificó el aumento en la cantidad

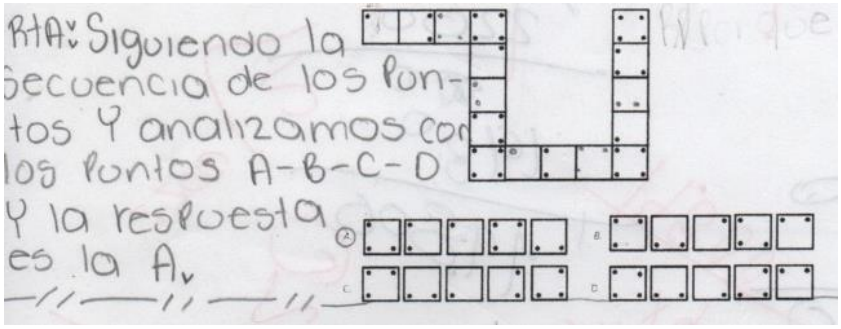
de elementos y la aparición de estos alternativamente al lado izquierdo y derecho. El hecho de haber descubierto el patrón de cambio permite identificar que el estudiante planeó y ejecutó un plan que le permitió encontrar la relación entre la información dada y lo que desconocía. El hecho de que el estudiante colocara diferentes letras en la figura deja ver que no realizó una mirada retrospectiva a fin de corroborar que su solución satisficiera la incógnita. Por las deducciones anteriormente expuestas se catalogó la solución del problema en escala F3.

Figura 7. Resolución de problema 2 taller 1 propuesta por el estudiante E6.



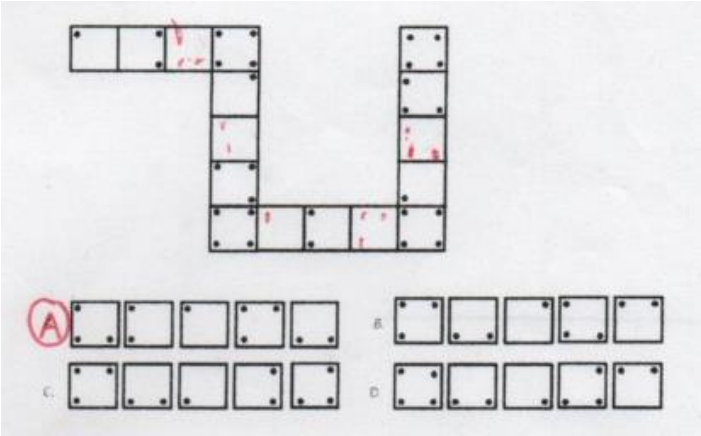
La imagen que se observa a continuación fue propuesta por el estudiante E19. En ella se percibe que hubo una comprensión del enunciado del problema al identificar el patrón de cambio, reemplazo los datos en el instrumento matemático evidenciándose una creación y ejecución de un plan. Al establecer que el literal A era la solución se entiende que el estudiante realizó una comprobación de los resultados. Por lo anterior esta solución se clasificó en escala F4.

Figura 8. Resolución de problema 2 taller 1 propuesta por el estudiante E19.



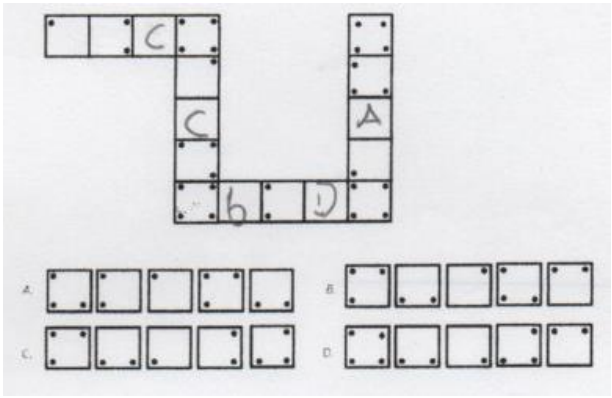
En la solución planteada por el estudiante E15 se aprecia que logra interpretar el enunciado identificando los datos así como la incógnita. El hecho de observarse representaciones en el instrumento matemático permite aseverar que el estudiante ideó un plan y lo ejecutó a fin de reconocer el patrón de cambio. Siendo su respuesta la opción A se puede considerar que existió una mirada retrospectiva donde comprobó el resultado obtenido. De acuerdo a las anteriores apreciaciones se cataloga la solución en escala F4.

Figura 9. Resolución de problema 2 taller 1 propuesta por el estudiante E15.



En la imagen se muestra la solución propuesta por el estudiante E9. Se observó que el estudiante identificó los datos así como las condiciones del problema; la escritura de letras en el instrumento matemático permite interpretar que enlazó la información dada con lo desconocido (patrón de cambio), sólo posible por la creación y ejecución de un plan. Al no observarse una respuesta acertada se puede deducir que el estudiante no realizó una revisión de la misma.

Figura 10. Resolución de problema 2 taller 1 propuesta por el estudiante E9

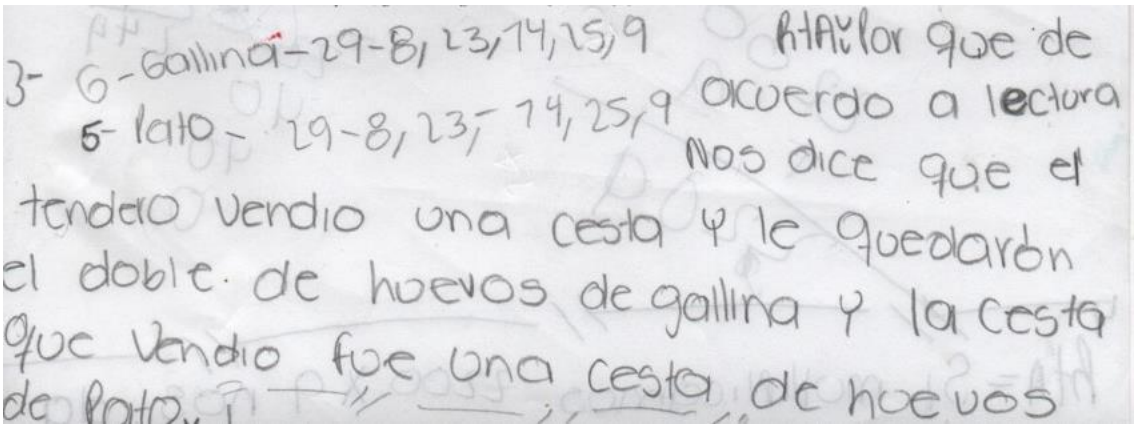


T13: Un tendero tiene 6 cestas unas con huevos de gallina y otras de pato. En ellas hay la cantidad de 29, 8, 23, 14,25 y 9 huevos en cada cesta. Si el tendero vende una cesta le quedaran el doble de huevos de gallina que de pato. ¿Cuál es la cesta que se ha vendido?

El problema tenía por objeto que los estudiantes realizaran una serie de operaciones aritméticas (suma, resta y multiplicación), de tal manera que encontraran la respuesta adecuada que tenía como particularidad que los dos números que representaban la cantidad de huevos de pato y gallina fuera una la mitad de la otra. Es decir, por ensayo y error determinar que la cesta vendida era la que contenía nueve huevos ya que al sumar 25 y 8 la respuesta es la mitad de sumar 29, 23 y 14.

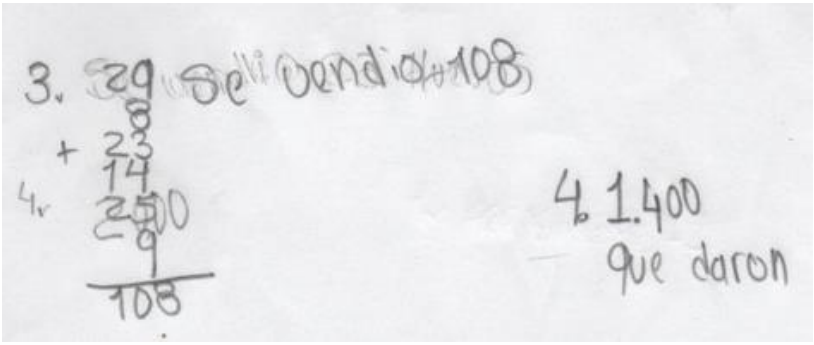
A continuación se observa la solución propuesta por el estudiante E19 que fue catalogada en escala F1 a partir de las siguientes apreciaciones. Se observa que existió una comprensión de la situación problema pues el estudiante identificó las incógnitas así como de manera escrita realiza una modelación del enunciado al relacionar las cestas de los huevos de gallina y de pato. En la imagen no se evidenció que el estudiante hubiera propuesto un instrumento matemático para la solución.

Figura 11. Resolución de problema 3 taller 1 propuesta por el estudiante E19



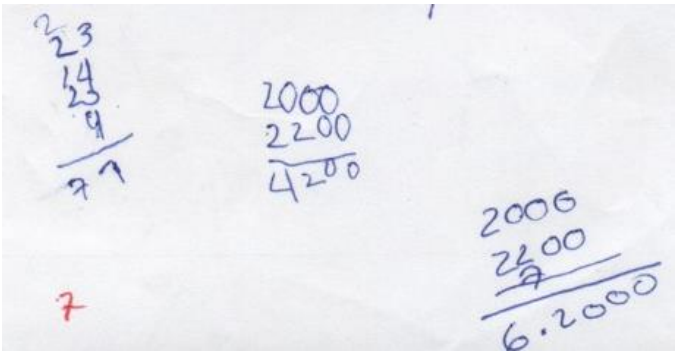
En la siguiente imagen se observa la solución realizada por el estudiante E15 que se catalogó en escala F3. Se evidenció que comprendió el enunciado al identificar las variables implicadas y la incógnita; se observó que el estudiante modeló la situación problema al proponer un instrumento matemático (adición) donde relacionó la información dada con lo desconocido pudiendo plantear un solución para el problema afirmando que se vendieron 108 huevos, pero al no realizar una retrospección no pudo verificar el resultado obtenido.

Figura 12. Resolución de problema 3 taller 1 propuesta por el estudiante E19



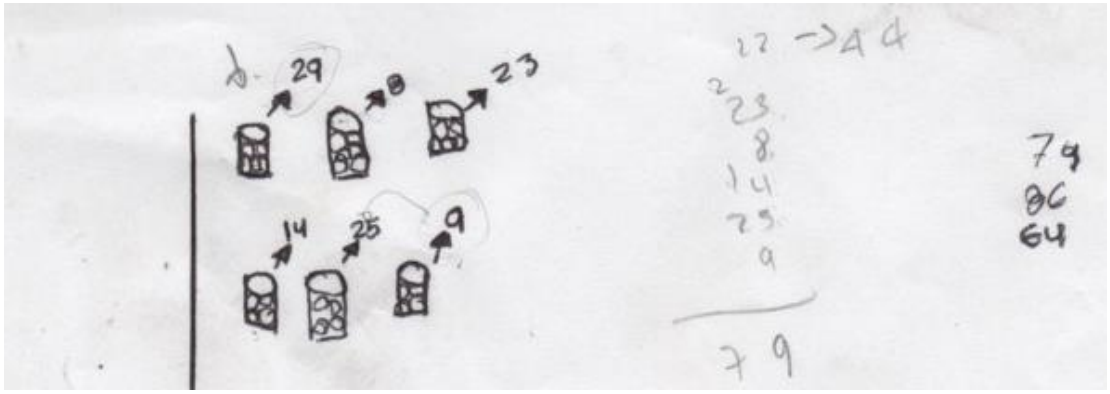
La imagen corresponde a la solución dada por el estudiante E2 categorizada en escala F3 teniendo en cuenta los siguientes argumentos. Como se puede observar, el estudiante identifica algunos datos del problema realizando una representación matemática del problema, proponiendo una operación aritmética que considera pertinente para la solución de la situación, esto se puede interpretar como la idealización y ejecución de un plan, sin embargo no se evidencia que los resultados obtenidos fueran corroborados.

Figura 13. Resolución de problema 3 taller 1 propuesta por el estudiante E2



El siguiente análisis corresponde a la respuesta dada por el estudiante E4, en donde se observó un gráfico realizado por el estudiante donde identificó los datos implicados en el problema siendo muestra de una comprensión del enunciado. Al lado de la gráfica se evidencia que el estudiante propone un instrumento matemático que le permitió interpretar que la respuesta obedecía a la suma del resto de los huevos y que aparte de eso cuenta con la característica de que debe dar un número x y su doble. No se evidenció que los resultados obtenidos fueran corroborados. De acuerdo a los anteriores argumentos la resolución de problema anterior se ubicó en escala F3.

Figura 14. Resolución de problema 3 taller 1 propuesta por el estudiante E4

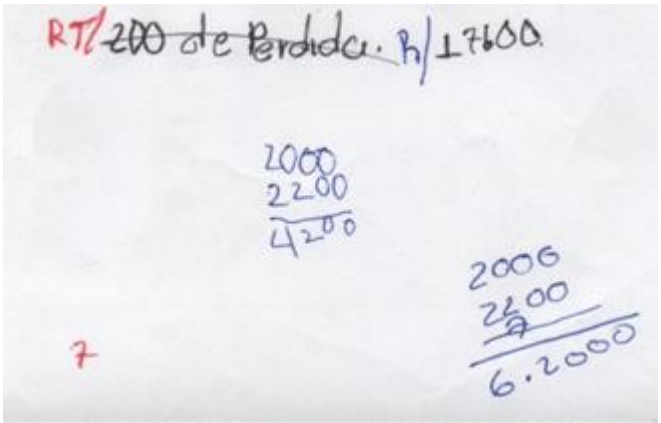


T14:"Pedrito tenía en su cuarto 7 decenas de canicas las cuales le costaron a $2.000 pesos cada decena. Una mañana Pedro decide venderlas en la escuela, pero camino a la escuela se le caen 7 canicas. Si Pedro logra vender cada 9 canicas en 2200 pesos, ¿obtendrá ganancias o pérdidas? ¿Por cuánto valor?"

La situación problema tenía por objeto que el estudiante determinara si existía una ganancia o una perdida proveniente de la venta de una cantidad de canicas que resulto ser menor a las compradas originalmente a través de operaciones aritméticas básicas.

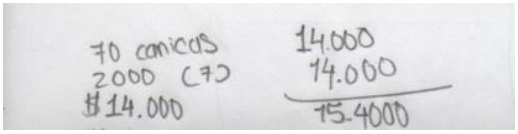
La siguiente imagen corresponde a la resolución que planteó el estudiante E2. Se evidenció que logró familiarizarse con el enunciado pues identificó las cantidades dadas comprendiendo el problema, hizo uso de un instrumento matemático donde relacionó las cantidades para obtener el valor desconocido, esto implica que ideó y ejecutó un plan. Se deduce que a partir del resultado obtenido no existió una retrospección por lo que la respuesta no corresponde a la solución. A partir de los anteriores argumentos se clasificó la resolución del problema en escala F3.

Figura 15. Resolución de problema 4 taller 1 propuesta por el estudiante E2



A continuación se presentan las apreciaciones hechas a partir de la solución propuesta por el estudiante E15. Se observó que identificó las cantidades dadas al escribir 70 canicas y el valor de cada decena. El estudiante realizó un producto entre las cantidades siendo evidencia de que relacionó la información dada con una de las incógnitas que en este caso era conocer el valor de la compra, lo anterior sólo posible gracias a la creación y ejecución de un plan. La resolución se ubicó en escala F3.

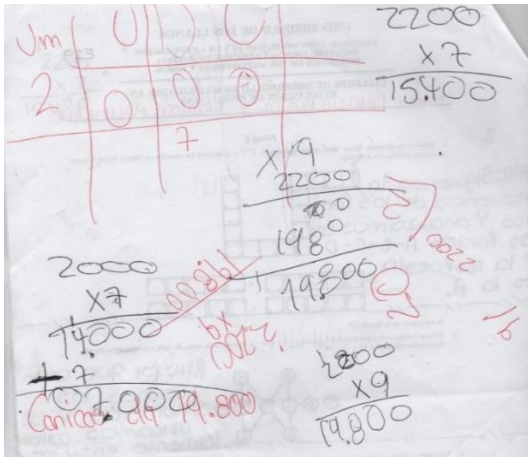
Figura 16. Resolución de problema 4 taller 1 propuesta por el estudiante E5



La siguiente imagen corresponde a la solución dada por el estudiante E5**,** catalogada en escala F4. Se evidenció que el estudiante comprendió el problema al reconocer las condiciones, las cantidades e incógnitas. Se observó que el estudiante creó y ejecutó un plan pues se observan instrumentos matemáticos que le permitieron relacionar las cantidades para obtener los valores de compra, venta y ganancia de las canicas. Por la respuesta acertada se deduce que el estudiante examinó el resultado obtenido a través de una verificación.

En este caso se observa que el estudiante E19 comprendió la situación problema, pues registro los datos enunciados en el problema así como la identificación de incógnitas. Por las operaciones se deduce que creó ejecutó un plan para obtener el valor de compra y de venta de las canicas. Al no evidenciarse una respuesta se pensó que el estudiante no realizó una revisión retrospectiva del problema, por consiguiente se ubica en la etapa F3.

Figura 17. Resolución de problema 4 taller 1 propuesta por el estudiante E19



3.2.2 Taller No.2

T21:"Tomando como unidad de superficie un cuadrado, calcula el área del triángulo"

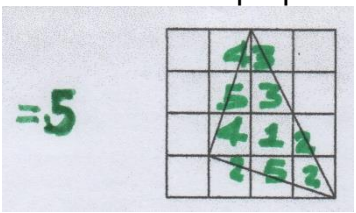
Para solucionar el anterior problema el estudiante debía poner en práctica los conceptos geométricos de superficie para determinar el área de un triángulo del que se desconocía su base y altura.

En la solución planteada por el estudiante E9 categorizada en escala F3 se puede observar que comprendió el enunciado al identificar la unidad cuadrática; también se aprecia que por los diferentes colores utilizados ideó un plan y lo ejecutó a fin de identificar la cantidad de unidades cuadráticas delimitadas por la figura. Se observa que el estudiante no encontró como completar uno de los cuadrados lo que tal vez no le permitió determinar la respuesta.

Figura 18. Resolución de problema 1 taller 2 propuestas por el estudiante E9

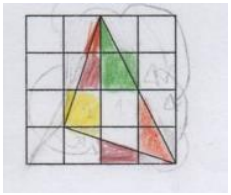
La siguiente imagen representa la solución propuesta por el estudiante E13 categorizada en escala F4. Se observa que comprendió el enunciado al identificar la unidad cuadrática y las condiciones del problema, por los números en la imagen se deduce que hizo uso de un instrumento matemático para determinar el área de la figura. Por la respuesta se deduce que el estudiante realizó un conteo y una retrospección que le permitió deducir una cantidad acertada.

Figura 19. Resolución de problema 1 taller 2 propuestas por el estudiante E13



En el siguiente caso, se observa que el estudiante E15 logra familiarizarse con el problema identificando la incógnita y condiciones del problema, por los trazos en la imagen se deduce que el estudiante planeó y ejecutó un plan que le permitió hasta cierta parte determinar la cantidad de cuadrados que conformaban el triángulo. Se aprecia que el plan implementado no fue valido para obtener la respuesta por lo que no alcanza una escala superior a F3.

Figura 20. Resolución de problema 1 taller 2 propuestas por el estudiante E15



El siguiente análisis corresponde al estudiante E20 quien logró identificar y familiarizarse con el problema, el cual evidentemente ideó un plan y luego lo ejecutó al diferenciar con colores el área del triángulo y la del cuadrado, de tal manera que le permitió realizar un conteo y unión de las partes que conformaban la unidad cuadrática. La resolución se ubica en la escala F4 pues el estudiante logró mediante una retrospección determinar que efectivamente el área correspondía a cinco unidades cuadráticas.

Figura 21. Resolución de problema 1 taller 2 propuestas por el estudiante E20

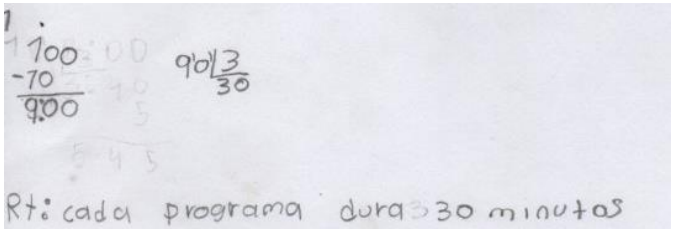
T22:"Carlos mira en una tarde, tres programas seguidos de televisión. El primer programa empieza a las 2:00 p.m. y el tercero finaliza a las 3:40p.m. Si cada programa dura el mismo tiempo y entre programas sólo se presenta un comercial que dura 5 minutos ¿cuánto tiempo dura cada programa?"

El problema anterior pretendía que el estudiante se ubicara en la situación de Carlos e identificar a los datos y las condiciones dadas, dentro de ellas que se empezaba a las dos de la tarde y terminaba de ver televisión a las tres y cuarenta, además de eso tener en cuenta que sólo existía un comercial entre cada programa que duraba cinco minutos, luego de realizar una serie de operaciones aritméticas básicas concluir la duración de cada programa.

A continuación se observa que el estudiante E9 logra identificar claramente los datos y las condiciones del problema siendo muestra de una comprensión del problema. Al implementar la sustracción como instrumento matemático logró relacionar la información suministrada con la incógnita sólo posible a través de una creación y ejecución de un plan. Siendo la respuesta acertada se deduce que

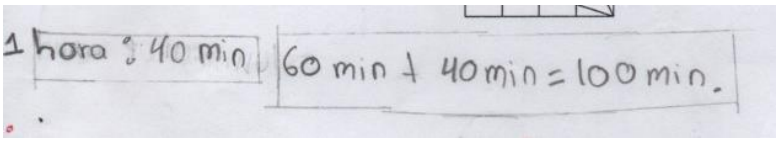
durante el proceso el estudiante realizó una comprobación del resultado. La anterior resolución se ubicó en escala F4.

Figura 22. Resolución de problema 2 taller 2 propuesta por el estudiante E9



El siguiente análisis corresponde a una solución catalogada en escala F1 perteneciente al estudiante E12. Se observa una identificación de cantidades siendo muestra de la comprensión del enunciado. Al plantear la ecuación para encontrar la incógnita permite determinar que el estudiante modeló la situación a través de un instrumento matemático. Por la respuesta dada se evidencia que no realizó una verificación del resultado obtenido.

Figura 23. Resolución de problema 2 taller 2 propuesta por el estudiante E12

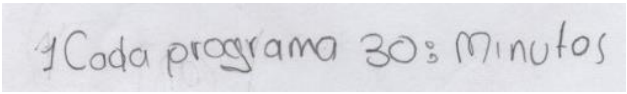


En la resolución propuesta por el estudiante E15 no se evidencia el proceso que le permitió acertar con el resultado. Se deduce que debido a que las operaciones a realizar después de comprender el enunciado se podían realizar a través de un cálculo mental, el estudiante no vio la necesidad de escribirlas. Debido a que la respuesta es acertada es claro que el estudiante se familiarizó con los datos, ideó y ejecutó un plan y realizo una retrospección del resultado obtenido catalogándose la solución en escala F4.

Figura 24. Resolución de problema 2 taller 2 propuesta por el estudiante E15

La siguiente solución corresponde al estudiante E20 quien da una solución correcta sobre la situación, sin embargo se puede deducir que pudo haber realizado el cálculo mental y fácilmente llegar a la respuesta por consiguiente se puede interpretar que se familiarizó con el problema ideó un plan y lo ejecutó para luego llegar a la solución. La solución fue categorizada en escala F4.

Figura 25. Resolución de problema 2 taller 2 propuesta por el estudiante E20

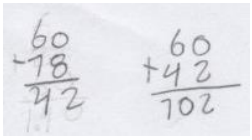


T23: "María colecciona canicas y cada día compra 6 canicas para su colección. Si al cabo de 2 días tiene 60 canicas. ¿Cuántas tendrá dentro de una semana?.

Éste problema pretendía que el estudiante se identificara con la situación problema y luego propusiera un día de la semana cualquiera en donde se ubicarían como punto de partida, además relacionara los días que tiene una semana y así realizar una serie de sumas seis canicas por día de tal manera que permitiera dar respuesta a la pregunta.

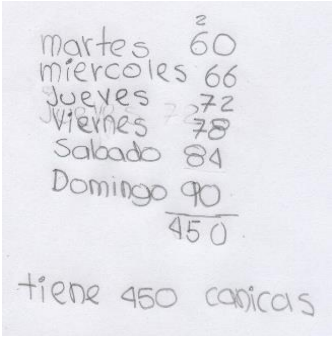
El siguiente análisis corresponde a la respuesta del estudiante E9, quien establece claramente los elementos que componen el sistema a través de la comprensión del problema, según la respuesta dada y los procesos matemáticos que fueron como consecuencia de una creación y ejecución de un plan. Se evidencia que le falto comprobar los resultados obtenidos a fin de detectar los errores presentes en la solución. La resolución se ubicó en escala F3.

Figura 26. Resolución de problema 3 taller 2 propuesta por el estudiante E9



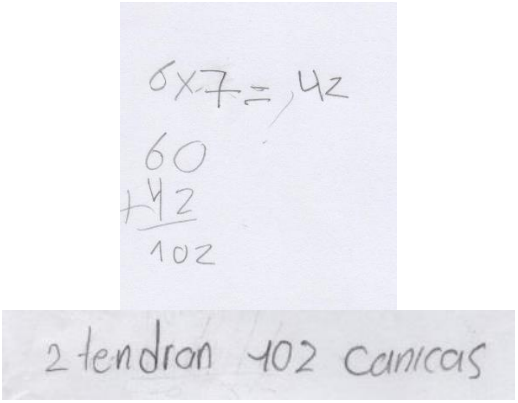
El siguiente análisis corresponde a la respuesta dada por el estudiante E7 catalogada en escala F3. Se observa que el estudiante reconoce los datos propuestos por el problema así como una identificación de la incógnita, por la lista que relaciona los días de la semana con el incremento en el número de canicas se deduce que el instrumento matemático sólo fue posible debido a una planeación y ejecución de un plan. Se evidencia que el estudiante omitió corroborar el resultado obtenido.

Figura 27. Resolución de problema 3 taller 2 propuesta por el estudiante E7



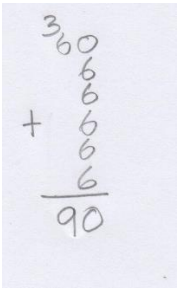
La siguiente imagen corresponde a la solución del problema realizada por el estudiante E11. Se observó que relacionó la información suministrada por el enunciado con aquello que era desconocido, lo que demuestra que el estudiante identificó los datos e incógnita, así como la planeación y ejecución de un plan. El uso del instrumento le permite al estudiante dar solución pero por el valor obtenido se deduce que no realizó una comprobación del resultado. La resolución fue catalogada en escala F3.

Figura 28. Resolución de problema 3 taller 2 propuesta por el estudiante E11



La solución propuesta por el estudiante E5 catalogada en escala F4 muestra que comprendió el problema al reconocer las condiciones del enunciado así como los datos implicados y la incógnita. Se evidencia la creación y ejecución del plan a través de un instrumento matemático que le permitió encontrar la solución. Por la respuesta dada se observa que el estudiante verificó el resultado completando las cuatro etapas en el proceso de resolución de problemas.

Figura 29. Resolución de problema 3 taller 2 propuesta por el estudiante E5

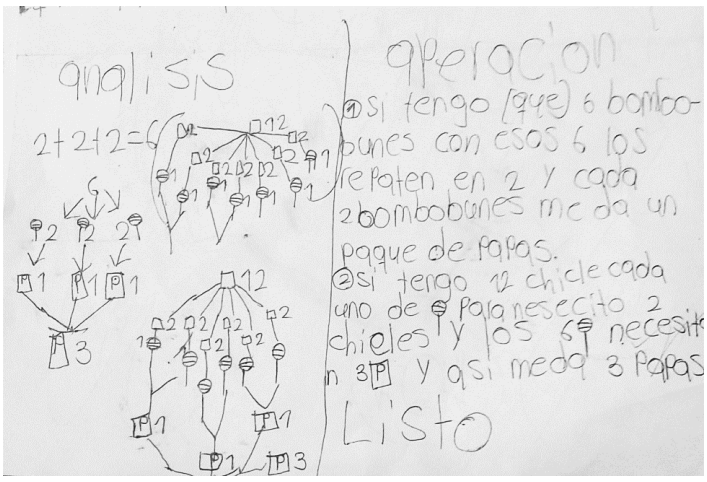


T24: "Tres paquetes de papas cuestan lo mismo que 6 bombombunes. Si los 6 bombombunes cuestan los mismo que 12 chicles ¿Cuántos chicles cuestan lo mismo que un paquete de papas?"

El problema proponía como reto que el estudiante determinara el precio de cierta cantidad de chicles relacionándolo con el costo de un paquete de papas, sólo que para lograrlo debía asociar primero el precio del paquete de papas con el de bombombunes.

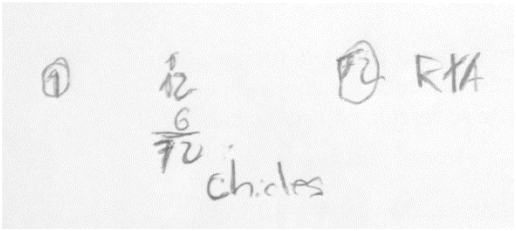
El siguiente análisis corresponde al realizado por el estudiante E8, cuya solución se catalogó en escala F3. En la imagen se observó que existió una compresión del problema pues el diagrama dibujado establece las relaciones entre las cantidades así como una identificación de la incógnita. Paralelo al diagrama se observó una serie de deducciones realizadas por el estudiante que le permitieron crear y ejecutar un plan para hallar la cantidad de chicles equivalentes al costo de un paquete de papas. La solución propuesta por el estudiante careció de una comprobación de resultados.

Figura 30. Resolución de problema 4 taller 2 propuesta por el estudiante E8



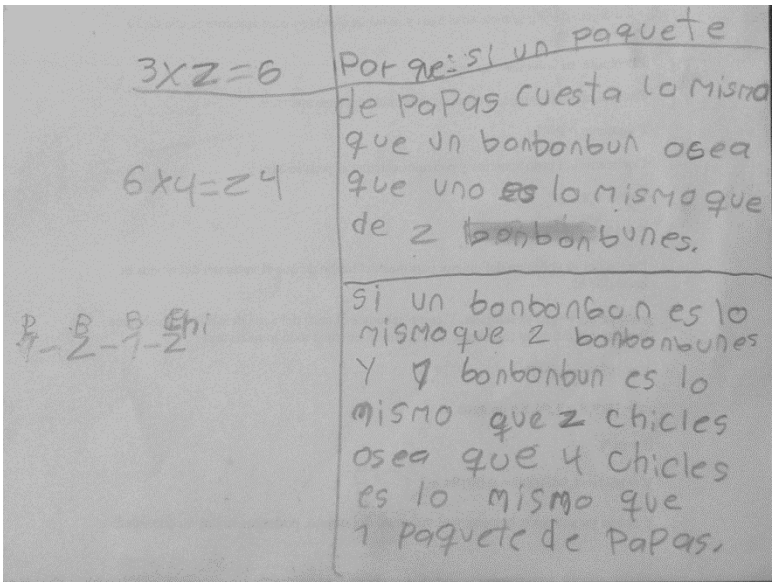
A continuación se muestra la solución planteada por el estudiante E5 catalogada en escala F3. Se observó que el estudiante realizó una operación aritmética para llegar a la respuesta sólo posible a través de una comprensión del enunciado donde identificó las condiciones del problema y las cantidades. El instrumento matemático utilizado por el estudiante dejó evidenciar que ideó un plan y lo ejecutó dando como respuesta que un paquete de papas equivale a 72 chicles. Por el resultado obtenido se deduce que no existió un proceso de retrospección.

Figura 31. Resolución de problema 4 taller 2 propuesta por el estudiante E5



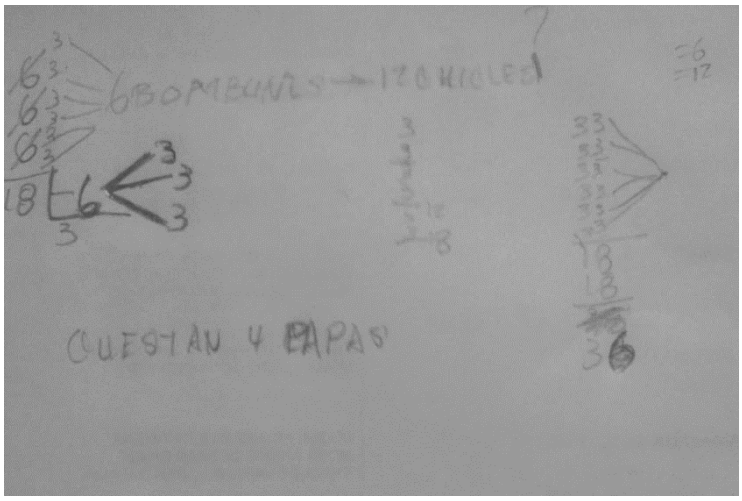
En la solución propuesta por el estudiante E11 se observó que realizó un análisis del enunciado donde identificó las cantidades y sus equivalencias, siendo muestra de una comprensión del enunciado. Por las operaciones aritméticas efectuadas por el estudiante se evidencia que buscó relacionar la información de los costos de los paquetes de bombobunes y de chicles para hallar el valor del paquete de papas, siendo esto posible a partir de una planeación y ejecución de un plan. La solución se catalogó en escala F3 ya que no se observó una comprobación de resultados.

Figura 32. Resolución de problema 4 taller 2 propuesta por el estudiante E11



La imagen corresponde a la solución propuesta por el estudiante E3 ubicada en escala F4 de acuerdo a las siguientes apreciaciones. Se evidenció que el estudiante identificó la incógnita objeto del problema así como los datos que representó a través de un diagrama. Se observó que modeló la situación problema a través de un instrumento matemático planteando una solución para el objeto problema, siendo esto último evidencia de la creación y puesta en marcha de un plan. Al ser la respuesta acertada se deduce que existió una visión retrospectiva.

Figura 33. Resolución de problema 4 taller 2 propuesta por el estudiante E3



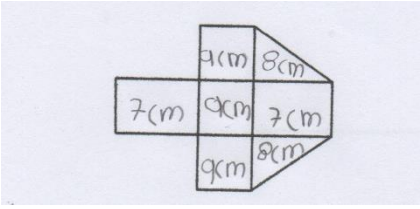
3.2.3. Taller No. 3

T31:"Halle el área de la figura si se sabe que el perímetro de los rectángulos es de 14 cm y el área de cada cuadrado es de 9 cm^2"

El enunciado del problema pone en práctica los conocimientos adquiridos por el estudiante en geometría a través de calcular el área e identificar la longitud de los lados a través del concepto de perímetro.

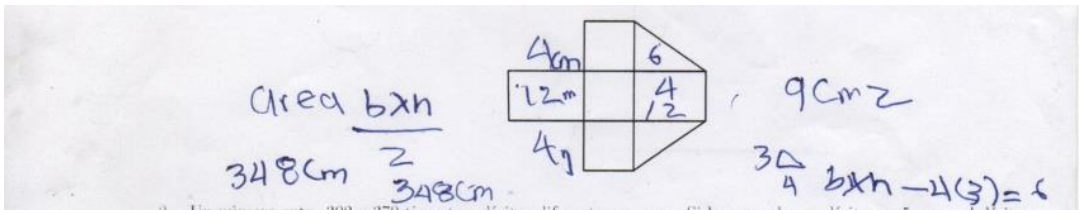
En la siguiente resolución catalogada como F3 propuesta por el estudiante E7 se observa que realizó una representación e identificación de las cantidades, así como una ejecución de plan al relacionarlas en el instrumento matemático. Cabe decir que la representación deja ver que el estudiante no aplicó de manera adecuada los conceptos de área y perímetro para la resolución del problema, impidiendo una verificación de las cantidades obtenidas.

Figura 34. Resolución de problema 1 taller 3 propuesta por el estudiante E7



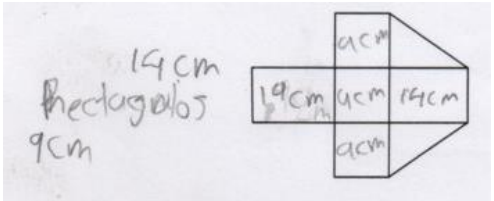
En la imagen se observa la solución propuesta por el estudiante E2 catalogada en escala F3 a partir de las siguientes apreciaciones: Se evidenció que el estudiante logró identificar las condiciones propuestas en el problema así como el uso de instrumentos matemáticos como lo son las fórmulas de las áreas de los rectángulos y los cuadrados, así como el concepto de perímetro, siendo posible a través de la creación y puesta en marcha de un plan. Se observa que el estudiante no realiza una verificación de la solución obtenida que le permitiera detectar errores en la solución.

Figura 35. Resolución de problema 1 taller 3 propuesta por el estudiante E2



La siguiente es una solución al problema propuesta por el estudiante E11 ubicada en escala F1. Se observó que el estudiante identificó las cantidades dadas pero no se observa un instrumento matemático que permita evidenciar la creación y ejecución de un plan para encontrar la solución.

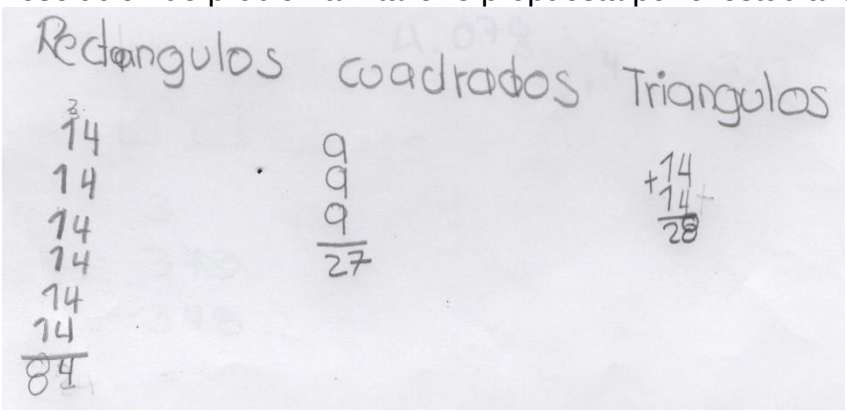
Figura 36. Resolución de problema 1 taller 3 propuesta por el estudiante E11



En la siguiente imagen se observa como el estudiante E5 realiza una resolución de problema donde es evidente que reconoce las cantidades dadas en el enunciado y realiza una serie de operaciones con el valor de las longitudes de los lados, lo que deja ver que comprendió el problema, de igual manera la existencia de un plan para encontrar la respuesta a la incógnita. Se observó que el estudiante no logró poner

en práctica el concepto de área y perímetro, lo que no le permitió realizar una verificación de los valores obtenidos, debido a esto, la resolución del problema se clasificó en escala F3.

Figura 37. Resolución de problema 1 taller 3 propuesta por el estudiante E5

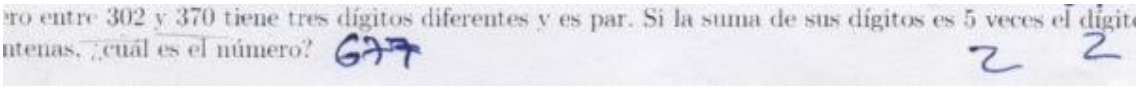


T32:"Un número entre 302 y 370 tiene tres dígitos diferentes y es par. Si la suma de sus dígitos es 5 veces el dígito de las centenas ¿cuál es el número?"

El problema propone que los estudiantes realicen una serie de cálculos a fin de obtener una cifra entre 302 y 307 que cumpla con la condición de ser par, por lo que lo primero que los estudiantes deberán deducir es descartar todas las cifras impares, a continuación deberán adicionar las cifras hasta obtener aquella cuya suma fuera 15 pues este valor es 5 veces el dígito de la centena.

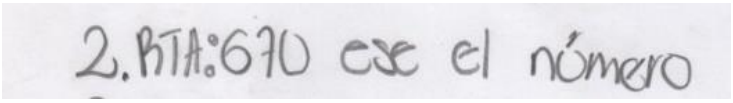
La siguiente es una resolución del problema en escala F3 elaborada por el estudiante E2 ya que se evidencia que el estudiante reconoce las cifras dadas en el enunciado así como la ejecución de un plan al realizar la adición 320+370+5, pero no hace retrospección pues es claro que la cifra obtenida para la solución no cumple las condiciones del problema.

Figura 38. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E2



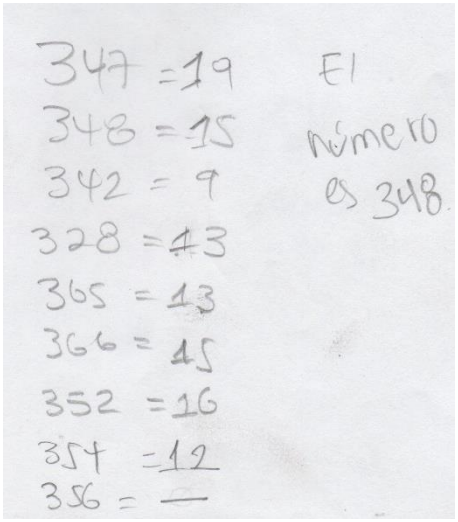
En la imagen se observa que el estudiante E18 realiza algo similar que el estudiante E2 pues también obtuvo la cifra adicionando las cantidades del enunciado, en esta resolución se observó que el estudiante identificó las cantidades, trazó un plan, lo ejecutó pero no realizó una comprobación del resultado para darse cuenta de que había un error pues la cifra obtenida no cumplía con las condiciones del problema.

Figura 39. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E18



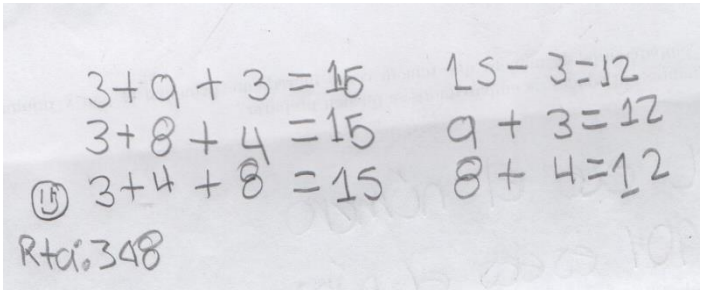
Para esta resolución se observa cómo el estudiante E5 reconoce las cantidades dadas, representa la situación problema y a través de ensayo y error realiza una verificación de las cifras obtenidas siendo evidente una planeación y ejecución de plan así como la de verificación de la información obtenida, es por esto que la resolución de este problema se clasifica como F4.

Figura 40. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E5



En la solución propuesta por el estudiante E11. Se observa claramente que comprendió el enunciado al identificar las cantidades y las condiciones del problema. Se evidencia que a través de operaciones aritméticas logró encontrar la solución correcta, de lo anterior se deduce que existió una creación y ejecución de un plan que relacionó la información proporcionada con lo desconocido así como una comprobación de los resultados obtenidos. La resolución se catalogó en escala F4.

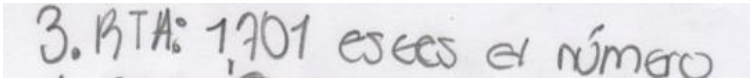
Figura 41. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E11



T33:"Los números 345 y 135 tienen sus dígitos en estricto orden creciente, debido a que cada dígito es mayor que el que se encuentra a su izquierda. Los dígitos del número 322 no se encuentran en estricto orden creciente. ¿Cuántos números enteros entre 300 y 599 tienen sus dígitos en estricto orden creciente?"

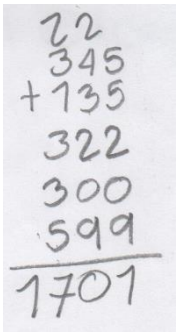
En la imagen se observa que el estudiante E7 identifica las cantidades propuestas en el problema, traza y ejecuta un plan pues se evidencia que realiza la adición 345+135+322+300+599=1701, pero no formaliza una revisión del resultado para deducir que la solución cumpliera con la incógnita del problema. Debido a lo anterior la resolución se catalogó en escala F3.

Figura 42. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E7



La imagen corresponde a una solución cataloga en escala F3 propuesta por el estudiante E2. Se observó que el estudiante identificó las cantidades siendo evidencia de una comprensión del problema. Al hacer uso de un instrumento matemático se deduce que el estudiante planeó y ejecutó un plan a fin de relacionar la información para obtener el resultado. Por la respuesta se deduce que el estudiante no realizó una mirada retrospectiva a fin de detectar errores.

Figura 43. Resolución de problema 2 taller 3 propuesta por el estudiante E2

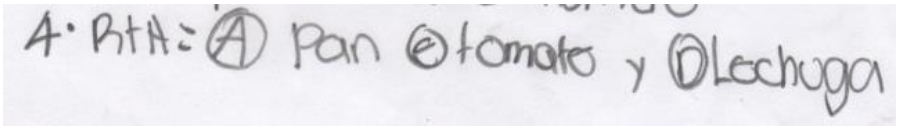


T34:"Se poseen los siguientes ingredientes para hacer emparedados" a) pan b) queso c) mortadela d) lechuga e) tomate. Se puede elaborar emparedados de manera que tengan como ingrediente principal el pan y mínimo dos ingredientes más. ¿Cuántas variedades de emparedados se pueden preparar?".

El problema requería que los estudiantes realizaran una serie de permutaciones con los ingredientes de un emparedado de tal manera que cumpliera con dos condiciones, una que permaneciera constante como ingrediente el pan y mínimo dos ingredientes que podían ser queso, mortadela, lechuga o tomate.

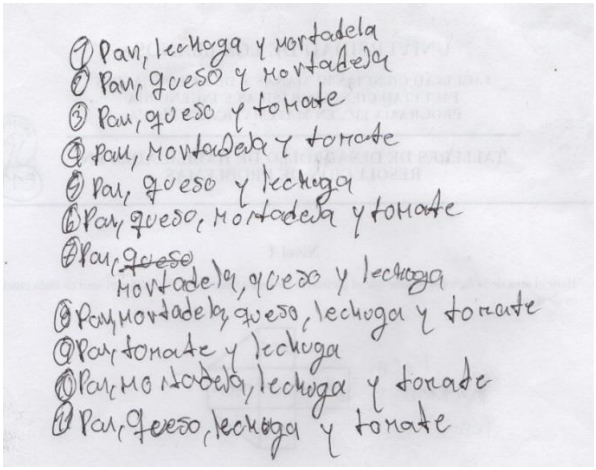
En la imagen se observa que el estudiante E18 identificó las cantidades o datos proporcionados por el enunciado, estableció un relación entre la información suministrada pero no es suficiente para solucionar el problema, pues como se observa tan sólo el estudiante representa una permutación. Es por esto que se puede afirmar que la resolución del problema atravesó las tres primeras escalas pero no realiza una verificación de los valores obtenidos. Debido a lo descrito anteriormente se concluye que la solución pertenece a una escala F3.

Figura 44. Resolución de problema 3 taller 3 propuesta por el estudiante E18



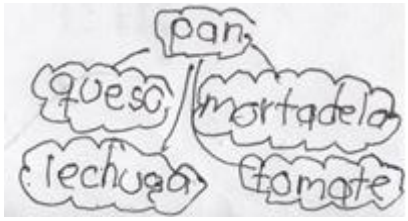
La siguiente es la resolución elaborada por el estudiante E5 clasificada bajo escala F4 elaborada. Se observa en la imagen un reconocimiento de las cantidades y condiciones propuestas en el enunciado, se reconoció que existió la puesta en marcha de un plan y una comprobación de los datos al enumerar las permutaciones para no realizar repeticiones en las variedades de emparedados.

Figura 45. Resolución de problema 3 taller 3 propuesta por el estudiante E5



En la imagen se observa la solución propuesta por el estudiante E4 catalogada en escala F2. Se evidenció que el estudiante identificó los datos suministrados (ingredientes de un emparedado). Por el diagrama donde relaciona los ingredientes se deduce que el estudiante empleo un instrumento matemático para identificar la incógnita pero no se encontró una respuesta formal característica de la escala 3.

Figura 46. Resolución de problema 3 taller 3 propuesta por el estudiante E4



3.2.4 Taller No. 4

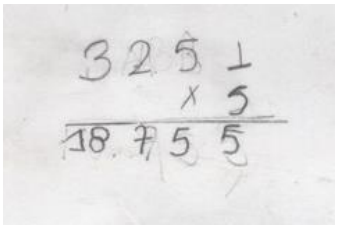
T41: Encontrar el valor de A,B,C,D, si se sabe que:

$$\begin{array}{r} 3AB1 \\ \times\ B \\ \hline C8ABB \end{array}$$

Siendo éste un problema de razonamiento tiene por objeto que el estudiante realice una serie de ensayos y operaciones básicas a fin de encontrar los valores de las incógnitas que satisfagan la igualdad. Para realizar un análisis de fases de resolución de problemas se muestran las imágenes de cuatro respuestas al problema desarrollados por estudiantes de la I.E.

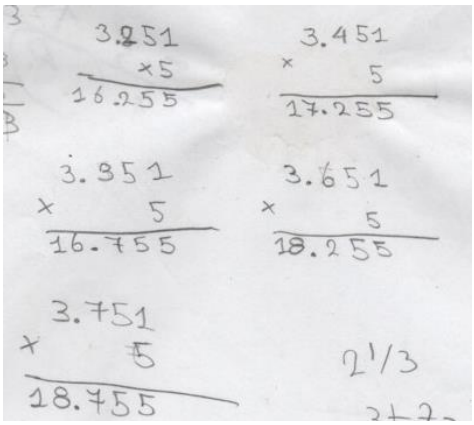
La resolución propuesta por el estudiante E12 deja ver que comprende la situación problema pues identifica las cantidades, y algunas condiciones al observarse como sustituye la letra B por el número 5, pero en el caso de la letra A la sustituye por el número 2 como factor y número 7 como producto. Esto deja ver que a pesar de atravesar las tres primeras escalas de resolución de problemas no realiza una verificación de resultados, es por esto que ésta resolución se catalogó en escala F3.

Figura 47. Resolución de problema 1 taller 4 propuesta por el estudiante E12

El procedimiento realizado 

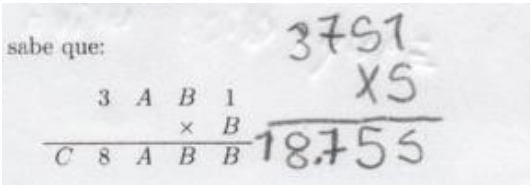
por el estudiante E17 deja ver que comprendió la situación problema pues identificó las cantidades y las condiciones dadas. Es claro que el estudiante encontró una relación entre la información que proporciona el problema y las variables que desconoce para llegar a la respuesta. Se observa que el estudiante buscó un patrón de comportamiento de las incógnitas realizando un proceso de ensayo y error durante tres intentos, finalmente verifica el resultado obtenido ubicándose en la escala F4.

Figura 48. Resolución de problema 1 taller 4 propuesta por el estudiante E17



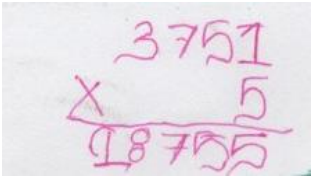
En la siguiente solución se aprecia que el estudiante E14 identificó claramente las cantidades propuestas en el problema así como el uso de un instrumento matemático que permitió identificar una planeación y ejecución de un plan, por último resta decir que se evidencia una comprobación del resultado, concluyéndose que la resolución de este problema atravesó todas las escalas ubicándose en escala F4.

Figura 49. Resolución de problema 1 taller 4 propuesta por el estudiante E14



En la imagen se observa una resolución catalogada en escala F4 propuesta por el estudiante E15. Se observó que comprendió el enunciado al identificar las cantidades y las condiciones del problema; es claro que hizo uso del instrumento matemático para identificar las incógnitas sólo posibles por la creación y ejecución de un plan. El valor dado para las variables deja ver que el estudiante realizo una comprobación de los resultados.

Figura 50. Resolución de problema 1 taller 4 propuesta por el estudiante E15

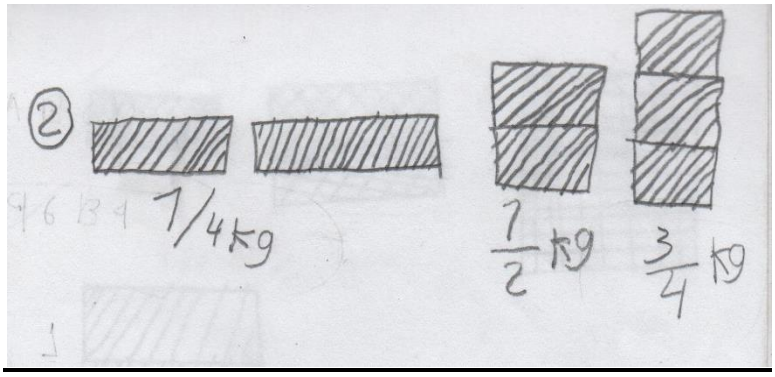


T42:"Con paquetes de café que pesan $\frac{1}{4}kg, \frac{1}{2}kg, \frac{3}{4}kg, 1\ kg\ y\ 1\frac{1}{4}kg$ *, encontrar al menos 4 formas distintas de obtener 4kg"*

Para este problema el estudiante debía poner en práctica los conocimientos adquiridos sobre números fraccionarios y las operaciones básicas como sumas homogéneas y heterogéneas, para dar 4 posibles soluciones que representaran un paquete de 4 kg de café.

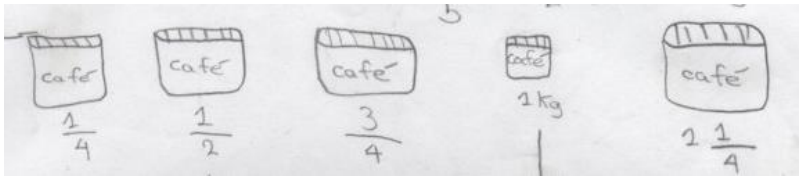
La siguiente es una representación de la solución dada por el estudiante E9 donde se observa que hace uso de figuras geométricas y magnitudes para obtener los 4kg de café. Para este caso el estudiante identifica las cantidades dadas pero por lo que se observa en la imagen no logra identificar las condiciones dadas en el problema pues con la primera representación se observa que organiza dos paquetes de 1/4 de kg y su suma es diferente de la unidad de 4 kg de café. En la siguiente representación reúne dos paquetes de 1/2 kg y su adición es diferente de 4 kg. Finalmente se observa que reúne tres paquetes de 3/4 kg cuya adición también es diferente de 4 kg. Por las anteriores apreciaciones se identifica al estudiante en una escala F1.

Figura 51. Resolución de problema 2 taller 4 propuesta por el estudiante E9



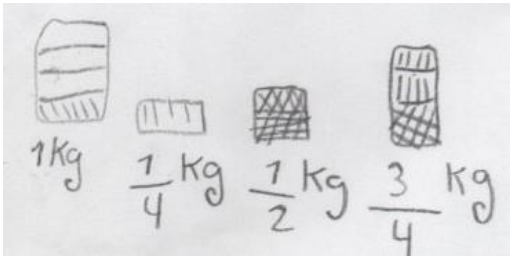
En este caso el estudiante E17 identificó las cantidades dadas en el enunciado con las que debe formar los 4kg de café, también se observó que relacionó las cantidades con una representación gráfica de los paquetes de café; al realizar esto se puede asegurar que buscaba establecer un paralelo entre lo que conoce con la incógnita, pero no se evidencia una comprobación ni instrumento matemático, por tal razón se ubica la resolución del problema en una escala F2.

Figura 52. Resolución de problema 2 taller 4 propuesta por el estudiante E17



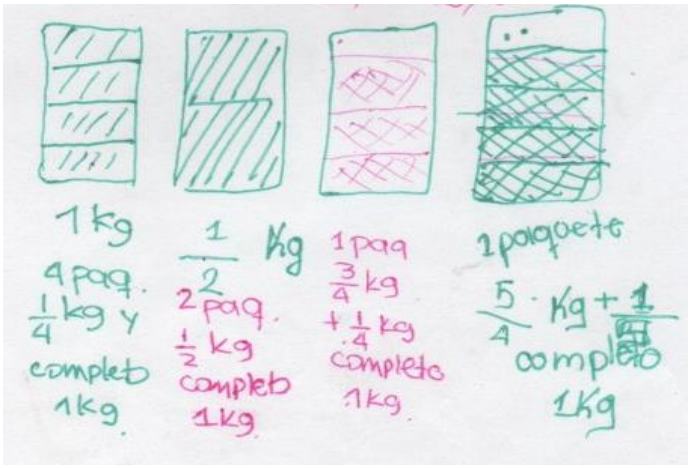
En la imagen se observa que una sola de las representaciones deja en evidencia una solución para el problema pues el estudiante E10 utiliza 4 paquetes de 1kg de café. En las siguientes tres representaciones se apreció que el estudiante desconoció el uso del instrumento matemático para adicionar fracciones pues utilizó 4 paquetes de 1/4 de kg obteniendo 1kg , 2 paquetes de 1/2 kg obteniendo 1kg y 3 paquetes de 3/4 obteniendo 9/4 kg. A partir de las anteriores argumentaciones se deduce que el estudiante identificó las cantidades así como las condiciones del problema y la creación y ejecución de un plan. La resolución se catalogó en escala F3.

Figura 53. Resolución de problema 2 taller 4 propuesta por el estudiante E10



En la imagen se observaron representaciones que dejaron ver que el estudiante E15 identificó las cantidades y la incógnita del problema. Se evidenció que propuso distintas formas para para encontrar 4kg de café, un ejemplo es el uso de 4 paquetes de 1 kg, siendo evidencia de la elaboración y ejecución de un plan. Luego de completar la solución se observó que no realizó una mirada retrospectiva para corroborar los resultados obtenidos, por esta razón se ubicó la resolución del problema en una escala F3.

Figura 54. Resolución de problema 2 taller 4 propuesta por el estudiante E15



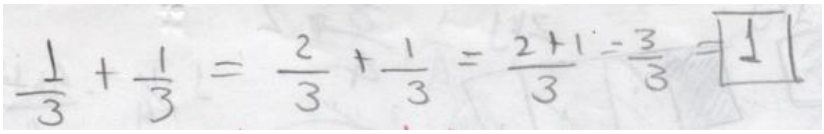
T43:" ¿Cuántos vasos con capacidad para $\frac{1}{3}$ de litro se pueden llenar, con dos botellas de gaseosa de 2 litros?"

El problema requiere que el estudiante haga uso de operaciones aritméticas con números racionales de tal manera que logre determinar qué cantidad de vasos de 1/3 de litro se logran llenar con 2 litros de gaseosa. Para la resolución el estudiante debía utilizar como instrumento matemático la adición de fracciones homogéneas o la división de fracciones.

En la imagen se observó que el estudiante E17 reconoció las cantidades dadas y las condiciones del problema. Se evidenció que hizo uso de un instrumento

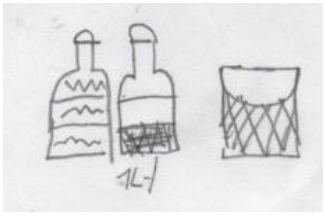
matemático donde relacionó las cantidades suministradas en el enunciado. Se observó que realizó una adición de dos terceras partes y luego adicionó una tercera parte más, dejando ver que logró identificar que para un litro de gaseosa serían necesarios tres vasos. Por otro lado se puede deducir que la solución contó con un error en la igualdad a partir del pensamiento de Fernando Cerdán[26], pues las cantidades referidas por las expresiones en ambas partes de la igualdad son diferentes. No se encontró que el estudiante determinara que la cantidad de vasos correspondía a seis; esto permitió corroborar que el estudiante omitió realizar una verificación de los resultados obtenidos. A partir de las anteriores argumentaciones se ubicó al estudiante en escala F3.

Figura 55. Resolución de problema 3 taller 4 propuesta por el estudiante E17



La siguiente representación dejó en evidencia que el estudiante E12 reconoció las cantidades propuestas así como las condiciones del enunciado. Por la gráfica se deriva que el estudiante ideó y ejecutó un plan donde relacionó la información con la incógnita. No se observó una solución formal por lo que se ubicó la resolución es escala F3.

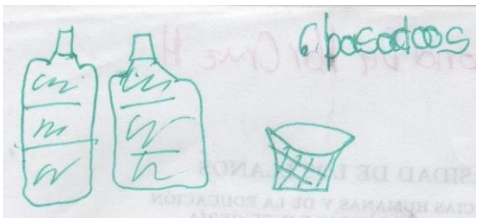
Figura 56. Resolución de problema 3 taller 4 propuesta por el estudiante E12



La resolución de este problema se clasificó en escala F4 pues se observó que el estudiante E15 identificó las cantidades implicadas al igual que las condiciones del problema. Se observó que representó dos botellas a las que se les realizaron unas divisiones (tres partes iguales sombreando cada una de ellas), siendo evidencia de la creación y puesta en marcha de un plan que le permitió relacionar la información suministrada con lo desconocido. La solución suministrada por el estudiante deja ver que existió una mirada retrospectiva donde pudo corroborar que la respuesta era acertada.

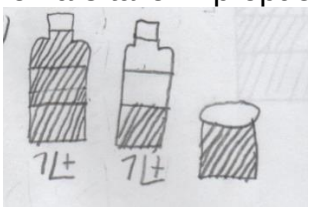
[26]Cerdán Pérez, Fernando. "Estudios sobre la familia de problemas aritmético-algebraicos." Valencia 2007. Tesis doctoral. Universidad de Valencia. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Valencia.

Figura 57. Resolución de problema 3 taller 4 propuesta por el estudiante E15



En la imagen se observa que el estudiante E11 entendió con claridad el problema pues identificó la incógnita, reconoció las cantidades dadas a través de la representación, también encontró la relación entre la información suministrada por el enunciado del problema y lo que desconocía que era saber la cantidad de vasos necesarios para vaciar 2 litros de gaseosa, identificó el patrón de que por cada litro son 3 vasos y por ende representó la segunda botella para mostrar la respuesta al problema, es por estos argumentos que la resolución propuesta por el estudiante E9 se ubicó en la escala F4.

Figura 58. Resolución de problema 3 taller 4 propuesta por el estudiante E11

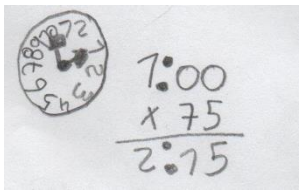


T44:"El reloj digital de la cancha Macal fue puesto en hora el domingo a la 1:00pm. Si él se adelanta 5 minutos por semana ¿qué hora señalará dentro de 15 semanas exactas?"

El objeto del problema era el de buscar que el estudiante aplicara conceptos matemáticos que le permitieran determinar cuántos minutos se adelantó el reloj digital de la cancha Macal después de 15 semanas. A continuación se presentan las soluciones presentadas por cuatro estudiantes de la institución.

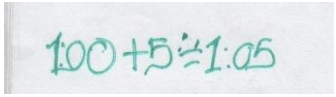
En la imagen se observa que el estudiante E9 logró identificar las variables implicadas en el problema (comprensión del problema) así como del patrón que le permitió calcular la cantidad de minutos que se adelantó el reloj luego de 15 días. Realizó una operación de multiplicación entre la cantidad de minutos que se adelanta y los 15 días obteniendo la cifra 75, luego el estudiante realiza una adición entre la hora inicial y la cifra 75 obteniendo el valor acertado para el problema (creación y puesta en marcha de un plan, comprobación del resultado obtenido), es por esto que la resolución para el problema propuesta por el estudiante es catalogada en la escala F4.

Figura 59. Resolución de problema 4 taller 4 propuesta por el estudiante E9



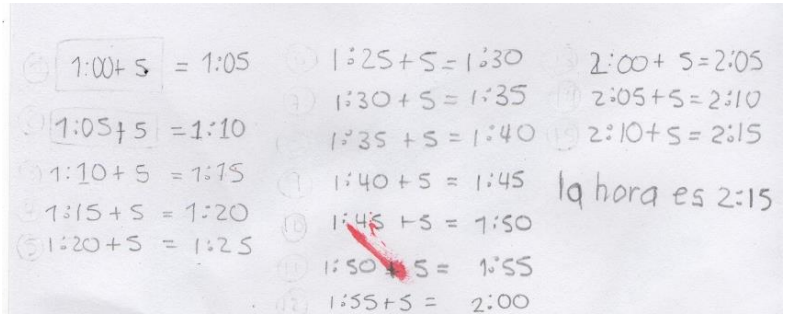
En este caso se evidencia que estudiante E15 identificó las cantidades especificadas y condiciones del enunciado siendo muestra de la compresión del problema. El estudiante realiza una operación aritmética (instrumento matemático) donde el resultado obtenido obedece a la hora del reloj digital luego de una semana siendo innegable la creación y ejecución de un plan. Al no detectar el patrón de comportamiento de la variable para calcular la hora después de quince semanas no le permitió dar una respuesta acertada. La resolución se catalogó en escala F3.

Figura 60. Resolución de problema 4 taller 4 propuesta por el estudiante E15



La siguiente imagen corresponde a la solución planteada por el estudiante E3 quien claramente identifica las cantidades del enunciado así como las condiciones y la incógnita. Se observa que el estudiante usa la variable para encontrar el patrón de cambio siendo evidente que pensó en un plan y lo llevo a cabo. Una vez finalizadas las variaciones el estudiante verifica que la respuesta satisface lo establecido por el problema; razón por la cual la resolución cumplió con todos los pasos ubicándose en escala F4

Figura 61. Resolución de problema 4 taller 4 propuesta por el estudiante E3



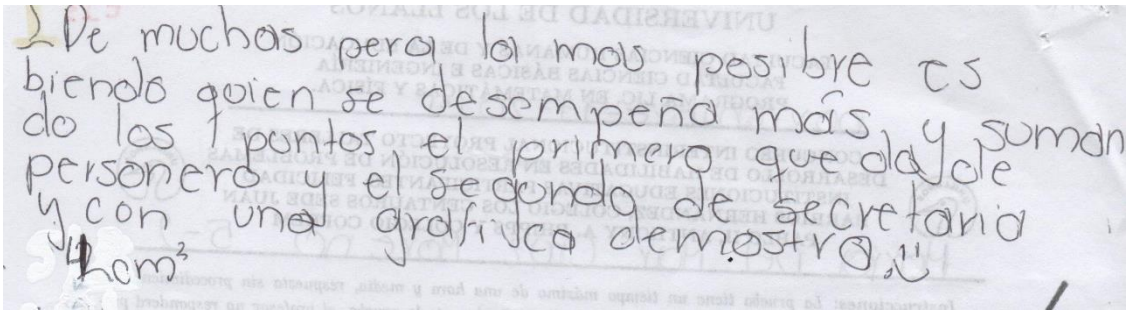
3.3 PRUEBA INTERINSTITUCIONAL

Finalizando el II semestre de 2014 se realizó una prueba interinstitucional contemplada en el proyecto con el propósito de reunir a los estudiantes en un concurso. A continuación se muestran algunas ilustraciones que corresponden a las soluciones propuestas por los estudiantes del grado quinto grupo A de la Institución Educativa Anthony A. Phipps

3.3.1 Problema No. 1.

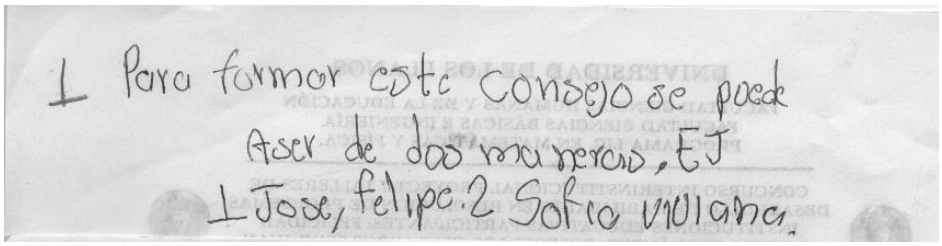
"*Los candidatos para formar el nuevo consejo estudiantil del colegio son: Sofía, José, Felipe y Viviana. Se requiere que el consejo esté compuesto por un personero y un secretario. ¿De cuántas formas se puede conformar este consejo?".*
Se observó que en el caso de E13 propuso una idea para formar el consejo estudiantil identificándose que reconoció los datos suministrados y la incógnita del problema (comprensión del enunciado). Se deduce que el estudiante creó un plan donde buscó relacionar la información dada con lo desconocido pero no se evidenció la puesta en marcha ni una respuesta formal, por lo anterior la resolución se catalogó en escala F2.

Figura 62. Resolución de problema 1 propuesta por el estudiante E13



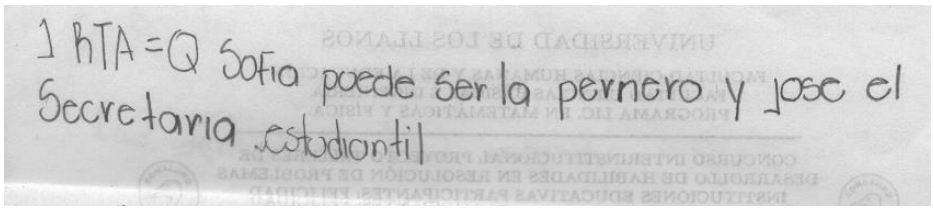
En el caso de E5 se observó que comprendió el problema pues identificó los datos proporcionados en el enunciado así como las condiciones para la conformación del consejo estudiantil a partir de la lista de candidatos. El estudiante propone dos soluciones que permiten deducir que existió la creación y ejecución de un plan correspondiente a escalas dos y tres. Se observó que el estudiante no realizó una comprobación de los resultados por lo que la solución se ubicó en escala F3.

Figura 63. Resolución de problema 1 propuesta por el estudiante E5



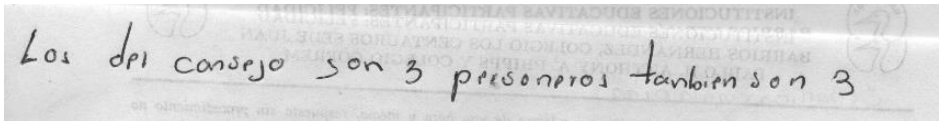
El estudiante E3 propone una solución al problema que permitió deducir que identificó los datos del enunciado (nombres candidatos y cargos) siendo muestra de una comprensión del problema. Por la respuesta se deduce que el estudiante planeó y ejecutó un plan a fin de satisfacer la incógnita, pero carece de una retrospección pues no se evidenció una lista con las permutaciones que dejara ver que la solución hubiera alcanzado una escala F4.

Figura 64. Resolución de problema 1 propuesta por el estudiante E3



La solución planteada por el estudiante E2 permitió identificar que el estudiante reconoció los datos pero no las condiciones del enunciado lo que no le permitió avanzar de manera adecuada en la resolución. Por su respuesta se evidenció que carece de comprobación de resultados siendo entonces catalogado en escala F3.

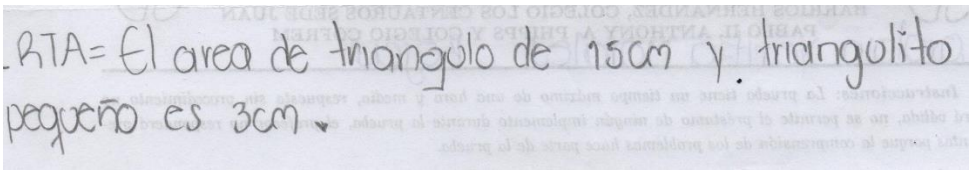
Figura 65. Resolución de problema 1 propuesta por el estudiante E2



3.3.2 Problema No. 2. "*En la cuadricula que se muestra a continuación cada cuadrado tiene un área de 9 cm^2. ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?"*
En el caso de la solución propuesta por el estudiante E3 se observó que identificó las figuras geométricas implicadas en el problema y al proponer una respuesta se deduce que buscó relacionar la información suministrada con la incógnita del problema (área de la región sombreada) siendo posible sólo a través de la

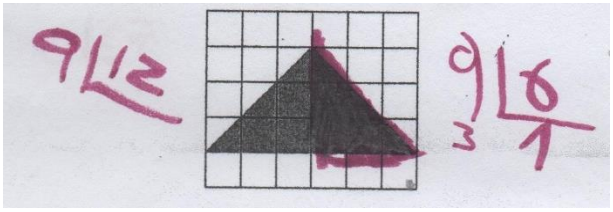
planeación y ejecución de un plan. la respuesta carece de una retrospección por lo que la resolución se ubicó en escala F3.

Figura 66. Resolución de problema 2 propuesta por el estudiante E3



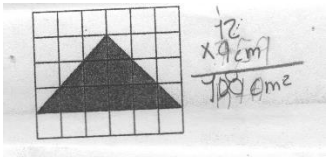
En la imagen se observa que el estudiante E5 identifica las cantidades y las condiciones suministradas por el enunciado. El estudiante relacionó las cantidades a través de un instrumento matemático (dividió el área del cuadrado entre lo que considero el área de la región sombreada) siendo evidente la planeación y ejecución de un plan. La resolución se catalogó en escala F3.

Figura 67. Resolución de problema 2 propuesta por el estudiante E5



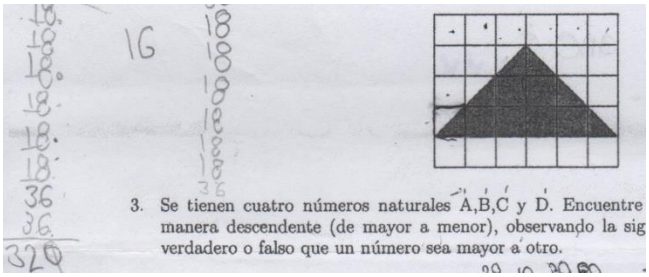
En la solución planteada por el estudiante E11catalogada en escala F3 se observó que realizó un conteo de las parte sombreada asumiendo como unidad cada espacio obteniendo doce en total, a continuación efectuó un producto que tuvo como resultado 108 cm^2. La anterior descripción corresponde a la creación y ejecución de un plan que le permitió al estudiante relacionar las cantidades a fin de hallar la incógnita. Se dedujo que en el momento de dar respuesta no realiza una verificación de los datos pues el valor obtenido difiere del real.

Figura 68. Resolución de problema 2 propuesta por el estudiante E11



La imagen corresponde a la solución propuesta por el estudiante E12 donde se percibe que identificó las cantidades facilitadas por el problema siendo evidente una comprensión del enunciado. Se observó el uso de un instrumento matemático donde relacionó las cantidades efectuando productos y luego adicionándolos para encontrar la respuesta, se deduce entonces que existió una modelación de la situación problema pero no proporcionó una respuesta formal. La resolución se catalogo es escala F2.

Figura 69. Resolución de problema 2 propuesta por el estudiante E12

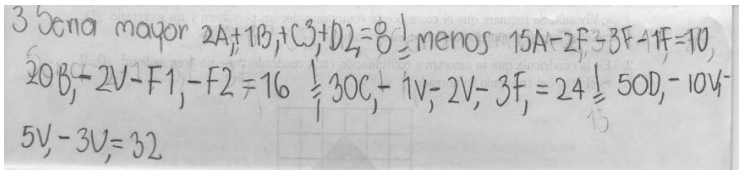


3.3.3 Problema No. 3. ***"****Se tiene cuatro números naturales A, B, C y D. Encuentre el orden de estos números de manera descendente (de mayor a menor), observando la siguiente tabla que muestra si es verdadero o falso que un número sea mayor a otro****".***

>	A	B	C	D
A	_	F	F	F
B	V	_	F	F
C	V	V	_	F
D	V	V	V	_

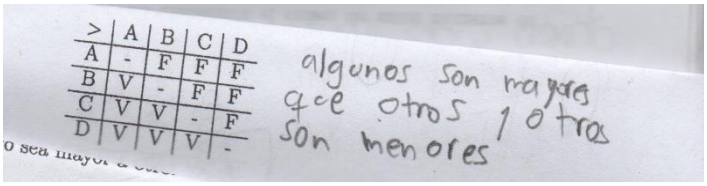
En el caso de E3 se observa que realiza una comprensión del problema al identificar las cantidades implicadas así como de las condiciones del enunciado. Se evidenció que E3 hizo uso de un instrumento matemático para relacionar dichas cantidades a fin de encontrar el orden de los números. Por los resultados obtenidos se deduce que el estudiante no realizó una verificación por lo que la resolución se catalogó en escala F3.

Figura 70. Resolución de problema 3 propuesta por el estudiante E3



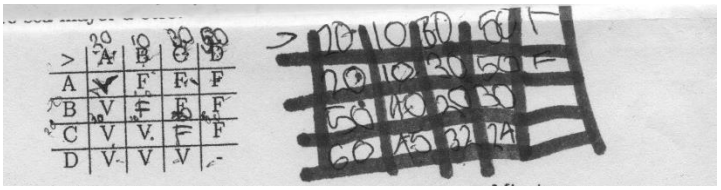
En la imagen se observa que el estudiante E9 escribe una apreciación acerca de la incógnita, lo que hace suponer que identificó ciertas condiciones del problema pero no se evidencia la presencia de un instrumento matemático o indicadores de un plan en acción; por tal razón la resolución se catalogó en escala F1.

Figura 71. Resolución de problema 3 propuesta por el estudiante E9



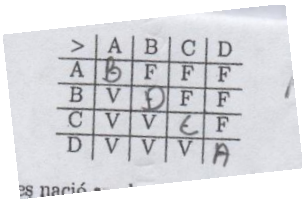
En el caso de la solución planteada por el estudiante E12 se observa que intentó pensar en un problema semejante para que le diera indicios de lo que necesitaba para resolver el problema original, siendo indicador de la creación de un plan; al reemplazar valores en el instrumento matemático es evidente que lo llevo a cabo. No se observó una retrospección de los resultados obtenidos, por tal razón la resolución se ubicó en escala F3.

Figura 72. Resolución de problema 3 propuesta por el estudiante E12



La imagen corresponde a la solución propuesta por el estudiante E11 catalogada en escala F3. Se observó que E11 identificó los datos propuestos en el enunciado, lo que hace suponer la comprensión del enunciado. Las variables escritas en la tabla indican la creación y puesta en marcha de un plan que carece de una comprobación de la solución obtenida.

Figura 73. Resolución de problema 3 propuesta por el estudiante E11

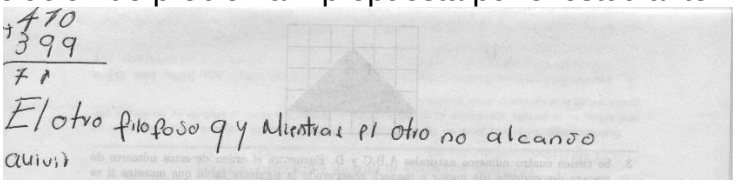


>	A	B	C	D
A	B	F	F	F
B	V	D	F	F
C	V	V	C	F
D	V	V	V	A

3.3.4 Problema No. 4. "*El filósofo griego llamado Sócrates nació en el año 470 a.C. y murió en el año 399 a.C. Mientras que el filósofo Platón murió en el año 347 a.C. ¿Durante cuantos años estuvieron vivos al tiempo ambos filósofos si platón vivió 9 años más que Sócrates?"*

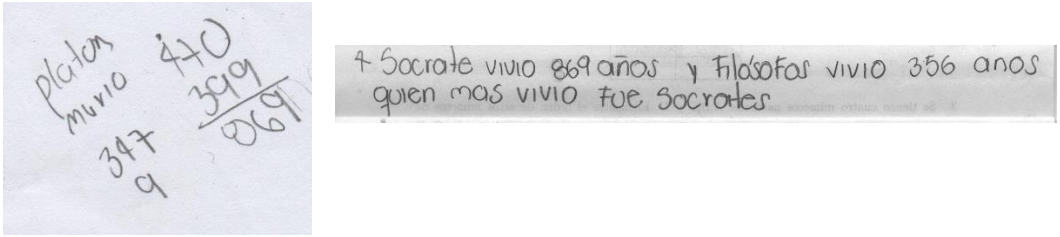
En la solución propuesta por el estudiante E2 se observó que identificó las cantidades correspondientes a la fecha de nacimiento y fallecimiento de Sócrates y las relacionó en un instrumento matemático a fin de encontrar las incógnitas, siendo lo anterior evidencia de la creación y ejecución de un plan. No se observó una retrospección de la respuesta obtenida, por tal razón la solución fue catalogada en escala F3.

Figura 74. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E2



En la imagen se observa la solución dada por el estudiante E3 donde se observó que identificó las cantidades del enunciado así como las condiciones e incógnitas. Se evidenció que la solución obtenida fue producto de un proceso iniciado en la creación y posterior ejecución de un plan que le permitió relacionar las cantidades del enunciado con lo desconocido. La solución se catalogó en escala F3.

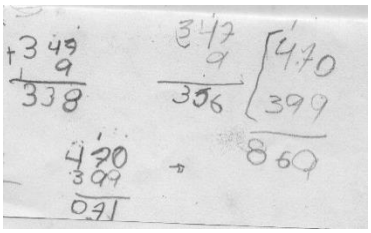
Figura 75. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E3



En el caso de la solución planteada por E1 es claro que identificó las cantidades y luego las relacionó mediante un instrumento matemático donde tomó las edades de los personajes y los adicionó y resto con el fin de hallar el valor de la incógnita. Lo anterior fue posible gracias a la creación y ejecución de un plan. Por la solución

obtenida se evidencia que carece de una mirada retrospectiva ubicándose en escala F3.

Figura 76. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E3

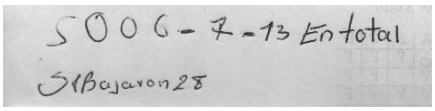


3.3.5 Problema No. 5. "*Un bus con 500 pasajeros, hace su primera parada y se bajan 1/5 de los pasajeros, sigue su trayecto y hace su segunda parada donde se bajan 3/4 de las personas que quedaban, en la tercera parada se bajan 3/10 de los restantes. ¿Cuántas personas llegaron a la última parada, siendo la cuarta la última parada?"*

Las siguientes imágenes corresponden a las soluciones propuestas por los estudiantes E2, E1 y E3

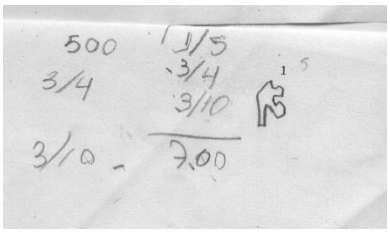
En la imagen se observó que el estudiante E2 identificó las variables implicadas en el enunciado siendo evidente una comprensión del enunciado. Al adoptar un instrumento matemático es claro que el estudiante ideó y ejecutó un plan donde buscó relacionar la cantidad total de pasajeros con la cantidad de usuarios que descendían en cada parada. Por la respuesta se evidencia que carece de una comprobación de resultados ubicándose entonces en escala F3.

Figura 77. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E2



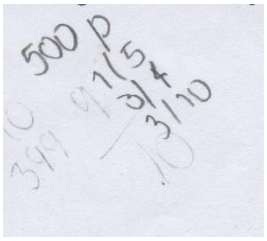
Para la solución planteada por el estudiante E1 es claro que reconoció las cantidades implicadas en el problema así como la identificación de la incógnita. Por las operaciones aritméticas empleadas se evidencia que el estudiante busco una conexión entre lo dado y lo desconocido de tal forma que obtuvo un resultado; lo anterior producto de una creación y ejecución de un plan. La solución se catalogó en escala F3.

Figura 78. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E1



En la imagen se observa que el estudiante E3 identificó las cantidades implicadas en el enunciado (número total de pasajeros y fracción de pasajeros que dejaba el autobús en cada parada). Tal parece que el estudiante una vez tuvo estos datos no pudo relacionarlos a través de un instrumento matemático que le facilitará encontrar una solución, por lo que la resolución fue catalogada en escala F1.

Figura 79. Resolución de problema 4 propuesta por el estudiante E3



En las siguientes tablas se agruparon los resultados obtenidos a partir de categorizaciones de los cuatro talleres seleccionados.

Tabla 2 Categorización soluciones taller 1.

Taller No.1	**Estudiante**																			
Enunciado	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**	**E6**	**E7**	**E8**	**E9**	**E10**	**E11**	**E12**	**E13**	**E14**	**E15**	**E16**	**E17**	**E18**	**E19**	**E20**
1	F3	F3	F3	F1	F3	F3	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F1	F3	F3	F1	F3	F3	F4	F3
2	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F1	F3	F4	F3	F3	F3	F4	F3
3	F3	F3	F3	F3	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F1	F3
4	F3	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F4	F4	F3	F3	F3	F3	F4	F3

Tabla 3. Categorización soluciones taller 2.

Taller No.2	**Estudiante**																			
Enunciado	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20
1	F3	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F4
2	F3	F3	F3	F1	F1	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F3	F1	F4	F3	F1	F3	F3	F4
3	F3	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F4	F3	F4	F3	F3	F3
4	F2	F3	F4	F3	F3	F1	F3	F3	F3	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3

Tabla 4.Categorización soluciones taller 3.

Taller No. 3	Estudiante																			
Enunciado	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20
1	F3	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F4
2	F3	F3	F3	F1	F1	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F3	F1	F4	F3	F1	F3	F3	F4
3	F3	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F4	F3	F4	F3	F3	F3
4	F2	F3	F4	F3	F3	F1	F3	F3	F3	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3

Tabla 5. Categorización soluciones taller 4.

Taller No. 4	Estudiante																			
Enunciado	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20
1	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F4	F3	F4	F3	F3	F3	F3	F4	F4	F4	F4	F3	F3	F3
2	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F1	F3	F3	F1	F1	F3	F3	F3	F3	F1	F1	F3
3	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F4	F3	F4	F3	F3	F3
4	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F3	F3	F4	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3

Partiendo de las anteriores tablas, se realizó un conteo para consolidar valores según las escalas observándose que un 9% de las soluciones planteadas por los estudiantes alcanzaron escala F1. Esto indica que un bajo porcentaje de estudiantes tan solo comprendieron la situación problema (identificaron las cantidades, determinaron las incógnitas o realizaron una representación de la situación problema). En la tabla 2, correspondiente a la categorización de las soluciones para el taller 1 se observan algunos ejemplos de estudiantes que alcanzaron escala F1 como E4, E5, E7 y E16. En la tabla 3 también se observan algunos ejemplos como E2, E4, y E5; entre otros. Este fenómeno en algunos casos está relacionado con el hecho de que el estudiante desconoce la operación aritmética o la fórmula apropiada para hallar el resultado.

En cuanto a las resoluciones categorizadas en escala F2 se encontró que tan sólo un 1% de las soluciones obtuvieron esa caracterización, siendo el estudiante E1 quien comprendió el enunciado y propuso instrumentos matemáticos (operaciones, patrones, analogías) para resolver los problemas planteados en los talleres dos y tres. Para este caso se deduce que el estudiante no pudo continuar ascendiendo en la escala debido a errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas pues logró proponer un instrumento matemático pero no logró ponerlo en funcionamiento.

Se registró que un 78% de las resoluciones lograron escala de categorización F3 pues los estudiantes además de comprender el problema avanzaron hacia pensar y ejecutar un plan. Las resoluciones de esta escala se caracterizaron por la presencia de instrumentos matemáticos que relacionaron la información dada con lo que se desconocía permitiendo hallar la incógnita; así como gráficos y tablas que relacionaban la situación problema dada con los conocimientos adquiridos; por otro lado se observó respuestas que tuvieron como característica la búsqueda de

patrones que proporcionaran un camino hacia la solución. Teniendo en cuenta lo que menciona Socas[27] acerca de los errores se observó que algunos de ellos se deben a obstáculos ya que los estudiantes pusieron en práctica conocimientos que para un concepto fueron pertinentes pero que para los problemas propuestos en los talleres dieron lugar a respuestas inadecuadas. Se observó también la presencia de errores de procedimiento, pues en estos casos los estudiantes emplearon de forma inapropiada algoritmos.

Un 12% de la muestra fue categorizada escala F4. En esta escala se observó que los estudiantes realizaron una compresión del enunciado, así como la correcta utilización de instrumentos matemáticos que les permitió hallar la respuesta correcta. Fue evidente que luego de completar la solución los estudiantes realizaron procedimientos de ensayo y error para ver si habían cometido equivocaciones en la solución.

3.4 ANÁLISIS PRUEBA INTERINSTITUCIONAL.

En la siguiente tabla se relacionan los resultados obtenidos en la prueba interinstitucional aplicada para los estudiantes del grado 5 grupo A teniendo en cuenta las escalas de categorización.

Tabla 6 Categorización prueba interinstitucional.

Prueba Interinstitucional	Estudiante																			
Situación problema	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20
1	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F2	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3
2	F3	F3	F3	F3	F3	F1	F1	F1	F3	F3	F3	F2	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3
3	F1	F3	F3	F3	F1	F1	F1	F1	F1	F3	F3	F3	F1	F1	F1	F1	F1	F1	F3	F3
4	F3	F3	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3
5	F3	F3	F1	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3	F3

Se observó que en el problema número uno (anexo 5) los estudiantes en su mayoría se ubicaron en la escala F3, para la solución de la situación era necesario que los estudiantes identificaran los datos correspondientes a una serie de candidatos para un consejo estudiantil y la condición de que el consejo estaba conformado por un personero y un secretario. Posteriormente los estudiantes debían implementar un instrumento matemático (permutaciones). En ninguna de las soluciones se observó

[27] Socas, M. M. . Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico (Coord.), La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria (pp. 125-154). Barcelona: ICE Universitat de Barcelona/ HORSORI, 1997.

un uso correcto del instrumento matemático debido a errores conceptuales o procedimentales.

En la situación número dos se proponía un problema cuya solución consistía en que los estudiantes relacionaran el área del cuadrado con el de la figura sombreada a fin de calcular su área. Se observó que el 20% de los estudiantes sólo identificaron algunas de las cantidades pero no se evidenció un instrumento matemático. Un 80% de las soluciones se categorizaron en escala F3. Las soluciones propuestas en su totalidad no fueron acertadas pues se caracterizaron por tener implícitos errores que tienen origen en un obstáculo. Un ejemplo es el de estudiante E1 quien utilizó la fórmula del cuadrado para hallar la del triángulo.

La situación problema número tres planteaba cuatro números que guardaban una relación de orden referenciada en una tabla. Los resultados obtenidos muestran que el 60% se ubica en escala F1 esto quiere decir que en esta situación problema más de la mitad de los estudiantes lograron identificar las cantidades del enunciado así como las condiciones del problema. El porcentaje restante corresponde a las soluciones catalogadas en escala F3 donde se evidenció la creación y ejecución de un plan que les permitió obtener una solución. Ninguna de las soluciones estuvo catalogada en escala F4 debido posiblemente a lo mencionado por Socas [28] respecto a errores que tienen su origen en la ausencia de sentido, pues por lo observado en las soluciones fue constante que no han asimilado algunos procesos en el contexto aritmético o el uso inapropiado de fórmulas, reglas o definiciones.

La situación problema número cuatro planteaba encontrar el tiempo de vida de dos filósofos a partir de operaciones aritméticas de suma y resta, así como de conocer que el tiempo cuenta con un valor relativo de referencia: el año cero (nacimiento de Cristo). Tan solo el 10% de los estudiantes se ubicaron en la escala valorativa F3, pues se evidenció la creación y ejecución de un plan, pero en ninguna de las soluciones fue correcta, esto debido a errores causados por la complejidad propia del contenido. En el caso del 90% de las respuestas se observó que sólo identificaron las cantidades pero no se evidenció un instrumento matemático que permitiera deducir la creación y ejecución de un plan, probablemente debido al desconocimiento del valor relativo para el tiempo o ignorar que operación aritmética permitía encontrar la solución.

Para la solución problemática número cinco se requería que los estudiantes hicieran uso de operaciones aritméticas entre números racionales para determinar la cantidad de pasajeros que llegaban hasta la última parada de un bus, se observó que el 95% de las soluciones contó con elementos que validaron la compresión del problema así como la creación y ejecución de un plan. Algunas de las soluciones

[28] Socas, M. M. . Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico (Coord.), La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria (pp. 125-154). Barcelona: ICE Universitat de Barcelona/ HORSORI, 1997

presentaron errores originados a partir de un obstáculo, pues se presentó el caso de una adición de fracciones empleando el algoritmo de la adición de números naturales; otras soluciones presentaron errores de tipo procedimental así como de errores debidos a la mala interpretación del lenguaje matemático. En ninguna de las soluciones se evidenció que los estudiantes hubiesen realizado una comprobación de resultados.

4. IMPACTO TALLERES DE DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ESTUDIANTES GRADO 5 GRUPO A I.E ANTHONY A. PHIPPS.

Teniendo como objetivo general el desarrollar habilidades en la resolución de problemas de lógica y análisis matemático en estudiantes de grado quinto grupo A de la Institución educativa Anthony A. Phipps de Villavicencio, se considera que los siguientes aspectos son algunos de los indicadores que determinaron el impacto del PPS sobre la Institución Educativa para el I y II periodo de 2014.

4.1. NIVELES F3 Y F4 EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Durante la aplicación de los dieciséis talleres a los estudiantes del grado 5 se identificó que un 78% de las soluciones lograron escala de categorización F3, siendo un indicador de mejoramiento ya que en las primeras pruebas aplicadas estos niveles se encontraban en menor porcentaje y en otras de las pruebas los resultados eran nulos; de igual manera se considera un porcentaje significativo que un 12% de las soluciones mostraran escala F4.

4.2. MOTIVACIÓN HACIA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR PARTE DE LOS ESTUDIANTES DEL GRADO 5 GRUPO A DE LA I.E ANTHONY A. PHIPPS

En cada una de las sesiones desarrolladas por las EPS se observó la participación activa del grupo de estudiantes del grado 5 en torno a la solución de los problemas. Los talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas crearon espacios que permitieron a los estudiantes divertirse en torno al aprendizaje de la matemática.

4.3. TRABAJO COLABORATIVO ENTRE DOCENTES DE LA I.E Y LAS EPS.

Se contó con la colaboración de la docente titular originalmente en lo relacionado con la disciplina y conducta de los estudiantes, pero a medida que transcurrían las sesiones fue grato observar que la docente titular también desarrollara los talleres y colaboraba en conjunto con las EPS. La docente se sintió complacida con la presencia de la Universidad de los Llanos en su institución y más para el desarrollo de un proyecto de este tipo.

Durante la aplicación de los talleres se pudo entablar varias conversaciones con el Señor Rector Licenciado Henry Santiago, siendo una constante el interés por el desarrollo de los talleres en su institución ya que consideraba que los estudiantes se beneficiaban siendo participes dentro del PPS.

4.4. RESULTADOS PRUEBAS OLIMPIADAS EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS 2014.

Durante las "Olimpiadas en Matemáticas y Física" realizadas por la Universidad de los Llanos en el II semestre de 2014 una de las estudiantes del grado 5 grupo A de la I.E participó y se ubicó en el segundo lugar para el nivel 1; lo que representó un logro satisfactorio.

4.5 PREGUNTAS QUE LE FUERON FORMULADAS A LA DOCENTE.

Una vez finalizada la aplicación de los talleres a los estudiantes del grado 5 grupo A, se realizó una entrevista con la docente titular María Helena Díaz para conocer su percepción sobre el impacto que tuvo el PPS en el grupo de estudiantes, y sobre sus aportes con miras a mejorar. A continuación se describió cada una de las preguntas formuladas y posteriormente se realizó un análisis de las mismas.

¿Ha observado algún cambio actitudinal en los estudiantes en la clase de matemáticas?

"Un cambio grande como tal no, pero si he observado que les gusta cada vez que vienen los profes de la Unillanos, dicen así. Yo creo que es por salir de la monotonía de las clases, y por las actividades que ustedes les realizan".

¿Observa algún cambio favorable a nivel académico desde la implementación de los talleres de habilidades para sus estudiantes?

“Académicamente he observado que en las evaluaciones ya pocos son los que contestan por contestar, ahora se detienen y por lo menos tratan de analizar las preguntas, eso me parece un cambio importante en ellos”.

¿Qué opina de éste proyecto?

“La verdad me gustó que vinieran y estuvieran con los muchachos explicándoles matemáticas ya que ustedes se especializan en eso, y me parece que es una idea muy buena ya que con eso van practicando los conocimientos y se van preparando para las pruebas nacionales”.

¿Qué recomendación tiene para el proyecto?

“Me parece que sería más efectivo si se realizan los talleres por temas, de ésta manera creo que se reforzaría mejor lo que han aprendido. Y quiero agradecerles a ustedes por la presencia en ésta institución muchas gracias por el apoyo brindado y espero que no nos olviden”.

4.5.1 Análisis de la entrevista. Es satisfactorio saber que se logró un aporte significativo con la aplicación de los talleres en la Institución Educativa Anthony A. Phipps, con los estudiantes de grado quinto grupo A, pues se observó en las respuestas de la docente un agrado por la presencia de la Universidad de los Llanos a través del PPS. Se resalta que para la docente fue importante que su grupo de estudiantes participaran en talleres que les permitieran adquirir habilidades en la resolución de problemas, así como que se les presentaran formas alternativas de adquirir o repasar conceptos matemáticos necesarios para pruebas internas y externas.

En cuanto a la actitud de los estudiantes frente a la aplicación de los talleres la docente afirmó que los estudiantes se sentían entusiasmados por la realización de actividades diferentes para el aprendizaje de las matemáticas. El aporte dado por la docente Díaz acerca de una organización de los talleres por temas fue tomado en cuenta y se reflejó en una de las recomendaciones dadas para el PPS.

CONCLUSIONES

La ejecución de los talleres de desarrollo de habilidades en resolución de problemas propició un puente entre la Universidad de los Llanos y la Institución Educativa Anthony A. Phipps, resultando beneficiada esta última pues se generó un mejoramiento de la calidad de los futuros estudiantes que ingresaran a la educación superior.

Gracias a la participación de las estudiantes autoras de este informe final en el Proyecto de Proyección Social desarrollado en la IE Anthony A. Phipps se contribuyó a la formación y desarrollo de competencias en matemáticas favoreciéndose una posible disminución de índices de reprobación en el área de matemáticas.

Se favoreció espacios de cooperación entre la Universidad de los Llanos y la I.E Anthony A. Phipps al realizar proyectos conjuntos que permitan un mejoramiento de la calidad educativa en estudiantes que en un futuro ingresaran a la educación superior**.**

La fundamentación teórica utilizada en este informe final permite deducir que existe un avance importante en cuanto a la investigación en resolución de problemas, esto sugiere que el PPS se orientó en un tema de importancia dentro del ámbito educativo.

RECOMENDACIONES

Es necesario implementar una estructura para los talleres de desarrollo de habilidades en resolución de problemas donde se diferencia problemas y temáticas pertinentes para desarrollar el pensamiento lógico, métrico, numérico, variacional y geométrico a fin de cubrir vacíos conceptuales que presentaron los estudiantes de la IE participante.

Se sugiere la creación de una publicación que incluya los conceptos matemáticos (en pensamiento numérico, variacional, geométrico y lógico) requeridos por los estudiantes. Visto de otra manera la publicación se convierte en un apoyo para el aprendizaje de los conceptos en tiempo fuera de las sesiones destinadas para la aplicación de talleres en la IE.

Desde la experiencia se recomienda que antes de desarrollar un taller en particular se realice un repaso o enseñanza de los conceptos implicados por parte de los EPS ya que se observó en algunos casos que los estudiantes no recordaban o no habían aprendido ciertos conceptos matemáticos.

Es importante la inclusión de aplicaciones o material didáctico para un mejor afianzamiento del conocimiento matemáticos; un ejemplo es el uso de geogebra o u otros aplicativos para la enseñanza de conceptos geométricos y variacionales.

Es necesario tener especial cuidado con la redacción de los enunciados de los problemas ya que estos deben contener escenarios o situaciones que les resulten familiares a los estudiantes así como el uso de valores numéricos que estén dentro del contexto.

Es importante que dentro del espacio destinado por el grupo e estudiantes y docentes encargados para el diseño y validación de los talleres se tenga en cuenta el uso de términos que pueden ser coloquiales pero que en otros contextos tienen un significado diferente.

BIBLIOGRAFÍA

ABELLA, G. *Un recorrido por la geometría.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 1994.

ARAVENA, M., KIMELMAN, E., MICHELI, B., TORREALBA, R., & ZUÑIGA, J, 2006. *Investigación Educativa I.* Chile. Recuperado el 9 de octubre de 2013, de http://jrvargas.files.wordpress.com/2009/11/investigacion-educativa.pdf

Arce, J., Castrillón, G., & Soto, C. (1990). *Geometría 7.* Cali: Arias Poveda Editores.

ASTOLFI, J. *Conceptos clave en la didáctica de las disciplina.* Sevilla: Diada Editora. Colección Investigación y Enseñanza, 2001.

BAGAZGOITIA, G. *La resolución de problemas en las matemáticas del nuevo bachillerato.* Euskal herriko, 1977.

Bell, A. *Diseño de enseñanza diagnóstica en matemáticas.*

BRUECKNER, L. B. (1984). *Diagnóstico y tratamiento de las dificultades en el aprendizaje.* Madrid: Rialp, 1986.

BRUÑO, G. M. *Geometría. Curso superior.* Medellín: Bedout, 1965.

CALLEJO, M. Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana., X*, 2003.

D'AMORE, B., FANDIÑO, M., MARAZZANI, I., & SBARAGLI, S. *La didáctica y la dificultad en Matemática.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2011.

FALK, M. *La enseñanza a través de problemas.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 1980.

FALK, M. Olimpiadas de Matemáticas: retos, logros (y frustraciones). *Boletín de la Asociación Matemática Vanezolana, VIII*(1), 21, 2001.

FALK, M. *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y soluciones. Nivel Intermedio. 2002.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 2006.

FALK, M. *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y soluciones. Nivel Superior. 2002.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 2006.

FALK, M. *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y soluciones. Nivel Intermedio.2005.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 2006.

FALK, M. *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y soluciones. Primer Nivel. 2002.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 2006.

Jaime, F., & Pérez, J. (2004). *Olimpiadas C0lombianas de Matemáticas para primaria 2000 – 2004.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño.

MANCERA, E. *Saber matemáticas es saber resolver problemas.* México: Grupo Editorial Iberoamérica, 2000.

Ortiz, M. *La investigación en Educación Matemática en Colombia, 1991 – 1999.* Recuperado el 11 de octubre de 2013, del sitio http://portales.puj.edu.co/didactica/PDF/EstadosdeArte/EducacionMatematicasMarinaOrtiz.pdf

POCHULU, M. D. Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1 – 14, 2005.

RIZO C., C. *La heurística y la didáctica.* Texto inedito, 2009.

TORRES F., P. *La instrucción heurística de la matemática escolar.* La Habana: ISP Enrique José Varona. Documento en soporte digital, 2000.

Universidad Antonio Nariño. (s.f.). *www.uan.edu.co.* Recuperado el 15 de 08 de 2013, de http://olimpia.uan.edu.co/olimpiadas/public/frameset.jsp

VALDERRAMA, J. *Problemas de Olimpiadas, Nivel Superior, 1985.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 1986.

VALDERRAMA, J. *Problemas de Olimpiadas. Primer Nivel.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 1986.

OTON, R. R., UNSIÓN, A. P., HIDALGO, N. R., & SANZ, M. V. Altas capacidades intelectuales: pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar (Vol. 36). Graó, 2012.

ANEXOS

Anexo A

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

FACULTAD CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
PROGRAMA LIC. EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA.

TALLERES DE DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Encontrar el valor de A, B, C y D; si se sabe que:

$$\begin{array}{cccc} 3 & A & B & 1 \\ & & \times & B \\ \hline C & 8 & A & B & B \end{array}$$

2. Con paquetes de café que pesan $\frac{1}{4}$kg, $\frac{1}{2}$kg, $\frac{3}{4}$kg, 1kg y $1\frac{1}{4}$kg, encontrar al menos 4 formas distintas de obtener 4kg.

3. ¿Cuántos vasos con capacidad para 1/3 de litro se pueden llenar, con dos botellas de gaseosa de 2 litros?

4. El reloj digital de la cancha Macal fue puesto en hora el domingo a la 1:00pm. Si el se adelanta 5 minutos por semana, ¿que hora señalará dentro de 15 semanas exactas?

5. ¿Cuál es la fracción que representa la parte sombreada del trapecio?

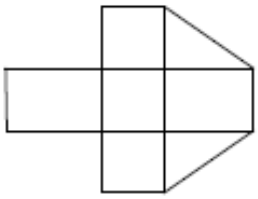
Anexo B

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

FACULTAD CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
PROGRAMA LIC. EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA.

TALLERES DE DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

13. Halle el área de la figura si se sabe que el perímetro de los rectangulos es de 14cm y el área de cada cuadrado es de $9cm^2$



14. Un número entre 302 y 370 tiene tres dígitos diferentes y es par. Si la suma de sus dígitos es 5 veces el dígito de las centenas, ¿cuál es el número?

15. Los números 345 y 135 tienen sus dígitos en estricto orden creciente, debido a que cada dígito es mayor que se encuentra a su izquierda. Los dígitos del numero 322, no se encuentran en estricto orden creciente. ¿Cuántos números enteros entre 300 y 599 tienen sus dígitos en estricto orden creciente?

16. Se poseen los siguientes ingredientes para hacer un emparedado:

    a) Pan
    b) Queso
    c) Mortadela
    d) Lechuga
    e) Tomate

    Se pueden elaborar emparedados de manera que tengan como ingrediente principal el pan y mínimo dos ingredientes más.¿Cuántas variedades de emparedados se pueden preparar?

Anexo C

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

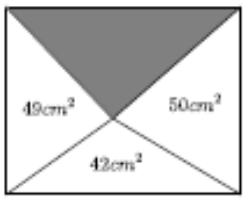
FACULTAD CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
PROGRAMA LIC. EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA.

TALLERES DE DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

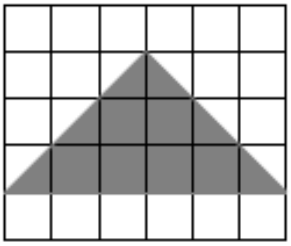
58. Si A, B, C, D y E son digitos, encuentre el número $ABCDE$ tal que

$$\begin{array}{cccccc} A & B & C & D & E & \times \\ & & & & 4 & \\ \hline E & D & C & B & A & \end{array}$$

59. Un rectángulo de 15cm×13cm, se divide en cuatro triángulos, como se muestra en la figura. Hallar el área del triángulo sombreado.



60. En la cuadrícula que se muestra a continuación cada cuadrado tiene un área de 9cm² ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?



61. Un maestro de construcción quiere ponerle baldosa a un piso que tiene forma rectangular. Pero para hacerlo necesita calcular el área A_3. Si A_2 es igual a 56 m² y A_1 es igual a 42 m². ¿Cuál es el valor del área A_3?

Anexo D

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS

FACULTAD CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
FACULTAD CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
PROGRAMA LIC. EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA.

TALLERES DE DESARROLLO DE HABILIDADES EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

PRIMARIA

1. Estoy pensando en dos números, el producto de estos números es 30 y la suma de los mismos es 11, ¿cuál es es el mayor de los números?

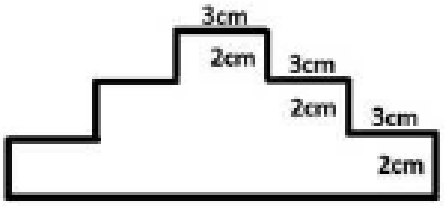
2. En el camino que Laura recorre del colegio a la casa encuentra cuatro semáforos, separados a la misma distancia. Entre el primer semáforo y el último semáforo la distancia es de 1 km y 200 metros. ¿Cuál es la distancia entre el segundo y último semáforo?.

3. Un granjero empieza una cosecha de tomate, al cabo de 1 mes recoge 50 tomates, al siguiente mes recoge el doble del mes anterior; así continua con el proceso. ¿Cuántos tomates recogerá al cabo de 6 meses? Si decidiera vender los tomates a 10 pesos cada uno ¿cuánto dinero tendrá al cabo de 3 meses y 2 semanas?

4. Mi edad actual es múltiplo de 8, hace dos años mi edad era múltiplo de 3. Si tengo más de 25 años y menos de 60 años de edad.¿Cuál es mi edad actual?

5. En un cuadrado de 6 cm de lado se trazan sus diagonales formándose cuatro triángulos. ¿Cuál es el área de los triángulos?.

6. Encuentre el perímetro de la figura



RESUMEN ANALITICO ESPECIALIZADO (RAE)

A. TIPO DE DOCUMENTO/ OPCIÓN DE GRADO	Trabajo de grado
B. ACCESO AL DOCUMENTO	Biblioteca Universidad de los Llanos.
1. TÍTULO DEL DOCUMENTO	Talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de problemas para estudiantes de grado 5° de la institución educativa Anthony A. Phipps de la ciudad de Villavicencio.
2. NOMBRE Y APELLIDOS DE AUTOR (ES)	Blanco Lozano, Shara Lizeth Fuentes Quintero, Karen
3. AÑO DE LA PUBLICACIÓN	Villavicencio, Universidad de los Llanos 2015.
4. UNIDAD PATROCINANTE	Universidad de los Llanos, Programa en Licenciatura en Matemáticas y Física
5. PALABRAS CLAVES	Resolución de Problemas, Heurística, Talleres, Plan, estrategia, olimpiada, investigación cualitativa. Aritmética, Geometría y Algebra.
6. DESCRIPCIÓN	El presente trabajo de grado se desarrolló dentro de la Institución Educativa Anthony A. Phipps de Villavicencio, Colombia. Para la realización de esta investigación se seleccionó como muestra a los estudiantes del grado 5 grupo A de dicha institución. Esto con la finalidad de responder al interrogante: ¿Cómo desarrollar las habilidades para la resolución de problemas en estudiantes de los grados 5° de la Institución Educativa Anthony A. Phipps de Villavicencio? definiendo como principal objetivo: Diseñar e implementar talleres para el desarrollo de habilidades en resolución de

	problemas, para estudiantes de grado 5º grupo A de la institución educativa Anthony A. Phipps.
7. FUENTES	ABELLA, G. *Un recorrido por la geometría.* Bogotá: Universidad Antonio Nariño, 1994. ARAVENA, M., KIMELMAN, E., MICHELI, B., TORREALBA, R., & ZUÑIGA, J. *Investigación Educativa I.* Chile. Recuperado el 9 de octubre de 2013, de Arce, J., Castrillón, G., & Soto, C. *Geometría 7.* Cali: Arias Poveda Editores, 1990. ASTOLFI, J. *Conceptos clave en la didáctica de las disciplina.* Sevilla: Diada Editora. Colección Investigación y Enseñanza, 2001. BAGAZGOITIA, G. *La resolución de problemas en las matemáticas del nuevo bachillerato.* Euskal herriko, 1977. BELL, A. *Diseño de enseñanza diagnóstica en matemáticas,1986.* BRUÑO, G. M. *Geometría. Curso superior.* Medellín: Bedout, 1965. CALLEJO, M. y. Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana., X*(2), 2003. D'AMORE, B., FANDIÑO, M., MARAZZANI, I., & SBARAGLI, S. *La didáctica y la dificultad en Matemática.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2011. POCHULU, M. D. Análisis y categorizazción de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1 – 14, 2005 RIZO C., C. *La heurística y la didáctica.* Texto inedito, 2009

	TORRES F., P. *La instrucción heurística de la matemática escolar.* La Habana: ISP Enrique José Varona. Documento en soporte digital, 2009.
8. CONTENIDOS	Dentro del contenido del proyecto se encuentra la Introducción donde se hace una breve explicación de lo que consistió el trabajo, marco referencial, metodología, Resultados, Análisis, Producto, Conclusiones y Recomendaciones.
9. METODOLOGÍA	La metodología del proyecto se basó en la investigación cualitativa, teniendo en cuenta las siguientes etapas: Capacitación, Elaboración, Implementación de talleres y Análisis de resultados. En la primera etapa se recibió capacitación por parte de los docentes de la Universidad de los Llanos pertenecientes al proyecto quienes impartieron instrucción sobre conceptos matemáticos referentes al tema. En la siguiente etapa se diseñaron las diferentes situaciones problemas, basadas en la serie de libros sobre olimpiadas matemáticas en Colombia de la Universidad Antonio Nariño. La tercera etapa consistió en la implementación de los talleres para los estudiantes del grado quinto grupo A de la I.E Anthony A. Phipps así como de un entrenamiento basado en lógica matemática, teoría de números, análisis matemático y geometría.

	Una vez terminadas las etapas anteriores, se finaliza con el análisis de resultados a partir de las respuestas dadas por los estudiantes en los talleres implementados.
10. CONCLUSIONES	La ejecución de los talleres de desarrollo de habilidades en resolución de problemas propició un puente entre la Universidad de los Llanos y la Institución Educativa Anthony A. Phipps, resultando beneficiada esta última pues se generó un mejoramiento de la calidad de los futuros estudiantes que ingresaran a la educación superior. Gracias a la participación de las estudiantes autoras de este informe final en el Proyecto de Proyección Social desarrollado en la IE Anthony A. Phipps se contribuyó a la formación y desarrollo de competencias en matemáticas favoreciéndose una posible disminución de índices de reprobación en el área de matemáticas. Se favoreció espacios de cooperación entre la Universidad de los Llanos y la I.E Anthony A. Phipps al realizar proyectos conjuntos que permitan un mejoramiento de la calidad educativa en estudiantes que en un futuro ingresaran a la educación superior**.** La fundamentación teórica utilizada en este informe final permite deducir que existe un avance importante en cuanto a la investigación en resolución de problemas, esto sugiere que el PPS se orientó en un tema de importancia dentro del ámbito educativo.
11. FECHA DE ELABORACIÓN	26 de octubre de 2015